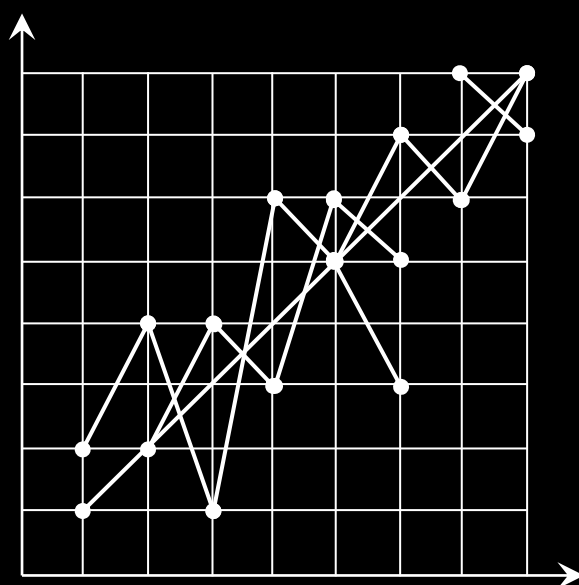


НОВЫЕ МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ



НОВЫЕ МЕРЫ БЛИЗОСТИ,  
ФУНКЦИИ СОСТОЯНИЙ И  
РЕШАЮЩИЕ ПРАВИЛА В ТЕОРИИ  
РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ  
(СОСТОЯНИЙ)



Дмитрий Уздин

2015

Д.З. Уздин

НОВЫЕ МЕРЫ БЛИЗОСТИ,  
ФУНКЦИИ СОСТОЯНИЙ И РЕШАЮЩИЕ ПРАВИЛА  
В ТЕОРИИ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ (СОСТОЯНИЙ)

Москва, 2015

Светлой памяти Н.Г.Загоруйко,  
А.Я. Червоненкиса и И.А. Ушакова  
посвящается

## ВВЕДЕНИЕ

Теория распознавания (ТР) – одно из направлений прикладной математики и математической кибернетики. Краеугольным камнем этой теории является триада: кластерный анализ, идентификация, дискриминантный анализ – математическая диагностика, включая прогнозирование состояний с многочисленными приложениями в предметных областях.

Эта теория, дополненная новыми разработками, изложенными в предлагаемой брошюре, совместно с уже апробированными исследованиями специалистов предметных областей, позволит решить актуальные задачи современности, касающиеся наискорейшего обнаружения аномальных, нездоровых, аномальных состояний субъектов, объектов, процессов, и прогнозирования этих состояний на определенные периоды в различных областях и прежде всего: в медицине, технике, геофизике, экономике и финансах. Например, в медицине, сочетание известных и предлагаемых методов даёт возможность быстрого выявления того или иного заболевания, включая рак; в технике – быстрого обнаружения неисправностей и предотвращения отказов сложных объектов; в геофизике и сейсмологии – возможность краткосрочного прогноза землетрясений; в экономике и финансах – диагностики и прогноза кризисных состояний. От решения этих задач, особенно в первых трех областях, зависят жизни людей.

Однако с сожалением приходится констатировать, что число публикаций по ТР, начиная с 90-х годов, заметно сократилось, а монографии в этой архиважной области науки выходят крайне редко. Это по-видимому связано не только с общим прохладным, индифферентным отношением к науке властей в России, но и с тем, что ученые стали больше внимания уделять близким, родственным задачам и направлениям, исходящим из ТР, и прежде всего таким

чрезвычайно актуальным, как: искусственный интеллект, человек-машина, когнитивные вычисления и др. Между тем сама ТР еще далека от совершенства. Не все задачи в ней поставлены и решены. Особенно это касается вопросов математической диагностики – теории распознавания состояний и их прогнозирования. За последние 15 лет, тем не менее, появились новые математические методы в ТР, в частности в дискриминантном анализе, прогнозе и когнитивном анализе, например: [1÷7] и др.

В смысле близости постановки решаемых задач у ТР есть свои родные братья и сестры. В технике, например, дискриминантный анализ в ТР сближает её (ТР) с технической диагностикой и теорией надежности при решении вопросов обнаружения неисправностей, назначении ремонта или снятия с эксплуатации составной части или всего изделия, и прогноза состояния, см., например [8÷14,29,34,35]. Общей теоретической базой, фундаментом технической диагностики является ТР. Проверки, контроль состояния сближает ТР со статистическим контролем качества при обнаружении и отбраковки дефектных объектов [15,16], и с теорией статистических решений, которая развивалась в связи с задачами радиолокации, обнаружения неких целей, см. например, [9,17÷20]. Упомянутые теории сближает и объединяет то, что в них по существу - одинаковые постановки задач, связанные с обнаружением, выявлением (ключевое слово) чего-либо, включая обнаружение закономерностей при прогнозировании и обнаружение связей живых и не живых организмов, способности машины (робота) к обучению, распознаванию и осмысленному поведению [1÷4, 6,10÷13, 28 и др.].

В медицине [21÷23] и геофизике [25÷27] ТР стала применяться по той же причине, опять же связанной с обнаружением, выявлением и прогнозом, только с преломлением, присущим каждой предметной области знаний: в медицине – в связи с выявлением заболеваний человека, а в геофизике – с распознаванием мест возможных будущих землетрясений и диагностикой и прогнозом состояний литосферы, т.е. с прогнозом землетрясений.

Базисом предлагаемой брошюры является предыдущая книга автора [3]. В данной работе решаются задачи создания новых, эффективных мер близости (или сходства) состояний субъектов, объектов, процессов с эталонными, известными, верифицированными состояниями (диагнозами) одноименных субъектов (объектов), процессов (разделы I и II). Решаются так же задачи конструирования самих функций состояния (ФС) – математико-диагностических моделей состояний, позволяющих различить эти верифицированные диагнозы, и строятся решающие правила (РП) установления прелиминарного и истинного диагнозов (состояний) субъектов (объектов), процессов (раздел III). Кроме того ставилась задача увеличения числа независимых ФС, основанных на двух первых (из трех) принципах распознавания состояний, приведенных в разделе I, ибо множественность ФС должна повысить надежность распознавания согласно правилу большинства РП, связанных с ФС, и указывающих на один и тот же диагноз. Множество различных ФС и РП комбинаторным путем было сформировано в разделе IV. В Приложении дано графическое пояснение первого принципа распознавания состояний. С другими вопросами и методами в ТР можно ознакомиться в упомянутых работах [1÷7] и ранних, этих и других авторов. Новые, более эффективные меры близости, ФС и РП необходимы для решения задач быстрого, скорейшего обнаружения и прогноза аномальных, деградационных, деструктивных и других опасных состояний, указанных выше.

### **Принятые сокращения**

ТР – теория распознавания

ВМП – вероятностно-метрический подход;

ВММБ – вероятностно-метрическая мера близости – U;

ВМБ - вероятностная мера близости

ММБ – метрическая мера близости

ОДО – обобщенное диагностирующее отношение;

ФС – функция или функционал состояния;

P – вероятность;

$P(D_\pi)$  – априорная вероятность диагноза –  $D_\pi$ ;

$P_a(D_\pi/ФС)$  – апостериорная вероятность диагноза  $D_\pi$ ;

ВДФ – вероятностная дискриминантная функция;

Н.В.Д. – наиболее вероятные диагнозы;  
 $D_B$  – один из н.в.д.;  
 $D_{\Pi}$  – прелиминарный (предварительный) диагноз;  
 $D_c$  – диагноз-«сосед» - диагноз, ближайший к  $D_{\Pi}$  по выбранному критерию близости;  
 $D_{и}$  – истинный диагноз;  
 $L$  – общее число возможных диагнозов;  
 $L_1$  – число диагнозов, в области распространения которых по ФС попала  $FC_i$   $i$ -го диагностируемого объекта;  
 $m$  – общее число выбранных параметров;  
 $\xi_r$  – значение  $r$ -го параметра;  
 $MO_r$  и  $\sigma_r$  – математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение  $r$ -го параметра;  
 ОКО – обобщенное конфигурационное отношение;  
 РП – решающее правило;  
 $X_{ij}$  – диагностируемое состояние  $i$ -го проверяемого объекта или человека  $j$ -го кластера;  
 $G$  – исправное (здоровое) состояние;  
 $\bar{G}$  – неисправное (нездоровое) состояние;  
 $t_{\Pi}$  – межпроверочный период;  
 $\rho_{\Pi}$  – формализованное расстояние между  $X_{ij}$  ( $FC_i$ ) и статистическим центром диагноза  $D_{\Pi}$  ( $\overline{FC}_{D_{\Pi}}$ );

Примечание.

В тексте применён термин «математическая диагностика» (МД) – новый термин, появившийся совсем недавно, и употреблённый в работе автора [3]. Дадим определение этого понятия. МД - это некий собирательный образ технической, медицинской, геофизической и других диагностик, использующих математические методы, в том числе и методы ТР. Другими словами: МД – это математические методы распознавания состояний.

# **I. НОВЫЕ МЕРЫ БЛИЗОСТИ В ТЕОРИИ РАСПОЗНАВАНИЯ. ОЦЕНКА ИХ ЭФФЕКТИВНОСТИ И СРАВНЕНИЕ**

## **I.1. Введение к разделу I**

Меры близости или сходства лежат в основе ТР и в частности в её ведущем направлении-дискриминантном анализе. Меры близости - базисные составляющие РП распознавания в процессе, связанном с общим процессом познания мира человеком через сравнение и оценки сходства и различия. Этот процесс стали называть когнитивным анализом данных [2]. Работы в этом направлении проводятся и в России, см., например, [ 1, 2, 4, 28 ] и другие.

В стохастическом мире, в котором мы живем, мире случайностей и неопределенностей, одной метрической меры близости (ММБ) или сходства, при распознавании состояний, недостаточно. Эта мера хорошо работает при детерминистском подходе с непересекающимися областями диагнозов (состояний), которые возможны при распознавании образов в значении (или смысле) идентификации или таксономии. При диагностике и прогнозе, в условиях случайностей и неопределенностей, многочисленных, разного рода, помех, будут иметь место существенные пересечения областей состояний (диагнозов). Вообще-то непересекающиеся диагнозы (классы) – лишь частный случай пересекающихся.

В то же время без ММБ нельзя использовать только вероятностную меру близости (ВМБ), так как будет снижена ее чувствительность, реакция на малое отклонение состояния объекта в сторону какого-либо из двух диагнозов, из-за прямого не учета метрического положения точки (состояния объекта) относительно статистических центров диагнозов, что не создаст полную картину «противоборства» диагнозов. Кроме того одна ВМБ в отдельных случаях, в интервале «разногласия» ММБ и ВМБ, (см. ниже), может указать на ложный диагноз.

В монографии [3] предложен новый, вероятностно-метрический подход (ВМП) и принципы распознавания состояний. Основным продуктом этого

подхода явилась вероятностно-метрическая мера близости (ВММБ), объединяющая в себе, как видно из названия, обе меры, которые действуют сообща, но в противоположных направлениях: в стороны максимума и минимума, если их взаимодействие оформить в виде отношения.

В этой же работе [3] представлено доказательство неполного соответствия ВМБ и ММБ в том смысле, что существует интервал разногласия, противоречия между ними, в котором одна мера указывает на один диагноз, а другая – на конкурирующий. Следовательно, нужно было изобрести новую меру близости (сходства), которая «помирила» бы эти две меры. Такой мерой и явилась ВММБ, которая может быть записана как в форме максимума (см. ниже), так и в форме минимума при отклонении состояния диагностируемого или исследуемого объекта<sup>1</sup> к своему истинному состоянию или к одному из множества выбранных эталонных, верифицированных состояний.

Исследование вопроса повышения чувствительности, реакции ВММБ на раннем этапе распознавания при движении функции состояния ( $\Phi C_i$ )  $i$ -го объекта в сторону одного из двух оставшихся диагнозов, после отбраковки остальных, от центра равновесия или тяжести этих диагнозов, при малом отклонении  $\Phi C_i$  от указанного центра, – привело к созданию новых, более совершенных и эффективных мер близости на базе ВММБ. Их разработке, анализу и сравнению эффективности мер близости посвящены разделы I и II.

Прежде чем приступить к изложению п.1.2. приведем в общем виде три принципа ВМП в теории распознавания, на основе которых разработаны новые меры близости и функции состояния.

### Принцип 1

При возникновении и развитии дефектов, аномалий, заболеваний, неисправностей, диагностируемых объектов (субъектов),- последовательность наименований выбранных параметров, в ранжированных по их средним

---

<sup>1</sup> Здесь и далее объектом будем считать: сложное техническое изделие, технологический и другие процессы, литосферу, физические явления, экономику, политику и, наконец, человека и, соответственно, под состоянием объекта будем понимать состояние всего перечисленного.



безразмерным значениям и динамике рядах, будет различной для каждого из возможных состояний (диагнозов-эталонов) этих объектов. При этом нумерация, очередность (определенный порядок следования) параметров в этих рядах представляет собой шифр или код того или иного состояния (диагноза). Этот числовой код будет специфичен для каждого состояния объекта или субъекта, состояния каждой его составной части или органа, и отличен от других. Число и наименования параметров, не изменивших свои значения при каком-то диагнозе (состоянии), также окажутся для него специфичными.

### Принцип 2

Определенные комбинации, соотношения средних значений всех или групп выбранных параметров в разных физических, химических, физиологических и других диагностических средах или разных динамических полях исследуемого объекта (субъекта, процесса), -- будут различны при каждом из возможных эталонных состояний (диагнозов-эталонов) проверяемых объектов (субъектов).

### Принцип 3а

Ранжированная последовательность параметров проверяемого объекта будет ближе к ранжированной последовательности параметров объектов с тем состоянием, к которому принадлежит его состояние, подлежащее установлению в ходе проверки (диагностирования).

### Принцип 3б

С развитием исследуемого или диагностируемого процесса (дефекта, неисправности, заболевания) и ростом числа проверок, - только при одном истинном состоянии (диагнозе) проверяемого объекта или исследуемого процесса, его (объекта) фактическое состояние все более приближается к этому истинному состоянию.

При каждой из возможно проведенных проверок истинный диагноз, в отличие от остальных, будет находиться среди наиболее вероятных диагнозов (н.в.д.)

Истинный диагноз при увеличении числа проверок будет иметь возрастающую вероятность его установления и наибольшее изменение (в смысле роста) ВММБ.

## I.2. Базисные формулы Вероятностно-метрической меры близости (ВММБ)

Для анализа эффективности базисных ВММБ и новых, модифицированных мер близости, достаточно представить их в форме, например, максимума.

В работе [3] приведены базисные формулы ВММБ. В форме максимума они имеют вид:

$$U_{\text{баз}_1} = f(\Phi C_i / D_\pi) / |\Phi C_i - \overline{\Phi C}_\pi| \quad \text{и} \quad (1.1a)$$

$$U_{\text{баз}_2} = f(\Phi C_i / D_\pi) / |\Phi C_i - \overline{\Phi C}_\pi|^n, \quad n \geq 2 \quad (1.1b)$$

где  $f(\Phi C / D_\pi)$  – ВМБ, а  $|\Phi C - \overline{\Phi C}_\pi|$  и  $|\Phi C - \overline{\Phi C}_\pi|^n$  – ММБ, где обычно  $n = 2$  и тогда  $(\Phi C_i - \overline{\Phi C}_\pi)^2$  – квадрат расстояния;  $f(\Phi C_i / D_\pi)$  – оценка плотности вероятности  $\Phi C$  объектов с состоянием (диагнозом) –  $D_\pi$  при значении  $\Phi C_i$  -го проверяемого (наблюдаемого) или исследуемого объекта при условии, что это состояние принадлежит  $D_\pi$ , (условная плотность вероятности),  $i = \overline{1, M}$ ,  $\pi = \overline{1, L}$  – диагнозы эталоны;  $\overline{\Phi C}_\pi$  – статистический центр  $\pi$ -го диагноза;  $|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_\pi|$  – абсолютное расстояние  $\Phi C_i$  до  $\pi$ -го эталонного диагноза или расстояние по Хеммингу.

$\Phi C_i$  и  $\Phi C_\pi$  – математико-диагностические модели состояний -го объекта и  $\pi$ -го диагноза [3].  $\Phi C$  является функцией измеренных безразмерных значений выбранных параметров, характеризующих состояние объекта, и их номеров, ранжированных по значениям.

Как видно из формул (1.1a) и (1.1б), ВММБ вбирает в себя критериальные качества экстремума как вероятностной, так и метрической мер близости.

Кривые плотности вероятности –  $f(\Phi C_\pi)$  могут быть построены по обучающим выборкам, исходя из гистограмм или сглаживанием, построением МНК аппроксимирующих функций, выравниванием с помощью критериев согласия.

В общем виде

$$\Phi C = \varphi(\xi_1^\delta, \xi_2^\delta, \dots, \xi_m^\delta, N_1, N_2, \dots, N_m),$$

где  $\overline{\xi_1^\delta, \xi_m^\delta}$  – измеренные безразмерные значения параметров;  $\overline{N_1, N_m}$  – порядковые номера параметров в ранжированных по их значениям рядах;  $m$  – число выбранных параметров;  $\xi_r^\delta = \xi_r / \bar{\xi}_{r_n}$ , где  $\xi_r$  – измеренное значение  $r$ -го параметра,  $r = \overline{1, m}$ ;  $\bar{\xi}_{r_n}$  – номинальное, нормативное значение  $r$ -го параметра;  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m$  – независимые параметры состояния.

ФС предложены для разделения существенно пересекающихся областей множества диагнозов (состояний), повышения разрешающей способности диагностирования и правильного установления истинного диагноза у исследуемого (проверяемого) объекта.

Исходя из принципов распознавания состояний, можно вывести, по крайней мере, 3÷4 и более независимых ФС (см. раздел III и IV). Тогда в случае, если оперируют одной ФС, то сводят многомерность к одномерному случаю; если используют две или три ФС, то, соответственно, к дву- или трехмерному, т.е. к случаям привычного для нас пространства. Формулы двух ФС приведены в [3].

При стремлении  $\Phi C_i$  к  $\pi$ -му диагнозу, т.е. к  $\overline{\Phi C_\pi}$ , числитель ф-л (1.1), т.е. ВМБ возрастает, приближаясь к максимуму или достигает величины при медиане распределения  $f(\Phi C_\pi)$ , а знаменатель, – ММБ, убывает при приближении  $\Phi C_i$  к  $\overline{\Phi C_\pi}$ . (При их совпадении:  $\Phi C_i - \overline{\Phi C_\pi} = 0$ , в т.  $\overline{\Phi C_\pi}$ , ВММБ (1.1a) и (1.1б) не определена ( $U_{\text{баз}} = \infty$ )). Следовательно, ВММБ возрастает

многократно быстрее, чем ВМБ и имеет столь же быструю реакцию, чувствительность к изменению  $\Phi C_i$  от центра равновесия в сторону  $\pi$ -го диагноза, особенно при нормированной ВММБ.

ВММБ (1.1а) и (1.1б) записана для унимодального распределения ФС  $\pi$ -го диагноза и одной ФС.

При полимодальном распределении ФС  $\pi$ -го диагноза-эталона и одной ФС формула ВММБ с  $\pi$ -ым состоянием (диагнозом) может быть предложена в виде среднего по числу мод в распределении:

$$U_{\pi\Pi} = \frac{1}{R_\pi} \sum_{j=1}^{R_\pi} K_{j\pi} \cdot U_{\text{баз1(2)}j\pi}, \quad j = \overline{1, R_\pi}; \quad \pi = \overline{1, L},$$

где  $R_\pi$  – число мод в распределении ФС  $\pi$ -го диагноза;  $K_{j\pi}$  – весовой коэффициент  $j$ -ой моды.

$$K_{j\pi} = M_{o_{j\pi}} / \sum_{j=1}^{R_\pi} M_{o_{j\pi}}, \quad \sum_{j=1}^{R_\pi} K_{j\pi} = 1,$$

$M_{o_{j\pi}}$  – значение  $j$ -ой моды в распределении ФС  $\pi$ -го диагноза и тогда

$$U_{\text{баз1(2)}j\pi} = \frac{f(\Phi C_{qi}/D_\pi)}{|\Phi C_{qi} - \Phi C_{|M_{o_{j\pi}}|}},$$

где  $f(\Phi C_i/D_\pi)$  – значение плотности распределения ФС  $\pi$ -го диагноза в т.  $\Phi C_i$ ;  $\Phi C_{|M_{o_{j\pi}}|}$  – значение ФС  $\pi$ -го диагноза при  $j$ -ой моде.

Учитывая все возможные независимые ФС $_q$  (см. раздел III и IV),  $U_\pi$  можно представить в виде: для унимодальных распределений

$$U_{\pi\nu} = \sum_{q=1}^{\nu} U_{\text{баз1(2)}\pi_q} \quad \text{или} \quad U_{\pi\nu} = \prod_{q=1}^{\nu} U_{\text{баз1(2)}\pi_q}, \quad (1.1в)$$

где  $\nu$  – число возможных независимых ФС;  $q = \overline{1, \nu}$ .

а для полимодальных

$$U_{\pi\Pi} = \frac{1}{R_\pi} \sum_{q=1}^{\nu} \sum_{j=1}^{R_\pi} K_{j\pi} \cdot U_{\text{баз1(2)}\pi_{qj}}$$

или

$$U_{\pi} = \frac{1}{R_{\pi}} \prod_{q=1}^{\nu} \sum_{j=1}^{R_{\pi}} K_{j\pi} \cdot U_{\text{баз}1(2)\pi_{qj}}$$

### 1.3. Нормированная базисная ВММБ

Разумеется, эффект будет гораздо заметнее, когда знаменатель в формуле  $U_{\text{баз}}$  (1.1a) или (1.1б) будет в интервале (0,1). В этом случае  $U_{\text{баз}} = \varphi(\Phi C)$  растёт гораздо быстрее. Чтобы этого достичь, необходимо провести нормирование ММБ. В этом случае значения нормированной ММБ убывают значительно быстрее, чем значения абсолютной ММБ. Для этого достаточно разделить  $|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{\pi}|$  на  $\overline{\Phi C}_{\pi}$  или на сумму  $\Phi C_i + \overline{\Phi C}_{\pi}$ . Тогда нормированная ММБ будет иметь вид:

$$\text{ММБ}_{\text{н}_1} = \frac{|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{\pi}|}{\overline{\Phi C}_{\pi}} < 1 \text{ или } \text{ММБ}_{\text{н}_2} = \frac{|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{\pi}|}{\Phi C_i + \overline{\Phi C}_{\pi}} < 1, \quad (1.2)$$

где  $\text{ММБ}_{\text{н}_2}$  представляет собой некий аналог конкурентного сходства, – *FRIS*-функцию [2], если  $\Phi C_i$  и  $\overline{\Phi C}_{\pi}$  представить в виде расстояний до опорного диагноза [3]:  $\Phi C_i = d(i, 0)$ ;  $\overline{\Phi C}_{\pi} = d(\pi, 0)$ .

Разделив ВМБ на  $\text{ММБ}_{\text{н}_1}$  и  $\text{ММБ}_{\text{н}_2}$  (1.2), получим нормированные ВММБ:

$$U_{\text{н}_1} = f(\Phi C_i / D_{\pi}) / \frac{|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{\pi}|}{\overline{\Phi C}_{\pi}} = \frac{f(\Phi C_i / D_{\pi})}{|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{\pi}|} \overline{\Phi C}_{\pi} \quad (1.3a)$$

и

$$U_{\text{н}_2} = \frac{f(\Phi C_i / D_{\pi})}{|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{\pi}|} (\Phi C_i + \overline{\Phi C}_{\pi}) \quad (1.3б)$$

Если  $\text{ММБ}_{\text{н}_3} = (\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{\pi})^2 / (\Phi C_i + \overline{\Phi C}_{\pi})$

и  $\text{ММБ}_{\text{н}_4} = [(\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{\pi}) / (\Phi C_i + \overline{\Phi C}_{\pi})]^2$ , то

получим модифицированные нормированные ВММБ, а именно:

$$U_{\text{н}_3} = \frac{f(\Phi C_i / D_{\pi})}{(\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{\pi})^2} (\Phi C_i + \overline{\Phi C}_{\pi}) \quad (1.4a)$$

и

$$U_{H_4} = \frac{f(\Phi C_i / D_{\pi})}{(\Phi C_i - \overline{\Phi C_{\pi}})^2} (\Phi C_i + \overline{\Phi C_{\pi}})^2 \quad (1.46)$$

Понятно, что по критерию максимума наилучшими из нормированных ВММБ являются  $U_{H_3}$  и  $U_{H_4}$ .

Конечно же, чем ближе  $\Phi C_i$  объекта к своему истинному диагнозу ( $D_{и}$ ), тем явственнее проявляется принадлежность к нему состояния объекта и это подтверждает круто возрастающие кривые приведенных выше ВММБ (рис. 1.2). Однако близость  $\Phi C_i$  к  $D_{и}$  бывает уже на поздних стадиях развития процесса ухудшения состояния, а это ухудшение надо обнаружить на ранней стадии, когда отклонение  $\Phi C_i$  от центра равновесия (тяжести) в сторону  $D_{и}$  мало.

Наихудшим для распознавания состояния исследуемого объекта является случай, когда  $\Phi C_i$  попадает в интервал разногласия ВМБ и ММБ, о чем было замечено во введении. Именно в этом интервале находится центр равновесия (тяжести) двух, наиболее вероятных конкурирующих диагнозов, один из которых –  $D_{и}$ .

Прежде чем перейти к созданию новой, эффективной меры близости, которая позволила бы на раннем этапе развития какого-либо процесса (заболевания, неисправности, разладки, кризиса и пр.) диагностировать новое состояние, в которое переходит объект, – очень сжато покажем, ссылаясь на [3], как, каким образом могут быть выбраны 2 наиболее вероятных диагноза (н.в.д.), или сразу один –  $D_{и}$ , из множества возможных верифицированных, эталонных диагнозов (состояний). Эффективные меры близости способствуют правильному распознаванию состояния (диагноза) объекта. Поэтому в отрыве от проблемы установления  $D_{и}$  их рассматривать нельзя.

#### I.4 Пояснение к выбору двух наиболее вероятных диагнозов (н.в.д) и установлению истинного

Из  $L_1 = 7 \div 10$  сильно пересекающихся диагнозов, в область пересечения которых попало  $\Phi C_i$ , отбирают сначала  $\Omega_{\text{н.в.д.}} = 2 \div 4$ ;  $\Omega \subset L_1$ . Отбор этих  $\Omega_{\text{н.в.д.}}$  проводят по наибольшим значениям апостериорной вероятности каждого из диагнозов, начиная с максимального значения, и выписывают в ранговую цепочку предпочтения  $\Omega_{\text{н.в.д.}}$

$$D_* \succ D_2 \succ \dots \succ D_\Omega$$

согласно цепочке неравенств при  $n$ -ой проверке состояния объекта

$$\max P(D_*/\Phi C) > P(D_2/\Phi C)_{\max-1} > \dots > P(D_{L_1}/\Phi C), \quad (1.5),$$

где  $P(D_\pi / \Phi C)$  - апостериорная вероятность  $\pi$ -го диагноза,  $D_*$  - прелиминарный диагноз, который может оказаться истинным.

При одной ФС

$$P(D_\pi/\Phi C) = \frac{P(D_\pi)U_{\text{баз1(2)\pi}}(\Phi C/D_\pi)}{\sum_{\pi=1}^L P(D_\pi)U_{\text{баз1(2)\pi}}(\Phi C/D_\pi)} \quad (1.5a)$$

где  $U_{\text{баз1(2)\pi}}$ -определяются ф-ми (1.1a) и (1.1б)

При нескольких ( $\nu$ )ФС

$$P(D_\pi/\Phi C) = \frac{P(D_\pi) \sum_{q=1}^{\nu} U_{\text{баз1(2)\pi q}}(\Phi C/D_\pi)}{\sum_{\pi=1}^L P(D_\pi) \sum_{q=1}^{\nu} U_{\text{баз1(2)\pi q}}(\Phi C/D_\pi)}$$

или

$$P(D_\pi/\Phi C) = \frac{P(D_\pi) \prod_{q=1}^{\nu} U_{\text{баз1(2)\pi q}}(\Phi C/D_\pi)}{\sum_{\pi=1}^L P(D_\pi) \prod_{q=1}^{\nu} U_{\text{баз1(2)\pi q}}(\Phi C/D_\pi)}$$

Выбор числа  $\Omega_{\text{н.в.д.}}$  заканчивается, как только при  $n + \Psi$ -ой проверке

$$\sum_{\pi=1}^{\Omega} P(D_\pi/\Phi C) > P_3 = 0,96 \div 0,98, \quad (1.56)$$

т.е. сумма апостериорных вероятностей цепочки (1.5) превысит заданную вероятность.

Далее, по решающему правилу (РП) [3, ф-ла (1.40)]

$$R_i|_{D_*} = \max_{\pi \in \Omega} \frac{U(\Phi C_i/D_\pi)_{\Psi+1}}{U(\Phi C_i/D_\pi)_\Psi} \rightarrow X_i \in D_* \equiv D_{\text{и}} \quad (1.6),$$

где -  $X_i$ -состояние  $i$ -го проверяемого объекта, - выбирают 2 н.в.д., имеющих  $\max R_i|_{D_*}$  и  $R_i|_{D_2 \max-1}$ , где  $R_i|_{D_\pi}$  – динамическое отношение ВММБ при  $\pi$ -м диагнозе;  $\Psi$  – проверка, при которой обнаружено неисправное, нездоровое, аномальное или любое другое состояние  $X_i$  объекта, не соответствующее нормальному или стабильному состоянию.

Из РП (1.6) вытекает, что диагноз, имеющий  $\max R_i|_{D_*}$ , и есть  $D_{\text{и}}$ .

Подтверждающим условием истинности диагноза будет неравенство  $\gamma = R_i|_{D_{\text{и}}}/R_i|_{D_2} > \gamma_{\text{п}} > 1$ , где  $\gamma_{\text{п}}$  – установленный порог дискриминации (различимости) двух н.в.д., обеспечивающий высокую  $P > 0,9$  вероятность правильного диагностирования, установленную на обучающих выборках (при обучении). В случае, если  $\gamma < \gamma_{\text{п}}$ , то  $D_{\text{и}}$  окончательно определится при еще одной или двух проверках, когда условие будет выполнено.

Вторым подтверждающим условием истинности диагноза является неравенство

$$R_i|_{D_{\text{и}}, \Psi+2} > R_i|_{D_{\text{и}}, \Psi+1}.$$

$D_{\text{и}}$ , помимо основного РП (1.6), можно установить и двумя другими методами: «координат» и «вычеркивания ложных диагнозов» [3].

Выбрать, например,  $\Omega = 3$  н.в.д. можно и другим способом.

### **Замечание о выборе наиболее вероятных диагнозов.**

#### **Метод их интервального размножения**

При сильном «переплетении» областей диагнозов весьма убедительным при диагностировании может оказаться интервальное оценивание степени принадлежности проверяемого объекта к тому или иному диагнозу (состоянию), так как  $\Phi C_i$  – случайная величина, с неким математическим ожиданием –  $M$  и дисперсией  $\sigma^2$ . Т.е. необходимо будет проверить интервальную принадлежность состояния объекта к каждому из  $L_1$  диагнозов



и затем, в каждом из ряда под- интервалов разбивки, расставить их (диагнозы) по ранжиру. Запишем интервальную оценку  $\Phi C_i$  в виде

$$-t_\gamma \sigma_{\Phi C} + M[\Phi C_i] < \Phi C_i < M[\Phi C_i] + t_\gamma \sigma_{\Phi C},$$

где  $\gamma$  – принятая доверительная вероятность,  $t_\gamma < 3$ .

Разбив этот интервал на  $K$  равных отрезков ( $K \geq 10$ ), для каждого  $j$ -го из них, по формуле ( 1.5а ) и условию (1.5), получим свой набор ранжированных диагнозов, ( $j = \overline{1, K}$ );  $\Phi C_{ij}$  – середина  $j$ -го отрезка. Значение плотности вероятности на каждом  $j$ -ом отрезке берётся от т.  $\Phi C_{ij}$ . Составим матрицу неравенств с предпочтениями диагнозов на каждом отрезке интервала

$$\begin{array}{cccccc} D_{11} & \succ & D_{21} & \succ & \dots & \succ & D_{L1}, \\ D_{12} & \succ & D_{22} & \succ & \dots & \succ & D_{L2}, \\ D_{13} & \succ & D_{23} & \succ & \dots & \succ & D_{L3}, \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ D_{1j} & \succ & D_{2j} & \succ & \dots & \succ & D_{Lj}, \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ D_{1k} & \succ & D_{2k} & \succ & \dots & \succ & D_{Lk}. \end{array}$$

Число столбцов ( диагнозов ) в этой матрице равно  $L_1$ . Диагнозы в каждой из строк будут иметь различную ранжировку, т.е.  $D_{\pi j} \neq D_{\pi^* j^*}$ , где знак  $\neq$  – здесь означает не соответствие. Очевидно, что какие-то диагнозы из числа  $L_1$ , находящиеся в разных строках и столбцах матрицы, будут одни и те же, т.е. будут иметь место повторения. Строки матрицы – суть наборы  $L_j$  с повторениями. Всего таких наборов –  $K$ , а общее число диагнозов с повторениями  $W = L_1 \cdot K$  (размер матрицы неравенств  $L_1 \times K$ ).

Обозначим повторяющиеся диагнозы теми же индексами:  $D_1, D_2, \dots, D_{L_1}$  и запишем с учетом повторений следующее равенство:

$$W = n_{D_1} + n_{D_2} + \dots + n_{D_{L_1}} + R,$$

где  $n_{D_1}, n_{D_2}, \dots, n_{D_{L_1}}$  – числа повторений соответствующих диагнозов;  $R$  – число единичных, неповторяющихся диагнозов.

Если в указанном выше равенстве  $n_{D_1} > n_{D_2} > \dots > n_{D_L}$ , то ранговая цепочка предпочтения диагнозов будет:  $D_1 \succ D_2 \succ \dots \succ D_{L_1}$ . Допустим решено выбрать  $\Omega = 3$  наиболее вероятных диагноза (н.в.д.). Если окажется, что

$n_{D_1} > n_{D_2} > n_{D_3}$ , то н.в.д. будут:  $D_1, D_2$  и  $D_3$ . При этом должно соблюдаться условие (1.5б).

Если это условие не соблюдается, то постановку диагноза откладывают до следующей проверки или увеличивают число н.в.д. до 4 – х, или несколько уменьшают пороговое значение  $P_{II}$ .

Даже, если бы мы не знали дисперсию  $\Phi C_i$ , то, для применения этого математического приема, следовало бы искусственно задать интервал, например,  $(\Phi C_i - 0,15\Phi C_i, \Phi C_i + 0,15\Phi C_i)$ , для случая единичных дорогостоящих проверок. Назовем этот математический прием методом интервального размножения на множестве сильно пересекающихся распределений любых случайных величин или функций. В данном случае – размножение случайных значений ВММБ, а через них – размножение наиболее вероятных состояний (диагнозов), с неизбежным их повторением на интервале, «интервале истинности», где истинное состояние проверяемого объекта или исследуемого процесса, явления, с вероятностью, близкой к 1, будет находиться внутри этого интервала.

### **1.5 Интегральная вероятностная мера близости (ИВМБ) и интегральные вероятностно-метрические меры близости (ИВММБ)**

Рассмотрим нахождение и положение центра равновесия или тяжести –  $\Phi C_0$  двух н.в.д., выбор которых дан в разделе 1.4. На рис. 1.1а) и б) показаны положения  $\Phi C_0$  для двух случаев: 1а – двух диагнозов с нормальным распределением  $\Phi C$  и примерно одинаковыми дисперсиями и 1б) – двух диагнозов с ассиметричными законами распределения. Для простоты и наглядности построения ИВМБ разберем случай с нормальным законом распределения плотностей вероятностей  $\Phi C$  (см. рис. 1.1а).

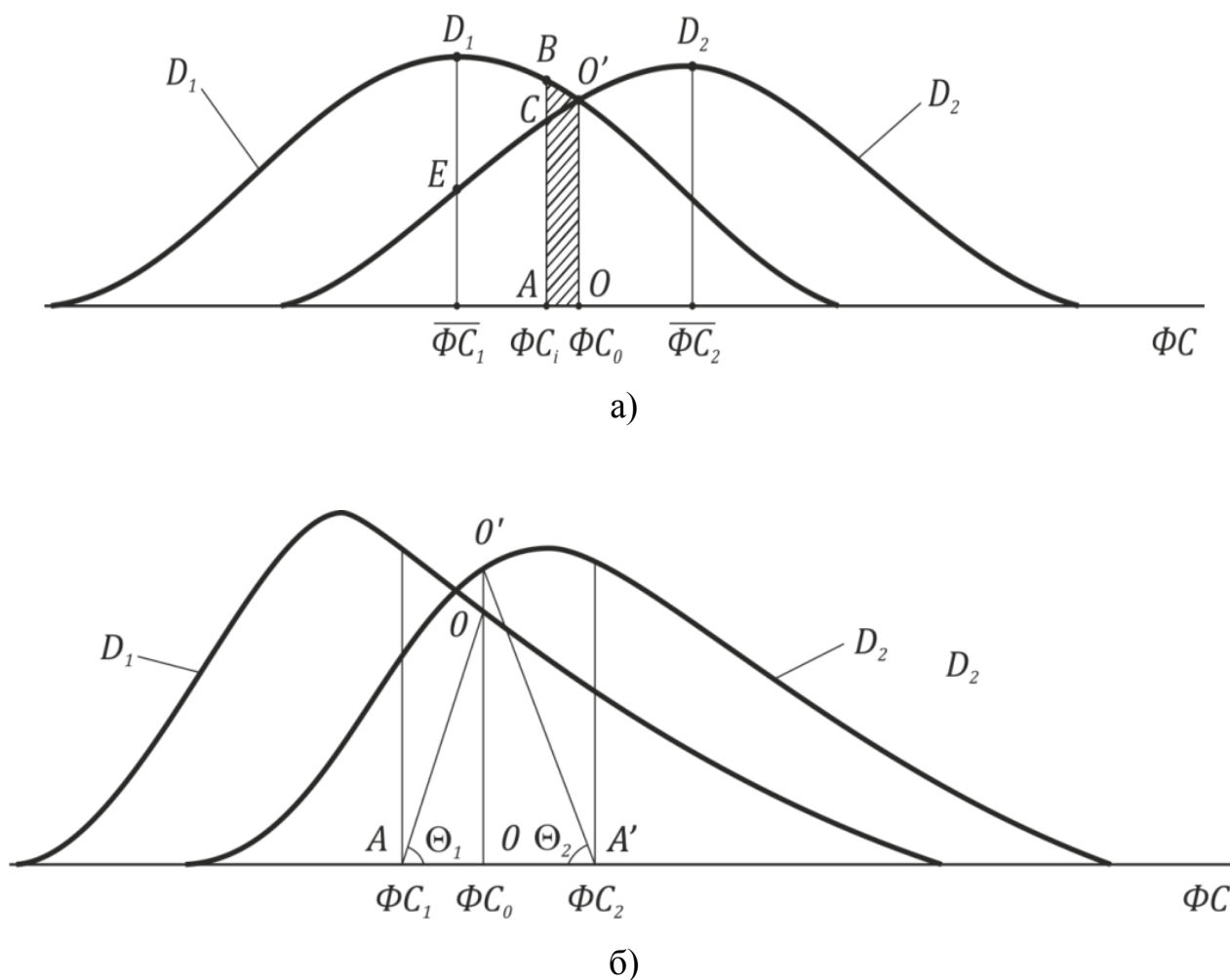


Рис.1.1(а и б). К иллюстрации создания интегральной вероятностной меры близости (ИВМБ) для случаев: а) – двух наиболее вероятных диагнозов (н.в.д.) с нормальным законом распределения функции состояния (ФС) и б) – двух н.в.д. с ассиметричными законами распределения ФС.

При условии, заданном рис. 1.1а,  $\Phi C_0$  находится из решения уравнения

$$f(\Phi C_0/D_1) = f(\Phi C_0/D_2)$$

$$\text{и } \Phi C_0 = (\bar{\Phi C}_1 + \bar{\Phi C}_2)/2.$$

В любых других случаях, например, при условии, заданном на рис. 1.1б,  $\Phi C_0$  находится из решения уравнения

$$tg\Theta_1 = \frac{f(\Phi C_0/D_1)}{|\Phi C_0 - \bar{\Phi C}_1|} = \frac{f(\Phi C_0/D_2)}{|\Phi C_0 - \bar{\Phi C}_2|} = tg\Theta_2; \quad \Theta_1 = \Theta_2 = \Theta. \quad (1.7)$$

Т.е. при равновесии диагнозов должны быть равны их ВММБ (базовый вариант). Угол  $\Theta$  должен быть одним и тем же, а треугольники  $\overline{\Phi C}_1 O \Phi C_0$  и  $\Phi C_0 O' \overline{\Phi C}_2$  – подобны.

Уравнение (1.7) можно переписать в виде:

$$\frac{f(\Phi C_0/D_1)}{f(\Phi C_0/D_2)} = \frac{|\Phi C_0 - \overline{\Phi C}_1|}{|\Phi C_0 - \overline{\Phi C}_2|}$$

Допустим, что при  $\Psi$ -й проверке состояния  $X_i$  объекта значение  $\Phi C_i$  оказалось в т. А со сдвигом или отклонением от центра равновесия  $\Phi C_0$  в сторону статистического центра –  $\overline{\Phi C}_1$  диагноза  $D_1$ . Величина отклонения  $l = \Phi C_0 - \Phi C_i = AO$ .

Посмотрим, как будут изменяться площади фигур  $ABO'O$  и  $ACO'O$  при движении  $\Phi C_i$  в сторону  $D_1$ . Из рис. 1.1а понятно, что площадь  $ABO'O$  будет увеличиваться до своего предела – площади фигуры  $\overline{\Phi C}_1 D_1 O'O$ , а площадь фигуры  $ACO'O$  будет также увеличиваться до своего предела – площади фигуры  $\overline{\Phi C}_1 E O'O$ , но на равных интервалах  $\Delta \Phi C_i$  – уменьшаться, так как уменьшается плотность вероятности  $\Phi C$  при диагнозе  $D_2$ .

Теперь разберем физический смысл этих площадей.

Площадь  $S_{ABO'O}$  представляет собой увеличивающуюся вероятность нарушения равновесия в пользу диагноза  $D_1$  или, в терминах теории вероятности, – вероятность попадания  $\Phi C_i$  в интервал  $(A, \Phi C_0)$  или  $(\Phi C_i, \Phi C_0)$ , где  $\Phi C_i$  – переменная величина, которая при развитии процесса смещается, допустим, в сторону диагноза  $D_1$ , т.е.

$$S_{ABO'\Phi C_0} = P|_{\Phi C_i}^{\Phi C_0}(D_1) = \int_{\Phi C_i}^{\Phi C_0} f_1(\Phi C/D_1) d\Phi C \quad (1.8)$$

При этом  $S_{\overline{\Phi C}_1 D_1 B A}$  или, что то же самое,  $S_{\overline{\Phi C}_1 D_1 B \Phi C_i}$  представляет собой вероятность попадания  $\Phi C_i$  в интервал  $(\overline{\Phi C}_1, \Phi C_i)$ . Площадь фигуры  $\overline{\Phi C}_1 D_1 B \Phi C_i$  уменьшается за счет увеличения  $S_{ABO'O}$ .

$$S_{\overline{\Phi C}_1 D_1 B A} = P|_{\overline{\Phi C}_1}^{\Phi C_i}(D_1) = \int_{\overline{\Phi C}_1}^{\Phi C_i} f_1(\Phi C/D_1) d\Phi C \quad (1.9)$$

Что происходит в отношении диагноза  $D_2$ ?

$S_{AC_0O'}$  – вероятность попадания  $\Phi C_i$  в интервал  $(\Phi C_i, \Phi C_0)$  диагноза  $D_2$

$$S_{\Phi C_i C O' \Phi C_0} = P|_{\Phi C_i}^{\Phi C_0}(D_2) = \int_{\Phi C_i}^{\Phi C_0} f_2(\Phi C/D_2) d\Phi C \quad (1.10)$$

Площадь фигуры  $\Phi C_i C D_2 \overline{\Phi C_2} = S_{\Phi C_i C D_2 \overline{\Phi C_2}} = S_{\Phi C_i C O' \Phi C_0} + S_{\Phi C_0 O' D_2 \overline{\Phi C_2}}$ .

Но  $S_{\Phi C_0 O' D_2 \overline{\Phi C_2}}$  – пустая, «замороженная» область, куда  $\Phi C_i$ , при движении к  $D_1$ , не попадает с  $P = 0$ . Поэтому вероятность попадания  $\Phi C_i$  в область  $\Phi C_i C D_2 \overline{\Phi C_2}$  равна вероятности попадания в область  $\Phi C_i C O' \Phi C_0$ .

Таким образом, в то время как  $P|_{\Phi C_i}^{\Phi C_0}(D_1)$  (1.8) увеличивается при стремлении  $\Phi C_i$  к  $D_1$ ,  $P|_{\Phi C_1}^{\Phi C_i}(D_1)$  (1.9) уменьшается. Если  $P|_{\Phi C_i}^{\Phi C_0}(D_1)$  поставить в числитель будущего отношения, а  $P|_{\Phi C_1}^{\Phi C_i}(D_1)$  – в знаменатель, то произойдет стремительный рост частного от деления. Это отношение применимо к любому диагнозу, к которому будет стремиться  $\Phi C_i$ . Поэтому в общем виде отношение

$$P|_{\Phi C_i}^{\Phi C_0}(D_\pi) / P|_{\Phi C_1}^{\Phi C_i}(D_\pi)$$

назовем интегральной вероятностной мерой близости (ИВМБ):

$$\text{ИВМБ} = F(\Phi C/D_\pi) = \int_{\Phi C_i}^{\Phi C_0} f(\Phi C/D_\pi) d\Phi C / \int_{\Phi C_\pi}^{\Phi C_i} f(\Phi C/D_\pi) d\Phi C \quad (1.11)$$

В т.  $\overline{\Phi C_\pi} = \Phi C_i$  ИВМБ =  $\infty$ .

ИВМБ многократно эффективнее ВМБ, что проиллюстрировано на рис. 1.2 и рис. 1.3 ( см.ниже ).

Теперь вполне логично, подобно ВММБ, предложить интегральную ВММБ (ИВММБ), поделив ИВМБ на ММБ, т.е. на  $|\Phi C_i - \overline{\Phi C_\pi}|$ ,  $(\Phi C_i - \overline{\Phi C_\pi})^2$ , на нормированную ММБ:  $(|\Phi C_i - \overline{\Phi C_\pi}|) / \overline{\Phi C_\pi}$  или  $(|\Phi C_i - \overline{\Phi C_\pi}|) / (\Phi C_i + \overline{\Phi C_\pi})$ . Тогда получим, например, при первых двух ММБ следующие выражения для ИВММБ:

$$\text{ИВММБ} = U_{и,n=1} = F(\Phi C/D_\pi) / |\Phi C_i - \overline{\Phi C_\pi}| \quad (1.12)$$

или

$$\text{ИВММБ} = U_{и,n=2} = F(\Phi C/D_\pi) / |\Phi C_i - \overline{\Phi C_\pi}|^n, \quad (1.13)$$

где обычно  $n = 2$ ;  $F(\Phi C/D_\pi)$  определяется по формуле (1.11).

Формулой (1.11) определена  $F(\Phi C/D_\pi)$  для диагноза, ближе к которому от  $\Phi C_0$  попало  $\Phi C_i$  при  $\Psi$ -ой проверке состояния объекта. Таким диагнозом в нашем случае является  $-D_1$ , т.е.

$$F(\Phi C/D_1) = \int_{\Phi C_i}^{\Phi C_0} f(\Phi C/D_1) d\Phi C / \int_{\Phi C_1}^{\Phi C_i} f(\Phi C/D_1) d\Phi C \quad (1.14a)$$

Согласно (1.10) и последующему комментарию для диагноза  $D_2$ , в этом случае,

$$F(\Phi C/D_2) = \int_{\Phi C_i}^{\Phi C_0} f(\Phi C/D_2) d\Phi C / \int_{\Phi C_i}^{\overline{\Phi C_2}} f(\Phi C/D_2) d\Phi C \quad (1.14б)$$

И, соответственно, согласно (1.12) и (1.13), ИВММБ будут

$$U_{и,n=1}(\Phi C/D_1) = F(\Phi C/D_1) / |\Phi C_i - \overline{\Phi C_1}|, \quad (1.15a)$$

$$U_{и,n=1}(\Phi C/D_2) = F(\Phi C/D_2) / |\Phi C_i - \overline{\Phi C_2}| \quad (1.15б)$$

или

$$U_{и,n=2}(\Phi C/D_1) = F(\Phi C/D_1) / (\Phi C_i - \overline{\Phi C_1})^2, \quad (1.16a)$$

$$U_{и,n=2}(\Phi C/D_2) = F(\Phi C/D_2) / (\Phi C_i - \overline{\Phi C_2})^2. \quad (1.16б)$$

На примере рис. 1.1a приведем расчетные формулы  $F(\Phi C/D_1)$ ,  $F(\Phi C/D_2)$ ,  $U_{и}(\Phi C/D_1)$  и  $U_{и}(\Phi C/D_2)$  для двух диагнозов с нормальным распределением плотности вероятности  $\Phi C$ .

Пусть для простоты и наглядности функции плотности вероятности  $\Phi C$  диагнозов  $D_1$  и  $D_2$  имеют нормальное распределение с близкими значениями средних квадратичных отклонений.  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ .

$$f(\Phi C/D_1) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\Phi C_i - \overline{\Phi C_1})^2}{2\sigma^2}}$$

$$f(\Phi C/D_2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\Phi C_i - \overline{\Phi C_2})^2}{2\sigma^2}}$$

Подставляя эти функции плотности в формулы (1.14a) и (1.14б), получим

$$F(\Phi C/D_1) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{\Phi C_i}^{\Phi C_0} \exp\left[-\frac{(\Phi C_i - \overline{\Phi C_1})^2}{2\sigma^2}\right] d\Phi C / \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{\Phi C_1}^{\Phi C_i} \exp\left[-\frac{(\Phi C_i - \overline{\Phi C_1})^2}{2\sigma^2}\right] d\Phi C,$$

$$F(\Phi C/D_2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{\Phi C_i}^{\Phi C_0} \exp\left[-\frac{(\Phi C_i - \overline{\Phi C_2})^2}{2\sigma^2}\right] d\Phi C / \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{\Phi C_i}^{\overline{\Phi C_2}} \exp\left[-\frac{(\Phi C_i - \overline{\Phi C_2})^2}{2\sigma^2}\right] d\Phi C,$$

Проведя замену переменной, вводом нормированного отклонения:

$$u_1 = |\Phi C_i - \overline{\Phi C_1}|/\sigma \quad \text{и} \quad u_2 = |\Phi C_i - \overline{\Phi C_2}|/\sigma,$$

приведем интегралы к виду, удобному для пользования таблицами

$$F(\Phi C/D_1) = \frac{\Phi\left(\frac{\Phi C_0 - \overline{\Phi C_1}}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\Phi C - \overline{\Phi C_1}}{\sigma}\right)}{\Phi\left(\frac{\Phi C - \overline{\Phi C_1}}{\sigma}\right)}; \quad (1.17a)$$

При  $\Phi C = \overline{\Phi C_1}$   $F(\Phi C/D_1) = \infty$ , т.к.  $\Phi(0) = 0$ .

$$F(\Phi C/D_2) = \frac{\Phi\left(\frac{\Phi C_0 - \overline{\Phi C_2}}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\Phi C - \overline{\Phi C_2}}{\sigma}\right)}{-\Phi\left(\frac{\Phi C - \overline{\Phi C_2}}{\sigma}\right)} = \frac{\Phi\left(\frac{\overline{\Phi C_2} - \Phi C}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\overline{\Phi C_2} - \Phi C_0}{\sigma}\right)}{\Phi\left(\frac{\overline{\Phi C_2} - \Phi C}{\sigma}\right)} \quad (1.17б)$$

так как  $\Phi(-u) = -\Phi(u)$ ;  $\Phi(u)$  – функция Лапласа [29].

Прежде чем перейти к анализу эффективности полученных и базисных мер близости (сходства) приведем другой метод выбора двух н.в.д., поясняющий анализ эффективности.

### **I.6. Обобщенное диагностирующее отношение (ОДО) и выбор двух наиболее вероятных диагнозов (н.в.д.)**

Выбор двух н.в.д., который был приведен в п. 1.4, можно осуществить и по наибольшим значениям ОДО [3], представляющего собой вероятностно-метрическую дискриминантную функцию

$$\text{ОДО}_\pi = P(D_\pi) \cdot U(\Phi C_i/D_\pi). \quad (1.18a)$$

$$\max \text{ОДО} = \max_{L_1} P(D_\pi) \cdot U(\Phi C_i/D_\pi) = \max_{L_1} P(D_\pi) \cdot \frac{f(\Phi C_i/D_\pi)}{|\Phi C_i - \overline{\Phi C_\pi}|}, \quad (1.18)$$

где  $P(D_\pi)$  – априорная вероятность  $\pi$ -го диагноза.

Таким образом, выбираем диагноз  $D_1$  с  $\max P(D_1) \cdot U(\Phi C_i/D_1)$  и диагноз  $D_2$  с  $P(D_2) \cdot U(\Phi C_i/D_2)_{\max-1}$ .

В двумерном случае, при двух независимых ФС ( $\Phi C_1$  и  $\Phi C_2$ ), направляемых по осям координат, выбор осуществляют по

$$\max_{L_1} P(D_\pi) \cdot U(\Phi C_{1i}, \Phi C_{2i}/D_\pi) = \max_{L_1} P(D_\pi) \cdot \frac{f(\Phi C_{1i}/D_\pi) \cdot f(\Phi C_{2i}/D_\pi)}{|\Phi C_{1i} - \overline{\Phi C_{1\pi}}| \cdot |\Phi C_{2i} - \overline{\Phi C_{2\pi}}|}.$$

ОДО входит в апостериорную вероятность диагноза –  $P(D_\pi/\Phi C)$ , в формулах (1.5а) и (1.5б)

$$P(D_\pi/\Phi C) = \frac{\text{ОДО}_\pi}{\sum_{\pi=1}^L \text{ОДО}_\pi} = \frac{P(D_\pi)U(\Phi C_i/D_\pi)}{\sum_{\pi=1}^L P(D_\pi)U(\Phi C_i/D_\pi)}$$

При нескольких ( $\nu$ )ФС и унимодальном распределении ФС

$$P(D_\pi/\Phi C) = \frac{P(D_\pi) \sum_{q=1}^{\nu} U(\Phi C_i/D_\pi)_q}{\sum_{\pi=1}^L P(D_\pi) \sum_{q=1}^{\nu} U(\Phi C_i/D_\pi)_q} = \frac{P(D_\pi)U_{\pi\nu}(\Phi C_i/D_\pi)}{\sum_{\pi=1}^L P(D_\pi)U_{\pi\nu}(\Phi C_i/D_\pi)} \quad (1.18б)$$

$P(D_\pi/\Phi C)$  из (1.18б) подставляется в (1.5б), а  $U_{\pi\nu}(\Phi C/D_\pi)$  определяется ф-ми (1.1в)

При пересечении двух диагнозов, РП отнесения состояния  $i$ -го проверяемого к диагнозу  $D_1$  или  $D_2$  запишем в виде неравенств.

$$\begin{cases} P(D_1)U(\Phi C_i/D_1) > P(D_2)U(\Phi C_i/D_2) \rightarrow X_i \in D_1 \\ P(D_1)U(\Phi C_i/D_1) < P(D_2)U(\Phi C_i/D_2) \rightarrow X_i \in D_2 \end{cases} \quad (1.19)$$

Поскольку  $P(D_\pi)$  – постоянная величина для каждого диагноза, на продолжительных временных интервалах исследуемого процесса, то решающее правило (РП) принадлежности  $X_i$  к тому или другому диагнозу зависит от второго сомножителя, т.е. меры близости. В (1.18) использована ВММБ =  $U_{\text{баз}, n=1}$ .

Таким образом, применяя разные меры близости, будем иметь разные значения  $\text{ОДО}(D_\pi)$ .

ОДО, как было отмечено выше, представляет собой вероятностно-метрическую дискриминантную функцию (усиленный вариант дискриминантных функций).

Перепишем (1.19) в виде отношений



$$\begin{aligned} U(\Phi C_i/D_1)/U(\Phi C_i/D_2) &> P(D_2)/P(D_1) \rightarrow X_i \in D_1 \\ U(\Phi C_i/D_1)/U(\Phi C_i/D_2) &< P(D_2)/P(D_1) \rightarrow X_i \in D_2 \end{aligned} \quad (1.19б)$$

Отношения в правых частях неравенств (1.19б) постоянны.

Если известны функции плотности распределения значений -  $\xi_r$  каждого из  $m$  параметров состояния,  $r = \overline{1, m}$ , (см. пояснение к определению ФС =  $\varphi(\xi_1^b, \xi_2^b, \dots, \xi_m^b, N_1, N_2, \dots, N_m)$  в п. 1.2) для каждого из диагнозов – эталонов  $D_1$  и  $D_2$ , то РП можно записать в ином виде:

$$\begin{aligned} \prod_{r=1}^m \frac{P(D_1)U(\xi_r/D_1)}{P(D_2)U(\xi_r/D_2)} &> 1 \rightarrow X_i \in D_1 \\ \prod_{r=1}^m \frac{P(D_1)U(\xi_r/D_1)}{P(D_2)U(\xi_r/D_2)} &< 1 \rightarrow X_i \in D_2 \end{aligned}$$

Зададимся еще раз вопросом: «Зачем нужна более «чувствительная», более эффективная мера близости?»

Вместо  $U(\Phi C_i/D_\pi)$  возьмем вероятностную меру –  $f(\Phi C_i/D_\pi)$ , эффективность которой, как будет показано ниже, мала.

Тогда неравенства (1.19б) запишем в виде хорошо известных в теории статистических решений [9,17÷20], РП, включающих модифицированное отношение правдоподобия, потому что вместо определяющего вектора  $m$  параметров берется ФС:

$$\begin{aligned} f(\Phi C_i/D_1)/f(\Phi C_i/D_2) &> P(D_2)/P(D_1) \rightarrow X_i \in D_1 \\ f(\Phi C_i/D_1)/f(\Phi C_i/D_2) &< P(D_2)/P(D_1) \rightarrow X_i \in D_2 \end{aligned} \quad (1.19в)$$

#### Определение понятия

Отношения, отличных от вероятностной, мер близости состояний объекта к каждому из двух конкурирующих диагнозов, оставшихся после отсеивания остальных, назовем, в отличие от отношения правдоподобия, отношениями предпочтения или отношениями дихотомической близости.

Из неравенств (1.19б) и (1.19в), с учетом (1.18), видно, что отношение правдоподобия входит в отношение предпочтения -  $U(\Phi C_i/D_1)/U(\Phi C_i/D_2)$  и является его частным случаем.

Приведем еще одно РП отношения предпочтения, основанное на ИВМБ =  $F(\Phi C_i/D_\pi)$  (см. ф-лу (1.11)).

$$\begin{aligned} F(\Phi C_i/D_1)/F(\Phi C_i/D_2) > P(D_2)/P(D_1) &\rightarrow X_i \in D_1 \\ F(\Phi C_i/D_1)/F(\Phi C_i/D_2) < P(D_2)/P(D_1) &\rightarrow X_i \in D_2 \end{aligned} \quad (1.19г)$$

Из неравенств (1.19б ÷ 1.19г) видно, что чем больше будет отношение правдоподобия в (1.19в) или отношения предпочтения в (1.19б) и (1.19г), тем меньше значимость отношения априорных вероятностей и, следовательно, меньше ошибка второго рода – пропуск цели: нежелательного, опасного, катастрофического события, онкологического заболевания и др. Как правило, априорная вероятность этих событий мала и когда отношение правдоподобия или предпочтения в пользу редкого события незначительно, ошибка второго рода достаточно велика, а именно эта ошибка стоит многократно дороже ошибки первого рода: ложной тревоги.

Разберем отношения (1.19в) и (1.19г). Допустим, что при использовании  $f(\Phi C_i/D_\pi)$ , второе неравенство (1.19в) справедливо и  $X_i \in D_2$ . Но при использовании более эффективной, как будет видно ниже, меры близости –

$$F(\Phi C_i/D_\pi), \quad \frac{F(\Phi C_i/D_1)}{F(\Phi C_i/D_2)} > \frac{P(D_2)}{P(D_1)}, \quad \text{и тогда } X_i \in D_1, \text{ а не к } D_2.$$

Это доказывает, что от выбора меры близости, ее эффективности, зависит правильность установления диагноза.

«Разногласие» при установлении  $D_{и}$  возможно и среди отношений дискриминантных функций, построенных на разных мерах близости, когда заранее определен пороговый уровень различия двух диагнозов.

Допустим, что на этапе обучения установлен порог –  $\delta_\pi > 1$  дискриминации (различения) двух диагнозов, обеспечивающий заданную высокую вероятность правильного диагностирования. Сравнению с  $\delta_\pi$  будут

подвержены отношения разных, в зависимости от применяемых мер близости, дискриминантных функций, а именно:

$$\frac{P(D_1)f(\Phi C_i/D_1)}{P(D_2)f(\Phi C_i/D_2)} = \delta_1, \quad \frac{P(D_1)f(\Phi C_i/D_1)|\Phi C_i - \overline{\Phi C_2}|}{P(D_2)f(\Phi C_i/D_2)|\Phi C_i - \overline{\Phi C_1}|} = \delta_2,$$

$$\frac{P(D_1)F(\Phi C_i/D_1)}{P(D_2)F(\Phi C_i/D_2)} = \delta_3 \quad \text{и} \quad \frac{P(D_1)F(\Phi C_i/D_1)|\Phi C_i - \overline{\Phi C_2}|}{P(D_2)F(\Phi C_i/D_2)|\Phi C_i - \overline{\Phi C_1}|} = \delta_4.$$

Если  $\delta_j > \delta_{\text{п}}$ , то  $X_i \in D_1 \equiv D_{\text{и}}$ ,  $j = 1, 2, 3, 4$ , при всех указанных мерах близости.

Если по эффективности распознавания  $f(\Phi C_i/D_{\text{п}})$  уступает  $F(\Phi C_i/D_{\text{п}})$ ,  $F(\Phi C_i/D_{\text{п}})$  уступает  $U_{\text{баз}}(\Phi C_i/D_{\text{п}})$ , а  $U_{\text{баз}}(\Phi C_i/D_{\text{п}})$  уступает  $U_{\text{и}}(\Phi C_i/D_{\text{п}})$ , то согласно транзитивности  $\delta_1 < \delta_2 < \delta_3 < \delta_4$  при одном и том же значении  $\Phi C_i$ .

Величина порога –  $\delta_{\text{п}}$  должна быть установлена при наименее эффективной мере близости, т.е. ВМБ. Для того, чтобы  $\delta_1$  стало  $> \delta_{\text{п}}$  необходимо, чтобы  $\Phi C_i$  была ближе к  $\overline{\Phi C_1}$  или  $\overline{\Phi C_2}$ , чем при использовании других мер близости. Тогда, если окажется, что  $\delta_1 \geq \delta_{\text{п}}$ , то остальные отношения  $\delta_j$ ,  $j = 2, 3$  и  $4$ , будут тем более  $> \delta_{\text{п}}$ . Для превышения  $\delta_{\text{п}}$ , например, при ИВММБ потребуется минимальное расстояние  $|\Phi C_i - \Phi C_0|$  и, следовательно, понадобится значительно меньшее время для установления  $D_{\text{и}}$  (пример см. ниже). Допустим, что все  $\delta_j > 1$ . Однако оказалось, что при некотором  $\Phi C_i$   $\delta_1 < \delta_{\text{п}}$ , а  $\delta_2 > \delta_{\text{п}}$ ,  $\delta_3 > \delta_{\text{п}}$  и  $\delta_4 > \delta_{\text{п}}$ . Следовательно, для установления  $D_{\text{и}}$ , при применении ВМБ =  $f(\Phi C_i/D_{\text{п}})$ , нужна еще одна проверка (диагностирование), а при использовании ВММБ, ИВМБ и ИВММБ дополнительной проверки не требуется и  $D_1 \equiv D_{\text{и}}$ .

Задача состоит в том, что важно не только установить  $D_{\text{и}}$ , но и сделать это как можно раньше за счет применения более эффективных мер близости, либо за меньшее число проверок при использовании методов математической диагностики [3].

Таким образом, при использовании более эффективных мер близости (сходства) для установления истинного состояния объекта потребуется

меньшее число дополнительных проверок (или совсем не потребуется). А это означает, что раньше будет выявлено нежелательное, опасное, угрожающее, катастрофическое и любое другое неблагоприятное состояние, отличное от нормального, стабильного состояния.

### 1.7 Анализ эффективности различных мер близости

Следует различать: а) – эффективность базисных и модифицированных ВММБ по отношению друг к другу, т.е. по критерию максимума при приближении  $\Phi C_i$  к одному из диагнозов,  $D_1$  или  $D_2$ , ( см. кривые 1а, 2а, 1'а, 2'а, 1б, 2б, 1'б, 2'б, 1в, 2в, 1'в, 2'в на рис. 1.2.), и б) – эффективность указанных мер близости, включая ИВМБ, по критерию максимума отношения предпочтения к одному из двух диагнозов, например,  $D_1$  на раннем этапе изменения состояния, когда  $\Phi C_i$  находится вблизи центра равновесия  $\Phi C_0$ . Именно этот случай (б) нас интересует. Анализ эффективности мер близости основан на сравнении отношений предпочтения (см. рис. 1.3).

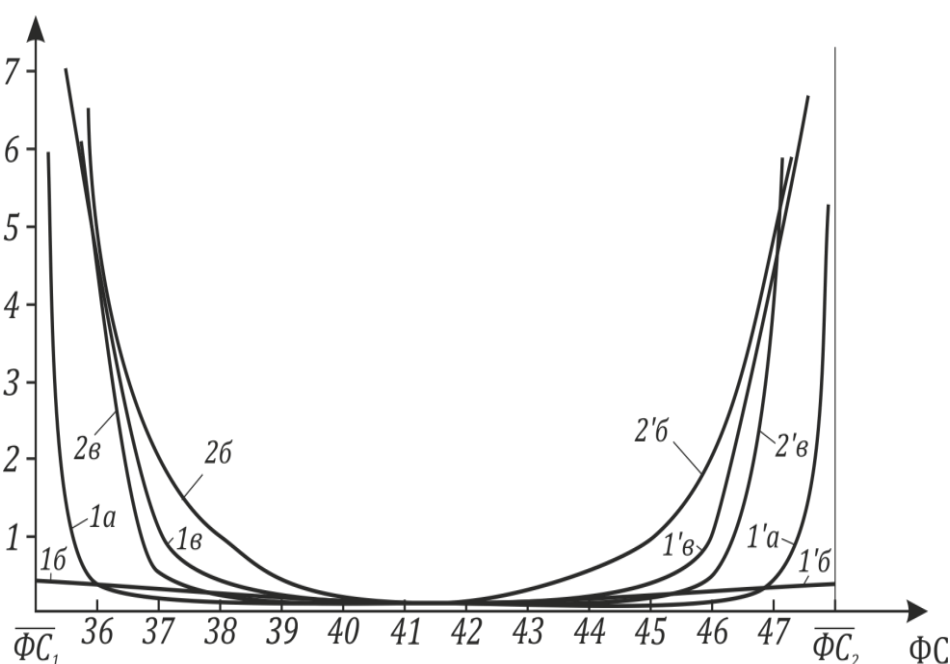


Рис.1.2. К иллюстрации эффективности мер близости по критерию максимума при приближении  $\Phi C_i$  к диагнозам  $D_1$  и  $D_2$ : 1а, 1'а и 2а, 2'а – кривые возрастания базисных ВММБ, соответственно,  $U_{\text{баз},n=1}$  и  $U_{\text{баз},n=2}$ ; 1б, 1'б и 2б, 2'б – кривые возрастания, соответственно, ВМБ и ИВМБ; 1в, 1'в и 2в, 2'в – кривые возрастания ИВММБ =  $U_{\text{в}}$ , соответственно,  $U_{\text{в},n=1}$  и  $U_{\text{в},n=2}$ .

Кривые 1а и 2а, и 1'а и 2'а практически совпадают на рис. 1.2.

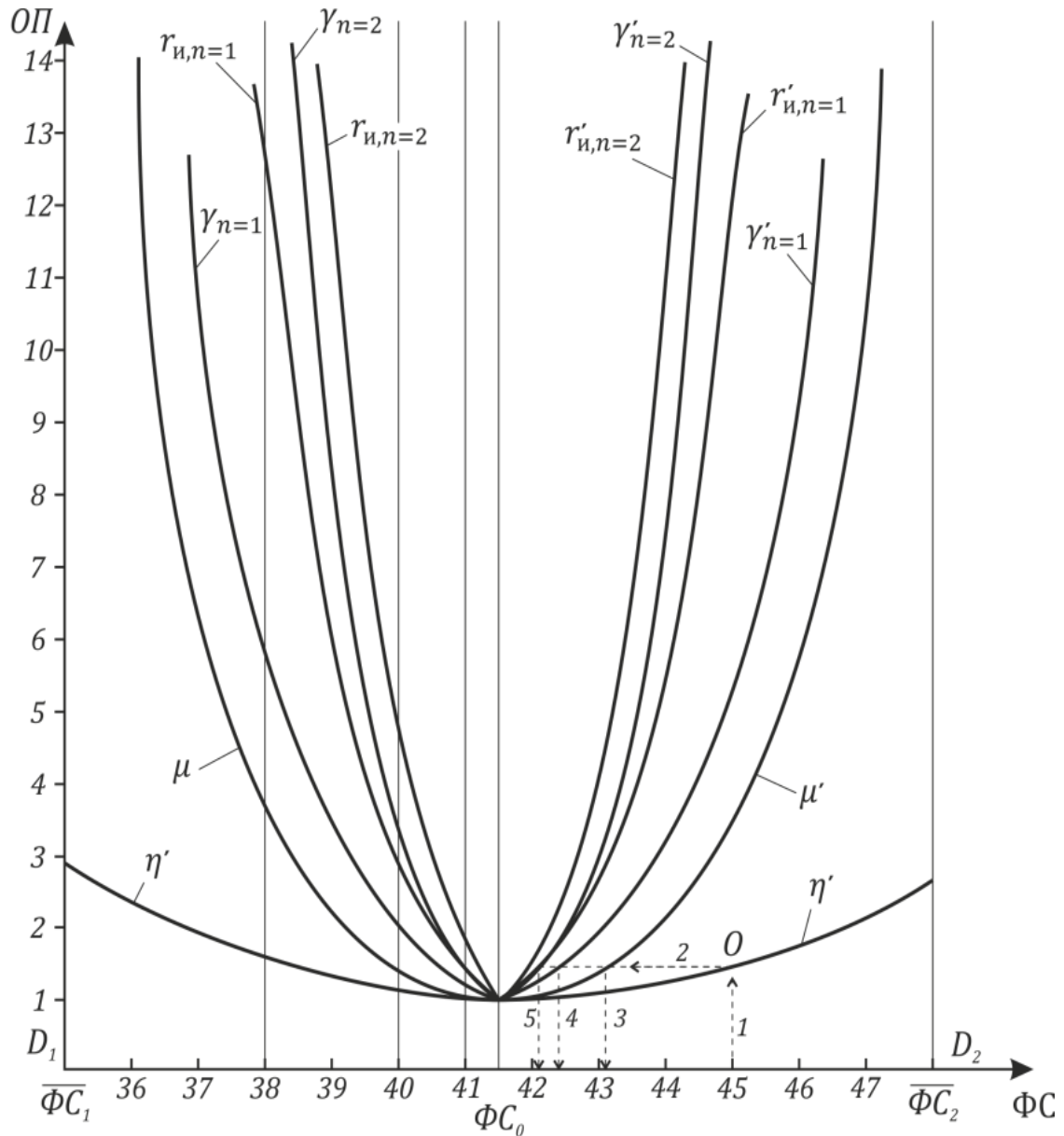


Рис.1.3. К иллюстрации эффективности мер близости по критерию максимума отношения правдоподобия и предпочтения при отклонении  $\Phi C_j$  от статистического центра равновесия =  $\Phi C_0$  диагнозов в сторону диагноза  $D_1$  или  $D_2$ ;  $\gamma_{n=1}$  и  $\gamma_{n=2}$  – кривые роста отношений предпочтения базисных ВММБ;  $\eta$  и  $\mu$  – кривые роста отношения правдоподобия ВМБ и отношения предпочтения ИВМБ;

$r_{и,n=1}$  и  $r_{и,n=2}$  – кривые роста отношения предпочтения ИВММБ (штрих сверху индексов – то же самое, только отнесенное к диагнозу  $D_2$ )

Итак, необходимо проанализировать эффективность представленных выше мер близости на раннем этапе перехода объекта из одного состояния (диагноза  $D_l$ ) в другое (диагноз  $D_s$ ),  $D_l$  и  $D_s \in L_1$ . Раннее выявление неблагоприятного состояния объекта или, наоборот, выявление перехода из неблагоприятного в

нормальное, здоровое состояние (характерно для экономических, социальных и финансово управленческих воздействиях при выходе из сложившихся непростых ситуаций в этих средах), – возможно при малом отклонении  $\Phi C_i$  от  $\Phi C_0$ , о чем было замечено в п. 1.3.

Дефиниция отношения предпочтения или дихотомической близости дана в предыдущем разделе. Чем больше отношение предпочтения рассматриваемой меры близости, тем она эффективнее. Самой эффективной будет мера близости с максимальным значением отношения предпочтения при одном и том же малом отклонении  $\Phi C_i$  от  $\Phi C_0$ .

Таким образом, критерием эффективности мер близости является максимум отношения предпочтения.

Выпишем, а затем сравним эффективность мер близости по этому критерию.

1. Модифицированное отношение правдоподобия

$$\eta = \frac{f(\Phi C_i/D_1)}{f(\Phi C_i/D_2)} \quad (1.20)$$

2. Отношение предпочтения для базовой ВММБ =  $U_{\text{баз},n=1}$

$$\gamma_{n=1} = \frac{f(\Phi C_i/D_1)}{f(\Phi C_i/D_2)} \cdot \frac{|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_2|}{|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_1|} \quad (1.21)$$

3. Отношение предпочтения ВММБ =  $U_{\text{баз},n=2}$

$$\gamma_{n=2} = \frac{f(\Phi C_i/D_1)}{f(\Phi C_i/D_2)} \cdot \left( \frac{\Phi C_i - \overline{\Phi C}_2}{\Phi C_i - \overline{\Phi C}_1} \right)^2 \quad (1.22)$$

К сожалению отношения предпочтения, для нормированных мер близости: (1.3б), (1.4а), (1.4б), не принесут должного, желаемого эффекта, выигрыша в пользу диагноза  $D_1$ , когда  $\Phi C_i$  оказывается ближе к диагнозу  $D_1$  и  $\overline{\Phi C}_1 < \Phi C_i < \Phi C_0$  (см. рис. 1.1а). В этом можно убедиться, разделив, например, нормированную  $U_n(\Phi C_i/D_1)$  на нормированную  $U_n(\Phi C_i/D_2)$ . Получим следующее отношение предпочтения

$$\omega_1 = \frac{f(\Phi C_i/D_1)}{f(\Phi C_i/D_2)} \cdot \frac{|\Phi C_i - \overline{\Phi C_2}|}{|\Phi C_i - \overline{\Phi C_1}|} \cdot \frac{\Phi C_i + \overline{\Phi C_1}}{\Phi C_i + \overline{\Phi C_2}}. \quad (1.23)$$

При движении  $\Phi C_i$  в сторону  $D_1$ , первые два отношения в (1.23) больше 1, а третье – меньше 1, так как  $\overline{\Phi C_1} < \overline{\Phi C_2}$ . Поэтому последнее отношение не увеличивает  $\omega$ .

Зато при стремлении  $\Phi C_i$  к диагнозу  $D_2$  эффект от нормированных ВММБ и ИВММБ будет наибольшим, так как  $\overline{\Phi C_2} > \overline{\Phi C_1}$  и третий множитель ф-лы (1.23б), тоже окажется  $>1$ .

$$\omega_2 = \frac{f(\Phi C_i/D_2)}{f(\Phi C_i/D_1)} \cdot \frac{|\Phi C_i - \overline{\Phi C_1}|}{|\Phi C_i - \overline{\Phi C_2}|} \cdot \frac{\Phi C_i + \overline{\Phi C_2}}{\Phi C_i + \overline{\Phi C_1}}. \quad (1.23б)$$

$$\frac{\Phi C_i + \overline{\Phi C_2}}{\Phi C_i + \overline{\Phi C_1}} > 1; \quad \omega_2 > \omega_1 \quad \text{и} \quad \omega_2 > \gamma > \eta.$$

#### Интегральные отношения предпочтения

4. Отношение предпочтения для ИВМБ (1.11), (1.14а) и (1.14б)

$$\mu = F(\Phi C_i/D_1)/F(\Phi C_i/D_2) \quad (1.24)$$

5. Отношения предпочтения для ИВММБ (1.15а), (1.15б) и (1.16а), (1.16б)

$$r_{n=1} = \frac{U_{и,n=1}(\Phi C/D_1)}{U_{и,n=1}(\Phi C/D_2)} = \frac{F(\Phi C_i/D_1)}{F(\Phi C_i/D_2)} \cdot \frac{|\Phi C_i - \overline{\Phi C_2}|}{|\Phi C_i - \overline{\Phi C_1}|} \quad (1.25)$$

6. Отношение предпочтения нормированной ИВММБ<sub>(n=1)</sub>

$$\omega_{n=1}^H = \frac{F(\Phi C_i/D_2)}{F(\Phi C_i/D_1)} \cdot \frac{|\Phi C_i - \overline{\Phi C_1}|}{|\Phi C_i - \overline{\Phi C_2}|} \cdot \frac{\Phi C_i + \overline{\Phi C_2}}{\Phi C_i + \overline{\Phi C_1}}. \quad (1.25б)$$

$$\text{и } \omega_1^H > r_1$$

7. Отношение предпочтения ИВММБ при n=2

$$r_{n=2} = \frac{U_{и,n=2}(\Phi C/D_1)}{U_{и,n=2}(\Phi C/D_2)} = \frac{F(\Phi C_i/D_1)}{F(\Phi C_i/D_2)} \cdot \left( \frac{\Phi C_i - \overline{\Phi C_2}}{\Phi C_i - \overline{\Phi C_1}} \right)^2 \quad (1.26)$$

8. Отношение предпочтения нормированной ИВММБ<sub>(n=2)</sub>

$$\omega_{n=2}^H = \frac{F(\Phi C_i/D_2)}{F(\Phi C_i/D_1)} \cdot \left( \frac{\Phi C_i - \overline{\Phi C_1}}{\Phi C_i - \overline{\Phi C_2}} \right)^2 \cdot \frac{\Phi C_i + \overline{\Phi C_2}}{\Phi C_i + \overline{\Phi C_1}}. \quad (1.26б)$$

$$\text{и } \omega_{n=2}^H > r_2$$

При нормировке выбранных мер близости важным является условие, при котором  $\overline{\Phi C_\pi}$ , к которому стремится  $\Phi C_i$ , был бы больше  $\overline{\Phi C_{\pi'}}$   $\pi'$  – го диагноза, альтернативного  $\pi$  – му, т.е.  $\overline{\Phi C_\pi} > \overline{\Phi C_{\pi'}}$ .

Максимальный эффект будет получен от использования нормированной ИВММБ, так как её отношение предпочтения будет наибольшим среди всех остальных.

Предпочтение в использовании выбранных мер близости отдается согласно цепочке неравенств

$$\omega_{n=2}^H > \omega_{n=1}^H > \omega > r > \gamma > \mu > \eta$$

Из-за обилия линий на рис.1.3 и недостатка места в связи с этим, кривые функций отношений предпочтения  $\omega_1^H(\Phi C)$  и  $\omega_2^H(\Phi C)$  не показаны. Они круче всех остальных и ближе к оси ординат.

Таким образом, нормированные ВММБ и ИВММБ обладают наибольшей эффективностью.

Подобно логарифму отношения правдоподобия можно привести логарифмы предложенных отношений предпочтения, касающихся уже новых информационных мер близости, см. раздел II.

## I.8 Поясняющий пример

Сравнение эффективности мер близости по отношениям правдоподобия (1.20) и предпочтения (1.21) ÷ (1.26) проведем на примере. Пусть для простоты два конкурирующих, наиболее вероятных диагнозов  $D_1$  и  $D_2$  имеют нормальное распределение плотности вероятности  $\Phi C$  с примерно одинаковой дисперсией. Пусть также известны следующие данные:  $\overline{\Phi C_1} = 35$ ,  $\overline{\Phi C_2} = 48$ ; среднее квадратичное отклонение –  $\sigma = 9$ . Требуется оценить эффективность предложенных мер близости и выбрать наилучшее из них при условии, что при



$\psi$ -ой проверке состояния объекта в одном случае  $\Phi C_i = 41$ , а в другом – 40. Для сравнения возьмем еще одно промежуточное положение  $\Phi C_i = 38$ .

Сначала определяется  $\Phi C_0 = (\overline{\Phi C_1} + \overline{\Phi C_2})/2 = 41,5$ . По условию задачи  $\Phi C_i$  находится еще вблизи центра равновесия  $\Phi C_0$ . Если в этом, худшем для распознавания случае, удастся установить правильный диагноз, то когда  $\Phi C_i$  окажется еще ближе к диагнозу  $D_1$ , его установление тем более не вызовет затруднений.

Подставляя значения указанных величин сначала в формулы (1.1а), (1.1б), (1.15а), (1.16а) и (1.17а) самих мер близости, включая ВМБ, на интервале изменения  $\Phi C_i$  от 41 до 35, т.е. при движении  $\Phi C_i$  к  $D_1$ , получим возрастающие кривые разных мер близости, показанные на рис. 1.2.

Затем числовые значения заданных величин подставляем в формулы (1.20) и (1.21) ÷ (1.26), получая значения отношений предпочтения на том же интервале, фиксируя внимание на значениях при  $\Phi C_i = 41$  и 40 (см. табл. 1). Возрастающие кривые отношений предпочтения и правдоподобия (кривая  $\eta$ ) показаны на рис. 1.3. По степени крутизны этих кривых можно судить об эффективности той или иной меры близости.

Таблица 1

$\Phi C_i$	$\eta$	$\gamma_{n=1}$	$\gamma_{n=2}$	$\mu$	$r_{n=1}$	$r_{n=2}$
41	1,09	1,276	1,483	1,25	1,45	1,754
40	1,26	2,0	3,21	1,7	2,72	4,36
38	1,729	5,76	19,2	3,756	12,52	41,7

Из табл. 1 и рис. 1.3 видно, что наиболее эффективными мерами близости являются интегральные ВМБ (ИВМБ)  $= U_{i,n=2}$  и  $U_{i,n=1}$ , а также  $ВМБ_2 = U_{n=2}$ ; приблизительно одинаковая эффективность у  $U_{n=1}$  и интегральной ВМБ (ИВМБ)  $= F(\Phi C_i/D_\pi)$ . Неэффективной мерой близости надо признать  $ВМБ = f(\Phi C_i/D_\pi)$ : даже при  $\Phi C_i = 38$  отношение правдоподобия едва превысило 1,5.

Ранговая цепочка предпочтения мер близости по их эффективности выстроится слева направо, во главе с  $U_{и,n=2}$ , следующим образом

$$\max U_{и,n=2} > U_{n=2} > U_{и,n=1} > U_{n=1} > F(\Phi C_i/D_{\pi}) > f(\Phi C_i/D_{\pi})$$

### **I.9. Примеры применения базисных и интегральных мер близости и их отношений предпочтения в областях техники и медицины**

В теории распознавания состояний [3], применительно к названным областям, ставятся задачи скорейшего обнаружения, выявления неисправности техники, распознавания нездорового состояния проходящих диспансеризацию людей с установлением истинного диагноза.

I.9.1 В условиях упрощенного предыдущего примера рассмотрим следующую задачу: проводят непрерывный или частый дискретный контроль ответственной составной части некоего технического объекта.

Требуется как можно раньше диагностировать неисправное состояние этого объекта, быстро переходящее в неработоспособное ввиду внезапного отказа, т.е. требуется определить минимальное отклонение параметра состояния –  $\xi$  (или ФС) от центра равновесия диагнозов  $D_1$  и  $D_2$  в сторону неисправного состояния –  $D_2$ , при котором (отклонении) это состояние будет диагностировано с высокой вероятностью. Оценку дать с позиции его раннего распознавания.

#### Решение

Диагноз  $D_2$  подтверждается при превышении отношений предпочтения рассматриваемых мер близости установленного порога различения или сравнения –  $\delta'_n$  исправного и неисправного состояний, при котором с заданной высокой вероятностью устанавливается  $D_2$ .

Пусть для отношения вероятностных дискриминантных функций двух диагнозов, включающего известное отношение правдоподобия при ВМБ, установлено пороговое значение дискриминации –  $\delta_n > 1$ , т.е.  $\delta_1 = \delta_n$ , где  $\delta_n = [P(D_2)/P(D_1)] \cdot \delta'_n$ . Это пороговое значение, исходя из изложенного в

п. б, будет одинаково и для остальных отношений дискриминантных функций, включающих отношения предпочтения: базисных –  $\gamma_{n=1(n=2)}$  и интегральных –  $\mu$  и  $r_{n=1}$  мер близости. Таким образом, имеем цепочку равенств  $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta_4 = \delta_{\pi}$ .

Определено также, что

$$\delta_1 = \frac{P(D_2)}{P(D_1)} \cdot \frac{f(\Phi C_i/D_2)}{f(\Phi C_i/D_1)} \geq \delta_{\pi}$$

при  $\Phi C_{i\eta} = 45$  (см. рис. 1.3).

$$\delta_j = \frac{P(D_2)}{P(D_1)} \text{ОП}_j(\Phi C_{ij}), \text{ где}$$

$\text{ОП}_j(\Phi C_{ij})$  – отношение предпочтения  $j$ -й меры близости;  $j = \overline{1,4}$ .

Вторым шагом определим, при каких значениях  $\Phi C_{ij}$ :  $\Phi C_{i\mu}$ ,  $\Phi C_{i\gamma}$  и  $\Phi C_{ir}$ , т.е. при использовании более эффективных мер близости, будет установлен диагноз  $D_2$ .

Расшифруем приведенную выше цепочку равенств:

$$\delta_{\pi} = \frac{P(D_2)}{P(D_1)} \eta(\Phi C_{i\eta}) = \frac{P(D_2)}{P(D_1)} \gamma_{n=1}(\Phi C_{i\gamma}) = \frac{P(D_2)}{P(D_1)} \mu(\Phi C_{i\mu}) = \frac{P(D_2)}{P(D_1)} r_{n=1}(\Phi C_{ir}) \text{ или}$$

$$\eta(\Phi C_{i\eta}) = \gamma_{n=1}(\Phi C_{i\gamma}) = \mu(\Phi C_{i\mu}) = r(\Phi C_{ir}) \quad (\text{П.1})$$

Эти равенства дают графическое решение задачи:

а) от значения  $\Phi C_{i\eta} = 45$  восстанавливаем перпендикуляр к кривой  $\eta$  (см. рис. 1.3, стрелка 1); б) от т.  $O$  проводим горизонтальную линию (стрелка 2), соответствующую равенствам (П. 1), до пересечения с кривыми, соответственно:  $\mu$ ,  $\gamma_{n=1}$  и  $r_{n=1}$ ; в) от точек пересечения опускаем перпендикуляры на ось  $\Phi C$  (стрелки 3, 4 и 5), получая искомые значения  $\Phi C_j$ :  $\Phi C_{\mu} = 43,1$ ;  $\Phi C_{\gamma_{n=1}} = 42,4$  и  $\Phi C_{r_{n=1}} = 42,1$ .

Отклонения от  $\Phi C_0$  будут определены разностью величин

$$\Delta \Phi C_{ij} = \Phi C_{ij} - \Phi C_0$$

$$\Delta \Phi C_{i\mu} = 43,1 - 41,5 = 1,6; \quad \Delta \Phi C_{i\gamma} = 42,4 - 41,5 = 0,9;$$

$$\Delta \Phi C_{ir} = 42,1 - 41,5 = 0,6; \quad \Delta \Phi C_{i\eta} = 45 - 41,5 = 3,5.$$

Из сравнения отклонений получаем  $\min \Delta \Phi C_{ij} = 0,6$ .

Это означает, что при непрерывном мониторинге неисправное состояние объекта будет установлено при  $r_{n=1}$  почти сразу после «нарушения равновесия» диагнозов.

Теперь оценим во сколько раз быстрее при применении ВММБ, ИВМБ и ИВММБ будет установлено неисправное состояние объекта по сравнению с использованием ВМБ и ее отношения правдоподобия.

Допустим, что при развитии неисправности  $\xi$  или  $\Phi C_i$  изменяется по степенному закону вида

$$\Delta \Phi C_j = vt_j^\alpha, \quad \alpha \geq 1; \quad \text{откуда } t_j = \left( \frac{\Delta \Phi C_j}{v} \right)^{1/\alpha} :$$

$$t_\eta = \left( \frac{3,5}{v} \right)^{1/\alpha}; \quad t_\mu = \left( \frac{1,6}{v} \right)^{1/\alpha}; \quad t_\gamma = \left( \frac{0,9}{v} \right)^{1/\alpha}; \quad t_r = \left( \frac{0,6}{v} \right)^{1/\alpha}.$$

При  $\alpha = 1$

$$\frac{t_\eta}{t_\mu} = \frac{3,5}{v} : \frac{1,6}{v} = \frac{3,5}{1,6} \approx 2,2; \quad \frac{t_\eta}{t_\gamma} = \frac{3,5}{0,9} \approx 4; \quad \frac{t_\eta}{t_r} = \frac{3,5}{0,6} \approx 6 \text{ раз.}$$

Данный пример подтверждает эффективность новых мер близости.

1.9.2 Предложим другой пример возможного применения ИВМБ и ИВММБ в области медицинской диагностики заболеваний. Рассматривается спектральный анализ<sup>1</sup> спектра поглощения (рассеяния) сыворотки крови больных разными заболеваниями под воздействием лазерного или другого

---

<sup>1</sup> Признаки в виде спектральных полос были использованы при диагностике рака простаты по масс-спектру белков [21]. Желательно при этом сравнить индексы PSA больных раком простаты первой и второй стадии (неметастатических) с индексами PSA больных «спаринг - заболеваниями»: хроническим простатитом и аденомой простаты.

В работе [24] изучался изоферментный спектр ЛДГ (лакта-дегидрогеназа) сыворотки крови больных раком и пациентов с доброкачественными опухолями тех же органов. Однако следует заметить, что сравнение так же необходимо провести со спектрами сыворотки крови пациентов с хроническими заболеваниями все тех же органов-спаринг ХЗ, так как именно они являются помехой в диагностике рака и вообще – установлении истинного диагноза.

излучения. Больные объединены в кластеры, однородные обучающие выборки с различными верифицированными диагнозами, число которых –  $L$ .

Предлагается следующая гипотеза: сгустки (агломераты) спектральных линий, по две, три, ...  $m$  линий в спектрах сывороток крови больных с разными диагнозами, будут иметь различные средние значения частот или длин волн их расположения в спектрах.

Требуется установить истинный диагноз –  $D_{\pi}$  у проверяемого человека, у которого выявлено нездоровое состояние (см. [3] п. I.3 и III.1), при этом порог дискриминации  $\delta_{\pi}$  не определен.

### Решение

Из обучающих выборок находим распределения частот (или длин волн) агломератов в кластерах с различными  $L$  диагнозами, т.е.  $f(\lambda_{2i}|D_{\pi})$ ,  $f(\lambda_{3j}|D_{\pi})$ , ...,  $f(\lambda_{\psi S}|D_{\pi})$ , ...,  $f(\lambda_{m\gamma}|D_{\pi})$ ;  $\bar{\lambda}_{2i\pi}$  – средняя длина волны при  $i$ -м сгустке из 2-х спектральных полос,  $i = 1, 2, \dots, K$ , где  $K$  – число сгустков по 2;  $\bar{\lambda}_{3j\pi}$  – средняя длина волны при  $j$ -м сгустке из 3-х спектральных полос,  $j = 1, 2, \dots, l$ ;  $\bar{\lambda}_{\psi S\pi}$  – средняя длина волны при  $S$ -м агломерате из  $\psi$  спектральных полос,  $S = 1, 2, \dots, n$ , ... и, наконец,  $\bar{\lambda}_{m\gamma\pi}$  – средняя длина волны при  $\gamma$ -м агломерате из  $m$  спектральных полос,  $\gamma = 1, 2, \dots, \omega$ ;  $D_{\pi}$  –  $\pi$ -й диагноз,  $\pi = 1, 2, \dots, L$ . Т.о.,  $\bar{\lambda}_{2i\pi}$ ,  $\bar{\lambda}_{3j\pi}$ , ...,  $\bar{\lambda}_{\psi S\pi}$ , ...,  $\bar{\lambda}_{m\gamma\pi}$  – статистические центры  $\pi$ -го диагноза по длинам волн указанных агломератов спектральных полос. Длины волн выступают здесь в качестве параметров (признаков) состояния одинаковой размерности. Всего таких параметров будет  $M = k + l + \dots + n + \dots + \omega$ .

При этом считаем, что число параметров (признаков) в каждом агломерате при разных диагнозах одно и то же, т.е.  $k_{\pi} = const$ ,  $l_{\pi} = const$ ,  $\omega_{\pi} = const$ . В противном случае диагнозы легко разделить по разнице между числами этих параметров.

Пусть средние длины волн сгустков спектра сыворотки крови  $r$ -го проверяемого человека:  $\bar{\lambda}_{2ir}$ ,  $\bar{\lambda}_{3jr}$ , ...,  $\bar{\lambda}_{\psi Sr}$ , ...,  $\bar{\lambda}_{m\gamma r}$  попали в области

пересечения распределений  $L_1$  диагнозов,  $L_1 \subset L$ . Тогда, используя методы вероятностно-метрического подхода [3], выделим два наиболее вероятных диагноза из  $L_1$  и определим какой из двух диагнозов будет иметь максимальное значение кумулятивных сумм вероятностных дискриминантных функций:  $W_{max}|D_*$ , применяя сначала известную ВМБ. В этом случае имеем:

$$W_{max}|D_1 = \max_{\pi=1,2} \left\{ P(D_\pi) \left[ \sum_{i=1}^k f(\bar{\lambda}_{2ir}/D_\pi) + \sum_{j=1}^l f(\bar{\lambda}_{3jr}/D_\pi) + \dots + \sum_{s=1}^n f(\bar{\lambda}_{\psi Sr}/D_\pi) + \dots + \sum_{\gamma=1}^{\omega} f(\bar{\lambda}_{m\gamma r}/D_\pi) \right] \right\}, \quad (\text{П.2})$$

т.е. ВМБ указала диагноз  $D_1 \equiv D_{и}$ .

Однако применение базисной ВММБ (1.1а) вместо ВМБ показало, что  $W|D_2 = max$ , т.е.  $\max W|D_2 > W_{max-1}|D_1$  и применение ВММБ (1.1а) указало на диагноз  $D_2 \equiv D_{и}$  подобно второму неравенству (1.19).

Ошибочная постановка диагноза  $D_1 \equiv D_{и}$  очевидно вызвана тем, что отношение априорных вероятностей  $P(D_1)/P(D_2) > K_\eta(\lambda/D_2)/K_\eta(\lambda/D_1)$ , где  $K_\eta(\lambda/D_1)$  и  $K_\eta(\lambda/D_2)$  – значения кумулятивных сумм условных плотностей вероятностей диагнозов  $D_1$  и  $D_2$  в квадратных скобках (П.2). При использовании базисной ВММБ

$$K_\gamma(\lambda/D_2)/K_\gamma(\lambda/D_1) > P(D_1)/P(D_2).$$

Тот же диагноз  $D_{и} \equiv D_2$  будет установлен и при применении ИВМБ и тем более ИВММБ.

По мере исследования распознающей способности кумулятивных сумм приведенных мер близости число параметров (признаков) –  $m$  можно будет сократить без ущерба правильному диагностированию.

Для уверенности в истинности диагноза  $D_2$  можно использовать РП (1.6), которое в случае приведенного примера будет иметь вид

$$R_{K_\gamma}|D_* = \max_{\pi=1,2} \frac{K_\gamma(\lambda|D_\pi)_{\psi+1}}{K_\gamma(\lambda|D_\pi)_\psi} \rightarrow X_i \in D_* \equiv D_{и}$$

## **I.10. Вывод**

Сравнение базисных вероятностно-метрических мер близости (ВММБ) и новых, интегральных по их эффективности в конкурентной «борьбе» диагнозов, выражающееся в сопоставлении введенных отношений предпочтения, показало, что интегральные ВММБ (ИВММБ) и базисная ВММБ, со знаменателем в виде квадрата расстояний до статистических центров диагнозов, намного эффективнее ВМБ и ММБ.

Отношения предпочтения нормированных ВММБ и ИВММБ обладают наибольшей эффективностью.

Понятно, что чем раньше будут обнаружены, выявлены нежелательные процессы: заболевания, уносящие жизни людей, неисправные состояния машин и приборов, могущие привести к катастрофе, сильные землетрясения, приводящие к массовой гибели людей, кризисные явления и ситуации в экономике и т.д.,-- тем легче, без лишних затрат и потерь удастся их преодолеть. ВММБ и ИВММБ, как показало теоретическое исследование, ( см. рис. 1.3), обеспечивают наискорейшее обнаружение нездоровых, неисправных, аномальных и других аномальных состояний при начавшемся развитии разного рода деструктивных процессов, указанных выше.

## II. УСИЛЕННЫЙ ВАРИАНТ ИНФОРМАЦИОННОЙ МЕРЫ КУЛЬБАКА В ТЕОРИИ РАСПОЗНАВАНИЯ

### II.1. Введение к разделу II.

В работе [3], в Приложении к I-й главе, доказываем, что отношение правдоподобия Неймана-Пирсона является частным случаем отношения вероятностно-метрической меры близости (ВММБ) для двух конкурирующих диагнозов (классов, образов, состояний). В этом разделе докажем, что информационная мера Кульбака является частным случаем логарифма отношения ВММБ

В теории информации понятие степени неопределенности (энтропии) отдельного состояния выражается формулой Хартли [30]

$$H(D_\pi) = \log[1/P(D_\pi)]^1, \quad (2.1)$$

где  $D_\pi$  –  $\pi$ -ый диагноз или состояние,  $\pi = \overline{1, L}$ ;  $P(D_\pi)$  – априорная вероятность  $D_\pi$ .

Но если мы имеем измеренные значения признаков (параметров) и вычисленную по ним функцию состояния (ФС) [3], характеризующую каждый диагноз, то появляется возможность по определенным решающим правилам различить эти диагнозы и правильно отнести при проверке (контроле) состояние объекта (субъекта) или исследуемого процесса к тому или иному верифицированному диагнозу. Тогда вместо 1 в числителе (2.1) вводится апостериорная вероятность диагноза  $D_\pi$  при условии, что эти значения параметров или ФС получили при измерении (или вычислении ФС) конкретные значения. При этом полученное выражение А.А. Харкевич [31] называет ценностью информации. С точки зрения теории распознавания эта величина представляет собой информацию о близости состояния объекта (процесса) при значении  $ФС_i$  к диагнозу  $D_\pi$ .

---

<sup>1</sup> Здесь и далее обозначения величин и наименований соответствуют обозначениям, данным в разделе 1.



Ценность информации

$$Z_{D_\pi}(\Phi C_i) = \log \frac{P(D_\pi/\Phi C_i)}{P(D_\pi)} = \log P(D_\pi/\Phi C_i) - \log P(D_\pi). \quad (2.2)$$

Запись ф-лы (2.2) в виде разности логарифмов – не что иное, как количество информации о близости или возможной принадлежности состояния к диагнозу  $D_\pi$  после того, как вычисленное значение ФС стало равным  $\Phi C_i$ . (В выражении (2.2) вместо привычного значения вектора параметров введена ФС).

$$\Phi C = \varphi(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m, N_1, N_2, \dots, N_m),$$

где  $\overline{\xi_1, \xi_m}$  – измеряемые значения параметров, приведенные к безразмерному виду для удобства их сравнения;  $\overline{N_1, N_m}$  – порядковые номера параметров в ранжированных по их значениям рядах;  $m$  – число выбранных параметров. В работе [3] ФС представлена в виде двух вариантов математико-диагностических моделей диагнозов, уже их разделяющих по метрической мере близости (ММБ).

$P(D_\pi/\Phi C_i)$  представляет собой формулу Байеса. Ее выражение через вероятностную меру близости (ВМБ) –  $f(\Phi C_i/D_\pi)$  может быть записано в виде

$$P(D_\pi/\Phi C_i)_{\text{ВМБ}} = P(D_\pi) f(\Phi C_i/D_\pi) / \sum_{\pi=1}^L P(D_\pi) f(\Phi C_i/D_\pi). \quad (2.3)$$

## II.2. Информационная ценность при использовании ВММБ.

### Сравнение с использованием вероятностной меры близости (ВМБ)

Через ВММБ ф-ла Байеса запишется в виде

$$P(D_\pi/\Phi C_i)_{\text{ВММБ}} = P(D_\pi) U(\Phi C_i/D_\pi) / \sum_{\pi=1}^L P(D_\pi) U(\Phi C_i/D_\pi), \quad (2.4)$$

$$\text{где } U(\Phi C_i/D_\pi) = f(\Phi C_i/D_\pi) / |\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_\pi}|, \quad (2.5)$$

$|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_\pi}|$  – один из вариантов ММБ – расстояние от  $\Phi C_i$  до статистического центра рассеяния ФС  $\pi$ -го диагноза, абсолютное расстояние или расстояние по Хеммингу.

Запишем  $Z_{D_\pi}(\Phi C_i)$  в виде количества информации о состоянии объекта (процесса) при значении  $\Phi C_i$  и предположении о его принадлежности диагнозу  $D_\pi$  при двух вариантах представления ф-лы Байеса (2.3) и (2.4). Подставляя эти формулы в (2.2), получим

$$Z_{D_\pi}(\Phi C_i)_{\text{ВМБ}} = \log \frac{f(\Phi C_i/D_\pi)}{\sum_{\pi=1}^L P(D_\pi) f(\Phi C_i/D_\pi)} = \log \frac{f(\Phi C_i/D_\pi)}{P(\Phi C_i)}. \quad (2.6)$$

С учетом (2.5)

$$Z_{D_\pi}(\Phi C_i)_{\text{ВММБ}} = \log \frac{f(\Phi C_i/D_\pi)}{|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_\pi}| \cdot \sum_{\pi=1}^L P(D_\pi) \frac{f(\Phi C_i/D_\pi)}{|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_\pi}|}} \quad (2.7)$$

Докажем, что ценность информации  $Z_{D_\pi}(\Phi C_i)_{\text{ВММБ}}$  выше  $Z_{D_\pi}(\Phi C_i)_{\text{ВМБ}}$ , т.е.  $\Delta Z_{D_\pi}(\Phi C_i) = Z_{D_\pi}(\Phi C_i)_{\text{ВММБ}} - Z_{D_\pi}(\Phi C_i)_{\text{ВМБ}} > 0$ .

Вычитая из (2.7) (2.6), получим

$$\Delta Z_{D_\pi}(\Phi C_i) = \log \frac{\sum_{\pi=1}^L P(D_\pi) f(\Phi C_i/D_\pi)}{|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_\pi}| \cdot \sum_{\pi=1}^L P(D_\pi) \frac{f(\Phi C_i/D_\pi)}{|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_\pi}|}}. \quad (2.8)$$

Допустим, что мы имеем два конкурирующих диагноза  $D_1$  и  $D_2$ . Тогда дельта (2.8) будет иметь вид ( $\pi = 1, 2$ )

$$\begin{aligned} \Delta Z_{D_\pi}(\Phi C_i) &= \log \frac{P(D_1)f(\Phi C_i/D_1)+P(D_2)f(\Phi C_i/D_2)}{|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_1}| \left[ P(D_1) \frac{f(\Phi C_i/D_1)}{|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_1}|} + P(D_2) \frac{f(\Phi C_i/D_2)}{|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_2}|} \right]} = \\ &= \log \frac{P(D_1)f(\Phi C_i/D_1)+P(D_2)f(\Phi C_i/D_2)}{P(D_1)f(\Phi C_i/D_1)+P(D_2)f(\Phi C_i/D_2) \frac{|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_1}|}{|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_2}|}} \end{aligned} \quad (2.8б)$$

Второе слагаемое числителя в (2.8б) больше второго слагаемого знаменателя, так как при приближении  $\Phi C_i$  к диагнозу  $D_1$   $|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_1}| < |\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_2}|$ , а их отношение  $< 1$ . Следовательно, числитель в (2.8б) больше знаменателя, их отношение  $> 1$ , а логарифм отношения  $> 0$ , ч.т.д.

При «равновесном» состоянии диагнозов  $D_1$  и  $D_2$  (см.рис 1.1а) отношение  $|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_1}|/|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_2}| = 1$ ,  $\Delta Z_{D_\pi}(\Phi C_i) = 0$  и никакой информации о состоянии объекта в смысле принадлежности к  $D_1$  или  $D_2$  мы не имеем.

### II.3. Ценность информации и информационная мера Кульбака

Информационная мера Кульбака основана на ценности информации (2.6). Запишем ее для двух конкурирующих диагнозов  $D_1$  и  $D_2$

$$Z_{D_1}(\Phi C_i)_{\text{ВМБ}} = \log \frac{f(\Phi C_i/D_1)}{P(\Phi C_i)} = \log f(\Phi C_i/D_1) - \log P(\Phi C_i) \quad (2.9)$$

$$Z_{D_2}(\Phi C_i)_{\text{ВМБ}} = \log \frac{f(\Phi C_i/D_2)}{P(\Phi C_i)} = \log f(\Phi C_i/D_2) - \log P(\Phi C_i) \quad (2.10)$$

Вычитая из (2.9) (2.10), получим

$$\Delta Z(\Phi C_i)_{\text{ВМБ}} = \log f(\Phi C_i/D_1) - \log f(\Phi C_i/D_2) = \log \frac{f(\Phi C_i/D_1)}{f(\Phi C_i/D_2)} \quad (2.11a)$$

Последнее выражение не что иное, как логарифм отношения правдоподобия, который и представляет собой информационную меру Кульбака [17, стр.116]<sup>1</sup>. Ее можно записать и в виде

$$\begin{aligned} \log \frac{f(\Phi C_i/D_1)}{f(\Phi C_i/D_2)} &= \log \frac{P(D_1/\Phi C_i)}{P(D_2/\Phi C_i)} - \log \frac{P(D_1)}{P(D_2)} = \\ &= \log \frac{P(D_1/\Phi C_i)}{P(D_1)} - \log \frac{P(D_2/\Phi C_i)}{P(D_2)} = Z_{D_1}(\Phi C_i)_{\text{ВМБ}} - Z_{D_2}(\Phi C_i)_{\text{ВМБ}}, \end{aligned} \quad (2.11b)$$

где  $Z_{D_1}(\Phi C_i)_{\text{ВМБ}}$  и  $Z_{D_2}(\Phi C_i)_{\text{ВМБ}}$  – количества информации о близости состояния проверяемого объекта (исследуемого процесса) к диагнозам, соответственно,  $D_1$  и  $D_2$  при значении  $\Phi C_i$ , а  $\Delta Z(\Phi C_i)_{\text{ВМБ}}$  – насколько информация о сходстве (близости) состояния объекта с диагнозом  $D_1$  больше информации о сходстве состояния объекта с диагнозом  $D_2$ . Другими словами, разность информации о состоянии объекта при гипотезе в пользу его отнесения к диагнозу  $D_1$  против гипотезы его отнесения к  $D_2$  при значении  $\Phi C_i$ .

Итак,  $\Delta Z(\Phi C_i)_{\text{ВМБ}}$  получена при использовании в теории распознавания ВМБ.

#### II.4. Вывод формулы новой информационной меры

Выведем теперь новую информационную меру при использовании ВМБ. Эта новая информационная мера – усиленный вариант информационной меры Кульбака, будет представлять собой логарифм

---

<sup>1</sup> Не следует отождествлять меру Кульбака и меру Кульбака-Лейблера. В первом случае – это информационная мера альтернативной близости состояния наблюдаемого объекта (процесса) к тому или иному эталонному, а во втором – эта мера определяет информационное рассогласование (направленное расхождение, дивергенцию)

отношения ВММБ для двух конкурирующих диагнозов, двух альтернатив:  $D_1$  и  $D_2$ .

Запишем (2.4) в виде:  $P(D_\pi/\Phi C_i)_{\text{ВММБ}} = P(D_\pi)U(\Phi C_i/D_\pi)/P(\Phi C_i)_{\text{ВММБ}}$ ,

Тогда

$$Z_{D_1}(\Phi C_i)_{\text{ВММБ}} = \log U(\Phi C_i/D_1) - \log P(\Phi C_i)_{\text{ВММБ}} \quad (2.12)$$

$$Z_{D_2}(\Phi C_i)_{\text{ВММБ}} = \log U(\Phi C_i/D_2) - \log P(\Phi C_i)_{\text{ВММБ}} \quad (2.13)$$

Вычитая (2.12) из (2.13), получим

$$\begin{aligned} \Delta Z(\Phi C_i)_{\text{ВММБ}} &= \log U(\Phi C_i/D_1) - \log U(\Phi C_i/D_2) = \\ &= \log \frac{U(\Phi C_i/D_1)}{U(\Phi C_i/D_2)} = \log \frac{f(\Phi C_i/D_1)}{f(\Phi C_i/D_2)} \cdot \frac{|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_2}|}{|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_1}|} = \\ &= \log \frac{f(\Phi C_i/D_1)}{f(\Phi C_i/D_2)} + \log \frac{|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_2}|}{|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_1}|} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Логарифм отношения ВММБ для двух конкурирующих диагнозов или логарифм отношения предпочтения, см.п.1.6 - и есть новая информационная мера.

Логарифм отношения ВММБ равен сумме логарифмов отношений ВМБ (отношения правдоподобия) и ММБ. То есть новая информационная мера «сильнее» меры Кульбака на логарифм отношения ММБ.

Представляя меру Кульбака в виде, включающем апостериорные и априорные вероятности (2.11б), запишем  $\Delta Z(\Phi C_i)_{\text{ВММБ}}$  в виде

$$\Delta Z(\Phi C_i)_{\text{ВММБ}} = \log \frac{P(D_1/\Phi C_i)}{P(D_2/\Phi C_i)} - \log \frac{P(D_1)}{P(D_2)} + \log \frac{|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_2}|}{|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_1}|}. \quad (2.15)$$

Усиление информационной меры (2.14) или (2.15) по сравнению с мерой Кульбака произошло за счет слагаемого, которое при стремлении  $\Phi C_i$  к  $D_1$  оказалось  $> 0$ , так как  $|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_1}| < |\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_2}|$  и, следовательно,  $|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_2}|/|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_1}| > 1$  (см. комментарий к ф-ле (2.8б)). Другими словами, информации о принадлежности состояния проверяемого объекта к диагнозу  $D_1$  против  $D_2$  при значении  $\Phi C_i$ , при котором  $|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_1}| <$

$|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_2}|$ , – больше содержится в новом, усиленном варианте информационной меры на величину логарифма отношения ММБ.

## **II.5. Повышение информации о состоянии объекта (процесса) при росте числа проверок**

Изложенный выше материал касается информации о состоянии проверяемого объекта (или исследуемого процесса) при одной единственной проверке (контроле состояния) или, обобщая, – серии из  $n$  проверок, при которых состояние объекта (процесса) оставалось неизменным. Но при развитии какого-либо процесса (заболевания, неисправности, разладки, кризиса, образования разломов, надвигов в земной коре и пр.) состояние исследуемого объекта (субъекта) изменяется (имеет место его динамика). Поэтому проводят ряд периодических проверок или непрерывный мониторинг состояния. С каждой проверкой информация об исследуемом состоянии увеличивается касательно отнесения его к тому или иному верифицированному диагнозу.

Решающее правило установления истинного диагноза ( $D_{И}$ ) [3], исходя из двух конкурирующих диагнозов  $D_1$  и  $D_2$ ,

$$\frac{U(\Phi C_i/D_1)_{n+1}}{U(\Phi C_i/D_2)_{n+1}} > \frac{U(\Phi C_i/D_1)_n}{U(\Phi C_i/D_2)_n} \rightarrow X \in D_1 \equiv D_{И} \quad (2.16)$$

т.е. отношение предпочтения при  $n+1$ -й проверке больше отношения предпочтения при  $n$ -й.

или

$$\frac{U(\Phi C_i/D_1)_{n+1}}{U(\Phi C_i/D_1)_n} > \frac{U(\Phi C_i/D_2)_{n+1}}{U(\Phi C_i/D_2)_n} \rightarrow X \in D_1 \equiv D_{И}, \quad (2.16б),$$

где  $n$  – набранное число проверок (или значений  $\Phi C_i$ );  $X$  – состояние объекта; в ф-лах (2.16) и (2.16б), значения  $U(\Phi C_i/D_1)$  и  $U(\Phi C_i/D_2)$  вычислены при  $n$  -й и  $n + 1$ -й проверках.

Для отношений ВММБ при двух диагнозах и  $n$ -й и  $n + 1$ -й проверках (2.16) и (2.16б) усиленная информационная мера при  $n$ -й проверке состояния объекта определяется по формуле (2.15) или (2.14).

Для упрощения, удобства расчетов примем ф-лу (2.14) с обозначением  $n$ -й проверки

$$\Delta Z(\Phi C_i)_n = \log \left. \frac{U(\Phi C_i/D_1)}{U(\Phi C_i/D_2)} \right|_n = \log \left. \frac{f(\Phi C_i/D_1)}{f(\Phi C_i/D_2)} \right|_n + \log \left. \frac{|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_2}|}{|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_1}|} \right|_n \quad (2.17a)$$

Усиленная информационная мера при  $n + 1$ -й проверке

$$\begin{aligned} \Delta Z(\Phi C_i)_{n+1} &= \log \left. \frac{U(\Phi C_i/D_1)}{U(\Phi C_i/D_2)} \right|_{n+1} = \quad (2.17б) \\ &= \log \left. \frac{f(\Phi C_i/D_1)}{f(\Phi C_i/D_2)} \right|_{n+1} + \log \left. \frac{|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_2}|}{|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_1}|} \right|_{n+1} \end{aligned}$$

Разность между выражениями (2.17б) и (2.17а)

$$\begin{aligned} \delta(\Phi C) &= \Delta Z(\Phi C_j)_{n+1} - \Delta Z(\Phi C_i)_n = \quad (2.18) \\ &= \log \left. \frac{f(\Phi C_j/D_1)}{f(\Phi C_j/D_2)} \right|_{n+1} - \log \left. \frac{f(\Phi C_i/D_1)}{f(\Phi C_i/D_2)} \right|_n + \\ &+ \log \left. \frac{|\Phi C_j - \overline{\Phi C}_{D_2}|}{|\Phi C_j - \overline{\Phi C}_{D_1}|} \right|_{n+1} - \log \left. \frac{|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_2}|}{|\Phi C_i - \overline{\Phi C}_{D_1}|} \right|_n \end{aligned}$$

Таким образом, каждая последующая проверка исследуемого состояния объекта (процесса) увеличивает информацию о его состоянии на величину  $\delta(\Phi C)$  в смысле близости или принадлежности к тому диагнозу (в данном случае –  $D_1$ ), к которому оно (состояние) действительно принадлежит.

В новом варианте информационной меры по сравнению с информационной мерой Кульбака, информация увеличилась на величину разности логарифмов отношений ММБ при  $n + 1$ -й и  $n$ -й проверках (см. 2.18), с учетом разности отношений правдоподобия при  $n+1$ й и  $n$ -й проверками.

## II.6. Пример

Сравнение эффективности новой информационной меры и классической информационной меры Кульбака проведем на следующем примере. Пусть для простоты два конкурирующих наиболее вероятных диагнозов-эталонов:  $D_1$  и  $D_2$  имеют нормальное распределение плотности вероятности  $\Phi C$  с примерно одинаковой дисперсией. При этом  $\overline{\Phi C}_{D_1} = 35$ ;  $\overline{\Phi C}_{D_2} = 48$ ; среднее квадратичное отклонение –  $\sigma = 9$ . Требуется определить, насколько информация о сходстве (близости) состояния исследуемого (проверяемого) объекта (процесса) с диагнозом  $D_1$  больше информации о сходстве этого состояния с диагнозом  $D_2$ . Сравнение провести для двух последовательных проверок (контроле состояния), при которых  $\Phi C$  объекта (процесса) оказались  $\Phi C_{i_1} = 41$ , а  $\Phi C_{i_2} = 38$ .

### Решение

1. Информационную меру Кульбака (МК) при первой проверке вычислим по ф-ле (2.11а)

$$\text{МК}(\Phi C_i)_1 = \log \left. \frac{f(\Phi C_{i_1}/D_1)}{f(\Phi C_{i_1}/D_2)} \right|_1$$

при второй проверке

$$\text{МК}(\Phi C_i)_2 = \log \left. \frac{f(\Phi C_{i_2}/D_1)}{f(\Phi C_{i_2}/D_2)} \right|_2$$

Новую информационную меру (НИМ) – усиленный вариант МК, при первой проверке вычислим по ф-ле (2.14) или (2.17а)

$$\text{НИМ}(\Phi C_i)_1 = \log \left. \frac{f(\Phi C_{i_1}/D_1)}{f(\Phi C_{i_1}/D_2)} \right|_1 + \log \left. \frac{|\Phi C_{i_1} - \overline{\Phi C}_{D_2}|}{|\Phi C_{i_1} - \overline{\Phi C}_{D_1}|} \right|_1$$

при второй проверке (ф-ла (2.17б))

$$\text{НИМ}(\Phi C_i)_2 = \log \left. \frac{f(\Phi C_{i_2}/D_1)}{f(\Phi C_{i_2}/D_2)} \right|_2 + \log \left. \frac{|\Phi C_{i_2} - \overline{\Phi C}_{D_2}|}{|\Phi C_{i_2} - \overline{\Phi C}_{D_1}|} \right|_2.$$

$$2. \quad \text{МК}(V_i)_1 = \log \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(V_{i_1}/D_1)^2}{2} \right]}{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(V_{i_1}/D_2)^2}{2} \right]}, \quad (\text{П.1}),$$

где  $V_{i_1}/D_1 = \frac{|\Phi C_{i_1} - \bar{\Phi C}_{D_1}|}{\sigma} = \frac{41-35}{9} = 0,67$ ;  $V_{i_1}/D_2 = \frac{|\Phi C_{i_1} - \bar{\Phi C}_{D_2}|}{\sigma} = \frac{|41-48|}{9} = 0,78$

Подставляя нормированные отклонения при первой проверке в (П.1) получим по таблице плотностей нормального распределения (см., например, [29])

$$\text{МК}(V_i)_1 = \log \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{0,67^2}{2} \right]}{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{0,78^2}{2} \right]} = \log \frac{0,32}{0,29} = \log 1,1,$$

$$\log 1,1 = \frac{1}{\lg 2} \lg 1,1 = 0,013;$$

при второй проверке

$$V_{i_2}/D_1 = \frac{38-35}{9} = 0,33 \quad V_{i_2}/D_2 = \frac{|38-48|}{9} = 1,11$$

$$\text{и} \quad \text{МК}(V_i)_2 = \log \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{0,33^2}{2} \right]}{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1,11^2}{2} \right]} = \log \frac{0,38}{0,21} = \log 1,81$$

$$\log 1,81 = \frac{1}{\lg 2} \lg 1,81 = 0,86.$$

3. Для вычисления  $\text{НИМ}(\Phi C_i)_1$  и  $\text{НИМ}(\Phi C_i)_2$  определим сначала логарифмы отношений  $\text{ММБ}_1$  и  $\text{ММБ}_2$ .

$$\log R(\text{ММБ})_1 = \log \frac{|41-48|}{41-35} = \log 1,167 = 0,223.$$

$$\log R(\text{ММБ})_2 = \log \frac{|38-48|}{38-35} = \log 3,33 = 1,74.$$

4.  $\text{НИМ}(\Phi C_i)_1 = \text{МК}(\Phi C_i)_1 + \log R(\text{ММБ})_1 = 0,013 + 0,223 = 0,236.$

$$\text{НИМ}(\Phi C_i)_2 = \text{МК}(\Phi C_i)_2 + \log R(\text{ММБ})_2 = 0,86 + 1,74 = 2,6.$$



Согласно (2.17а) и (2.17б)  $\text{НИМ}(\Phi C_i)_1$  «сильнее»  $\text{МК}(\Phi C_i)_1$  на величину 0,223, а  $\text{НИМ}(\Phi C_i)_2$  «сильнее»  $\text{МК}(\Phi C_i)_2$  на величину 1,74.

5. Теперь определим разности:

$$\text{МК}(\Phi C_i)_2 - \text{МК}(\Phi C_i)_1 = 0,86 - 0,013 = 0,847$$

$$\text{НИМ}(\Phi C_i)_2 - \text{НИМ}(\Phi C_i)_1 = 2,6 - 0,236 = 2,364.$$

Разности п.5 показывают информационное преимущество, как НИМ, так и МК при второй проверке по сравнению с первой. При этом информационное превосходство НИМ над МК оказывается значительно больше: 2,364 и 0,847.

По формуле (2.18) с учетом шагов 4 и 5  $\Delta\delta(\Phi C) = \Delta\Pi = 2,364 - 0,847 = 1,517$ .

## II.7. Выводы

1. Эффективность, информационное преимущество, превосходство НИМ – усиленного варианта классической информационной меры Кульбака, по сравнению с последней, оказывается выше как при первой, так и при второй проверке, при которой это информационное преимущество (превосходство) значительно возрастает.

2. После каждой последующей проверки информация о сходстве состояния объекта (процесса) с одним из верифицированных диагнозов (с его истинным состоянием) возрастает, что и позволяет по решающему правилу (2.16б) установить истинный диагноз проверяемого объекта (процесса).

3. Из всего информационного вклада отношения ВММБ, обеспечивающего информационное преимущество НИМ перед классической МК, построенной на базе отношения правдоподобия (отношения ВМБ), доля вклада логарифма отношения ММБ больше вклада логарифма отношения ВМБ как при первой проверке, так и при второй. На приведенном поясняющем примере видно:  $\Delta J_1 = 0,223 - 0,013 = 0,21 > 0$  и  $\Delta J_2 = 1,74 - 0,86 = 0,88 > 0$ . При второй проверке эта разность больше:  $\Delta J_2 > \Delta J_1$ .

## **III. О НОВЫХ ФУНКЦИЯХ СОСТОЯНИЙ В ТЕОРИИ РАСПОЗНАВАНИЯ**

### **III.1. Введение к разделу III**

В разделе I сформулированы 3 принципа распознавания состояний, на положениях которых созданы новые методы математической диагностики. Эти методы в основном базировались на первом и третьем принципах. Все три принципа выведены из некоторых гипотез, во многом, по мнению специалистов, вполне совпадающих с реальностью, по крайней мере, ей не противоречащих. В какой-то степени второй принцип распознавания оказался без должного внимания и соответствующей «математической реализации», т.е. без метода. Данный раздел ставит своей целью этот пробел восполнить.

Диагнозы должны различаться, в том числе и по существу их физических, физико-химических, физиологических и других особенностей и проявлений, наконец, симптоматике. Состояние субъекта (объекта, процесса) регистрируется, оценивается при его периодических проверках или непрерывном контроле с установлением диагнозов по множеству измеренных значений выбранных диагностических параметров (диагностических откликов). Для того чтобы добиться различения диагнозов измеренные значения параметров математическим образом преобразовываются согласно алгоритму разрабатываемого метода с последующим построением решающего правила (РП) принадлежности состояния проверяемого к тому или иному диагнозу.

Во многом установление истинного диагноза зависит не только от правильного выбора наиболее информативных параметров (приоритет информативных параметров понятен) и множественного набора их конъюнкций, но и от создания эффективных математико-диагностических моделей различных состояний, позволяющих эти состояния отличить друг от друга. Эти математико-диагностические модели представляют собой функции (или функционалы) состояний (ФС) [3].

Предлагаемые математико-диагностические модели или ФС эвристичны по своей сути и строятся на втором принципе распознавания состояний, предполагающим наличие двух или более различных диагностических сред или динамических полей. Разработке этих ФС и посвящен раздел III. Поскольку предлагаемые в этом разделе ФС основаны на втором принципе, более подробно приведем его концепцию (содержание дано в разделе I)

### **III.2. Концепция второго принципа распознавания состояний**

Согласно второго принципа, если состояния субъектов, объектов, процессов, включая в т. ч. и природные явления, характеризуются измеренными значениями параметров различных диагностических сред или различных динамических полей, то для распознавания этих состояний могут быть применены отношения значений групп параметров этих сред или полей.

Этот принцип говорит о том, что можно создать некие комбинации групп параметров, входящих в различные диагностические среды или динамические поля, и что эти группы параметров, при определенных конфигурационных соотношениях между ними, будут характерны для каждого из диагнозов, что в конечном итоге позволит эти диагнозы разделить (различить).

Если рассматривать значения диагностических параметров в их комплексе (общем количестве), т.е. не разделяя на группы диагностических сред или динамических полей, то желая эффективно и быстро различить здоровое (исправное, нормальное) состояние,  $G$  -состояние, от нездорового (неисправного, аномального), – мы приходим к построению обобщенного конфигурационного отношения (ОКО) [3]. Обладая высокой чувствительностью даже к малым изменениям параметров, ОКО, тем не менее, не решает задачу деления всех, «попавших в поле зрения» нездоровых (неисправных, аномальных и др.) состояний (диагнозов). Эти состояния или диагнозы обозначим буквой  $\bar{G}$ . Действительно, ОКО создано в основном для дифференциальной диагностики, деления двух диагнозов  $G$  и  $\bar{G}$ , т.е.

различения  $G$  - состояния от остальных  $\bar{G}$  –состояний<sup>1</sup> ; метод аугментации ОКО [3] так же позволяет различить  $\bar{G}$  –состояния, однако для разделения этот метод – не самый лучший.

Итак, для решения задачи дискриминации (разделения) диагнозов в соответствии со вторым принципом распознавания необходимо рассматривать отдельные группы параметров различных диагностических сред и их соотношения, т.е. групповые конфигурационные отношения (ГКО), входящие в ОКО. Например, в медицинской диагностике такими диагностическими средами будут : клинические, биохимические, иммунологические группы параметров и группа параметров мочи.

Прежде чем приступить к созданию новых ФС через формулы ГКО и построение РП, приведем сначала базисные формулы ОКО [3], необходимые для дальнейшего анализа, и общее пояснение к применению ОКО при разделении  $G$  и  $\bar{G}$  состояний. РП разделения  $G$  и  $\bar{G}$  состояний приведены в работе [3].

### **III.3. Базисные формулы обобщенного конфигурационного отношения (ОКО) и его свойства**

Состояние объектов характеризуется конгломератом выбранных параметров (признаков), как правило, имеющих различную размерность и поэтому для возможности сравнения их измеренных значений (случайных величин) это состояние должно быть описано функциями от преобразованных, безразмерных значений этих параметров.

$$\text{ОКО} = \varphi(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m),$$

где  $\overline{\xi_1, \xi_m}$  – измеренные случайные значения каждого из  $m$  параметров.

ОКО для кластера  $\pi$  – го диагноза и  $i$  – го объекта можно записать следующим образом:

---

<sup>1</sup> В отдельных случаях, при небольшом числе диагнозов, ОКО позволяет разделить и  $\bar{G}$ -состояния. Об этом см.ниже.

$$\text{ОКО}_{\pi_1} = R_{\pi_1} = \frac{\prod_{l=1}^{m_l} (\bar{\xi}_{l\pi}^b)^{\lambda_{l\pi}}}{\prod_{s=1}^{m_s} (\bar{\xi}_{s\pi}^b)^{\lambda_{s\pi}}} \text{ и } \text{ОКО}_{i_1} = R_{i_1} = \frac{\prod_{l=1}^{m_l} (\bar{\xi}_{li}^b)^{\lambda_{li}}}{\prod_{s=1}^{m_s} (\bar{\xi}_{si}^b)^{\lambda_{si}}}, \quad (3.1a)$$

$$\prod_{l=1}^{m_l} \lambda_{l\pi} = 1; \prod_{s=1}^{m_s} \lambda_{s\pi} = 1$$

или

$$\text{ОКО}_{\pi_2} = R_{\pi_2} = \frac{\sum_{l=1}^{m_l} \lambda_{l\pi} \bar{\xi}_{l\pi}^b}{\sum_{s=1}^{m_s} \lambda_{s\pi} \bar{\xi}_{s\pi}^b} \text{ и } \text{ОКО}_{i_2} = R_{i_2} = \frac{\sum_{l=1}^{m_l} \lambda_{li} \bar{\xi}_{li}^b}{\sum_{s=1}^{m_s} \lambda_{si} \bar{\xi}_{si}^b} \quad (3.1б)$$

$$\sum_{l=1}^{m_l} \lambda_{l\pi} = 1; \sum_{s=1}^{m_s} \lambda_{s\pi} = 1$$

где  $\bar{\xi}_{l\pi}^b$  и  $\bar{\xi}_{s\pi}^b$  – средние по выборке  $N_j$  субъектов (объектов), в  $j$ -м кластере  $\pi$  – го диагноза, безразмерные значения параметров вида  $l$  и  $s$ , имеющих тенденции, соответственно, к росту и убыли с ухудшением состояния субъекта (объекта) с течением времени;  $\bar{\xi}_{li}^b$  и  $\bar{\xi}_{si}^b$  – безразмерные случайные значения  $l$  и  $s$  параметров у  $i$ -го диагностируемого субъекта (объекта);  $l = \overline{1, m_l}; s = \overline{1, m_s}; \pi = \overline{1, L}$ ;  $\lambda_{l\pi}$  и  $\lambda_{s\pi}$  – весовые коэффициенты соответствующих параметров при  $\pi$ -м диагнозе. Безразмерность параметров в формулах ОКО (3.1a) или (3.1б) можно получить через следующие отношения, например:  $\bar{\xi}_{l\pi}^b = \frac{\bar{\xi}_{l\pi}}{\bar{\xi}_{lH}} > 1$ ;  $\bar{\xi}_{s\pi}^b = \frac{\bar{\xi}_{s\pi}}{\bar{\xi}_{sH}} < 1$ ;  $\bar{\xi}_{li}^b = \frac{\bar{\xi}_{li}}{\bar{\xi}_{liH}} > 1$ ;  $\bar{\xi}_{si}^b = \frac{\bar{\xi}_{si}}{\bar{\xi}_{siH}} < 1$ , где  $\bar{\xi}_{l(s)H}$  – номинальные (нормативные или начальные) значения параметров  $l$  и  $s$  у субъектов (объектов или процессов) при здоровом, нормальном, исправном их состоянии. Общее число параметров  $m = m_l + m_s$ .

Следует заметить, что формально можно взять среднее геометрическое или среднее арифметическое значение ОКО по всем  $m_l$  и  $m_s$  параметрам, но это никак не повлияет на улучшение в разделении диагнозов  $G$  и  $\bar{G}$ , так как с одной стороны приведет к усреднению по параметрам, а с другой стороны – уменьшит чувствительность ОКО к изменениям параметров.

Большая часть безразмерных параметров  $l$  будет больше 1 при том или ином деградационном процессе, при развитии неисправности, а параметры вида  $S$ , стоящие в знаменателе ОКО, – меньше 1. В этом случае ОКО будет всегда больше 1 и иметь выраженную тенденцию к росту. «Чувствительность» ОКО к малым изменениям параметров будет достаточно высока и позволит успешно, на ранних стадиях разделить  $G$  и  $\bar{G}$  состояния. Формулы (3.1а) и (3.1б) записаны для этого случая.

Формулы ОКО (3.1а) и (3.1б) записаны при условии одноразового измерения параметров при периодических проверках людей или дорогостоящих технических объектов, стоимость диагностирования которых при множестве параметров очень высока. В остальных случаях возможны многократные измерения каждого из  $m$  параметров.

Приведем формулы ОКО в этих случаях. Ограничиться рассмотрением, например формулы (3.1б).

$$MR_{\pi_1^*} = M \left( \frac{\sum_{l=1}^{m_l} \lambda_l \bar{\xi}_{l\pi}^{\bar{6}}}{\sum_{s=1}^{m_s} \lambda_s \bar{\xi}_{s\pi}^{\bar{6}}} \right) \rightarrow \bar{R}_{\pi_1^*} = \frac{1}{n} \sum_{\gamma=1}^n \frac{\sum_{l=1}^{m_l} \lambda_l \bar{\xi}_{l\gamma\pi}^{\bar{6}}}{\sum_{s=1}^{m_s} \lambda_s \bar{\xi}_{s\gamma\pi}^{\bar{6}}} \quad (3.2a)$$

или

$$MR_{\pi_2^*} = \frac{\sum_{l=1}^{m_l} \lambda_l M(\bar{\xi}_{l\pi}^{\bar{6}})}{\sum_{s=1}^{m_s} \lambda_s M(\bar{\xi}_{s\pi}^{\bar{6}})} \rightarrow \bar{R}_{\pi_2^*} = \frac{\sum_{l=1}^{m_l} \sum_{\gamma=1}^n \lambda_l \bar{\xi}_{l\gamma\pi}^{\bar{6}}}{\sum_{s=1}^{m_s} \sum_{\gamma=1}^n \lambda_s \bar{\xi}_{s\gamma\pi}^{\bar{6}}} \quad (3.2б)$$

$$\bar{R}_{i_1^*} = \frac{1}{n} \sum_{\gamma=1}^n \frac{\sum_{l=1}^{m_l} \lambda_l \bar{\xi}_{l\gamma i}^{\bar{6}}}{\sum_{s=1}^{m_s} \lambda_s \bar{\xi}_{s\gamma i}^{\bar{6}}} \quad \text{или} \quad \bar{R}_{i_2^*} = \frac{\sum_{l=1}^{m_l} \sum_{\gamma=1}^n \lambda_l \bar{\xi}_{l\gamma i}^{\bar{6}}}{\sum_{s=1}^{m_s} \sum_{\gamma=1}^n \lambda_s \bar{\xi}_{s\gamma i}^{\bar{6}}} \quad (3.2в)$$

где  $n$  – число измерений каждого из  $m_l$  и  $m_s$  параметров;  $\gamma = \overline{1, n}$ .

ОКО сводит многомерность параметров к одной обобщённой оси, к одному обобщённому параметру, каким ОКО и является.

Следует обратить внимание на то, что вычисленные значения ОКО диагностируемого объекта при повторных измерениях, за короткий промежуток времени, изменяются незначительно. Можно показать, что при устремлении числа параметров к  $\infty$  разность значений ОКО при повторных

измерениях будет стремиться к 0, т.е. можно утверждать, что значения ОКО достаточно стабильны, устойчивы. Это качество или свойство ОКО и ГКО очень важно при создании ФС, в которых ОКО и ГКО играют ключевую роль и являются основой ФС, а затем и РП. Эти ФС будут рассмотрены ниже и в разделе IV.

Нивелирование случайностей при повторных измерениях создается за счет многопараметричности и объясняется тем, что при измерениях число положительных и отрицательных случайных отклонений от истинных значений (математических ожиданий) параметров, приведенных к одной обобщенной оси, равновероятно и сумма этих отклонений при большом числе параметров близка к нулю. Этим и объясняется робастность ОКО, что позволяет при разделении  $G$  и  $\bar{G}$  состояний ограничиться одним измерением каждого из параметров, а ГКО, включающие большое число параметров, согласно второго принципа распознавания, так же при однократном измерении параметров позволят разделить  $\bar{G}$ -диагнозы.

#### **III.4. Общее пояснение к применению ОКО при разделении исправного – $G$ и неисправного – $\bar{G}$ -состояний и самих $\bar{G}$ -состояний**

ОКО, как обобщенный показатель состояния объекта, определяется всеми  $m$  параметрами, формулами (3.1а,1б) и (3.2а,2б), характеризующими состояния всех ответственных элементов объекта, и неисправность любого из этих элементов скажется на изменении ОКО, в отличие от привычных для всех в технической диагностике, выходных параметров: КПД, мощности и др., так как не всякое повреждение на них влияет.

Благодаря высокой «чувствительности», ОКО успеет среагировать на возникновение повреждения, например, усталостной трещины, приводящей к внезапному отказу, предупреждение и прогнозирование которого остаются пока ещё «головной болью» специалистов в области надежности. Повреждения, вызванные усталостью материала, начинают проявляться, как правило, лишь спустя некоторое время.

Что касается такого повреждения, как износ, приводящий к постепенному отказу, то у большинства объектов он (износ) начинается с вводом их в эксплуатацию. Поэтому принято считать объекты исправными, пока изменение выходного обобщенного параметра, например, мощности или КПД не достигнет своего предельного отклонения или предельного значения.

При разделении  $G$  и  $\bar{G}$  – состояний, например, в технической диагностике можно использовать различный математический аппарат. Решая задачу различения исправного состояния технического объекта от неисправного, при назначении текущего ремонта, определяют допустимое отклонение ОКО (КПД, мощность и др.) по минимуму целевой функции с применением аппарата вероятностного прогнозирования (АВП) технического состояния [10, 13]. При этом должно быть известно предельное отклонение ОКО, разделяющее исправное состояние от неработоспособного или неисправного износостойкого состояния составной части технического объекта, исчерпавшей свой ресурс. В отличие от АВП в задачах теории статистических решений отсутствует понятие предельного состояния. Граничное значение ОКО, разделяющее исправное состояние объекта от неисправного, определяется по минимуму среднего риска, включающего вероятности ложной тревоги и пропуска цели, влекущие соответствующие затраты [9, 17 и др.].

Из формул ОКО (3.1а) ÷ (3.2б) видно, что ОКО представляет собой отношение: только не отношение двух ГКО, представляющих, согласно второго принципа распознавания, разные диагностические среды, а отношения сумм или произведений параметров вида  $l$  и  $S$ . Можно выдвинуть гипотезу, что эти отношения будут различны при разных диагнозах, если их число – небольшое, а области диагнозов не слишком пересекаются. Понятно, что если числа параметров  $l$  и  $S$  будут различны при разных диагнозах, то отличить их не составит труда.

В другом случае можно представить суммы или произведения числителя и знаменателя ОКО как отдельные, самостоятельные и независимые



(параметры вида  $l$  и  $S$ - независимы) ФС и рассматривать их как векторы, направленные по осям координат. Тогда, применяя метод координат [3], получим различные, но пересекающиеся, «с диффузией», расположения областей этих диагнозов на координатном поле, что позволит их различить, и при периодических проверках (контроле) состояний объектов установить истинный диагноз. Таким образом, в этом случае ОКО позволит разделить и  $\bar{G}$ - диагнозы. Подробнее о ФС, построенных на первом и втором принципах распознавания состояний, изложено в пп.6,7 и разделе IV.

### III.5. Модифицированная формула ОКО и формулы групповых конфигурационных отношений (ГКО)

В случае нескольких диагностических сред и разделения ОКО на группы в виде нескольких ГКО, формулу ОКО можно усилить и при низких значениях порогов распознавания. Такое модифицированное ОКО способно, как будет показано на примере ниже, отличить диагнозы  $\bar{G}$  состояний.

Запишем ОКО в следующем виде, взяв из формул (3.2а) ÷ (3.2в), например, формулу (3.2б) и вторую формулу из (3.2в).

$$\bar{R}_{\pi_2^*} = \frac{\sum_{l=1}^{m_l} \sum_{\gamma=1}^n \lambda_l \bar{\xi}_{l\gamma\pi}^{\bar{6}}}{\sum_{s=1}^{m_s} \sum_{\gamma=1}^n \lambda_s \bar{\xi}_{s\gamma\pi}^{\bar{6}}} = \frac{\sum^{m_{l_1}} \sum^n \lambda_l \bar{\xi}_{l\gamma\pi}^{\bar{6}} + \sum^{m_{l_2}} \sum^n \lambda_l \bar{\xi}_{l\gamma\pi}^{\bar{6}} + \dots + \sum^{m_{l_v}} \sum^n \lambda_l \bar{\xi}_{l\gamma\pi}^{\bar{6}}}{\sum^{m_{s_1}} \sum^n \lambda_s \bar{\xi}_{s\gamma\pi}^{\bar{6}} + \sum^{m_{s_2}} \sum^n \lambda_s \bar{\xi}_{s\gamma\pi}^{\bar{6}} + \dots + \sum^{m_{s_v}} \sum^n \lambda_s \bar{\xi}_{s\gamma\pi}^{\bar{6}}} \quad (3.3a)$$

$$\bar{R}_{i_2^*} = \frac{\sum^{m_{l_1}} \sum^n \lambda_l \bar{\xi}_{l\gamma_i}^{\bar{6}} + \sum^{m_{l_2}} \sum^n \lambda_l \bar{\xi}_{l\gamma_i}^{\bar{6}} + \dots + \sum^{m_{l_v}} \sum^n \lambda_l \bar{\xi}_{l\gamma_i}^{\bar{6}}}{\sum^{m_{s_1}} \sum^n \lambda_s \bar{\xi}_{s\gamma_i}^{\bar{6}} + \sum^{m_{s_2}} \sum^n \lambda_s \bar{\xi}_{s\gamma_i}^{\bar{6}} + \dots + \sum^{m_{s_v}} \sum^n \lambda_s \bar{\xi}_{s\gamma_i}^{\bar{6}}} \quad (3.3б)$$

где  $v$ - число составленных групп параметров или число диагностических сред.  $v \geq 2$ ;  $m_l = m_{l_1} + m_{l_2} + \dots + m_{l_v}$ ;  $m_s = m_{s_1} + m_{s_2} + \dots + m_{s_v}$ .

Нетрудно заметить в формулах (3.3а) и (3.3б) сформированные ГКО:

$$\text{ГКО}_{\pi_1} = \frac{\sum^{m_{l_1}} \sum^n \lambda_l \bar{\xi}_{l\gamma\pi}^{\bar{6}}}{\sum^{m_{s_1}} \sum^n \lambda_s \bar{\xi}_{s\gamma\pi}^{\bar{6}}}; \text{ГКО}_{\pi_2} = \frac{\sum^{m_{l_2}} \sum^n \lambda_l \bar{\xi}_{l\gamma\pi}^{\bar{6}}}{\sum^{m_{s_2}} \sum^n \lambda_s \bar{\xi}_{s\gamma\pi}^{\bar{6}}}; \dots; \text{ГКО}_{\pi_v} = \frac{\sum^{m_{l_v}} \sum^n \lambda_l \bar{\xi}_{l\gamma\pi}^{\bar{6}}}{\sum^{m_{s_v}} \sum^n \lambda_s \bar{\xi}_{s\gamma\pi}^{\bar{6}}} \quad (3.4a)$$

$$\text{ГКО}_{i_1} = \frac{\sum^{m_{l_1}} \sum^n \lambda_l \bar{\xi}_{l\gamma_i}^{\bar{6}}}{\sum^{m_{s_1}} \sum^n \lambda_s \bar{\xi}_{s\gamma_i}^{\bar{6}}}; \text{ГКО}_{i_2} = \frac{\sum^{m_{l_2}} \sum^n \lambda_l \bar{\xi}_{l\gamma_i}^{\bar{6}}}{\sum^{m_{s_2}} \sum^n \lambda_s \bar{\xi}_{s\gamma_i}^{\bar{6}}}; \dots; \text{ГКО}_{i_v} = \frac{\sum^{m_{l_v}} \sum^n \lambda_l \bar{\xi}_{l\gamma_i}^{\bar{6}}}{\sum^{m_{s_v}} \sum^n \lambda_s \bar{\xi}_{s\gamma_i}^{\bar{6}}} \quad (3.4б)$$

Таким образом мы приходим к модифицированной формуле  $ОКО_M$ , сложив  $ГКО_{\pi\omega}$  (3.4а) и  $ГКО_{i\omega}$  (3.4б), где  $\omega = \overline{1, v}$

$$ОКО_{M\pi} = ГКО_{\pi_1} + ГКО_{\pi_2} + \dots + ГКО_{\pi_v} \quad (3.5а)$$

$$ОКО_{Mi} = ГКО_{i_1} + ГКО_{i_2} + \dots + ГКО_{i_v} \quad (3.5б)$$

Из (3.3а) и (3.5а), (3.3б) и (3.5б) следуют очевидные неравенства.

$$R_{\pi_{2*}} = ОКО_{\pi_{2*}} < \sum_{\omega=1}^v ГКО_{\pi\omega} \text{ и } ОКО_{i_{2*}} < \sum_{\omega=1}^v ГКО_{i\omega} \quad (3.6)$$

Модифицированное  $ОКО$ , формулы (3.5а) и (3.5б), благодаря значительному усилению и преобразованию  $ОКО$  (3.6), оказываются пригодны не только для дифференциальной диагностики: распознавания  $G$  и  $\bar{G}$  – состояний, но и для разделения самих  $\bar{G}$ -состояний. Однако надежность различения  $\bar{G}$ - диагнозов все-таки не высока, как будет видно на примере.

### **III.6. Функции состояния, основанные на втором принципе распознавания и ГКО.**

Согласно второму принципу распознавания состояний диагнозы будут различаться суммами или произведениями значений всевозможных комбинаций отношений ГКО.

Число сочетаний односторонних (А/В) отношений ГКО (В/А не допускается) между собой для каждого из  $L$  диагнозов и проверяемого субъекта или объекта составит -  $C_v^2 = \frac{v(v-1)}{2}$ , а их суммы отношений ГКО по всем сочетаниям будут различными для выбранных диагнозов (состояний). Тогда ФС или математико-диагностические модели диагнозов и состояния проверяемого субъекта (объекта) будут иметь вид:

$$\Phi C_{\pi} = \sum c_v^2 \frac{ГКО_{\pi\omega}}{ГКО_{\pi\omega'}} \Big|_{\pi} = \sum c_v^2 r_{\pi\omega/\omega'} \Big|_{\pi} \text{ для } \pi \text{-го диагноза} \quad (3.7а)$$

$$\Phi C_i = \sum c_v^2 \frac{ГКО_{i\omega}}{ГКО_{i\omega'}} \Big|_i = \sum c_v^2 r_{i\omega/\omega'} \Big|_i, \text{ где } \omega = \overline{1, v}; \omega \neq \omega'. \quad (3.7б)$$

Следует заметить, что модифицированное  $ОКО$  (ф-лы (3.5а) и (3.5б)) представляют собой частный случай сочетаний ГКО, составляющих  $ОКО_M$ ,

когда в общей формуле сочетаний  $C_v^k$ , где  $v \geq k, k = 1$ . Перепишем формулы (3.5а) и (3.5б) в форме или виде ФС:

$$\text{ФС}_{\pi M} = \sum_{\omega=1}^v \text{ГКО}_{\pi\omega} \quad (3.8а)$$

$$\text{ФС}_{iM} = \sum_{\omega=1}^v \text{ГКО}_{i\omega} \quad (3.8б)$$

В этом случае  $\text{ОКО}_M$  также является ФС как диагнозов, так и проверяемого субъекта (объекта) с той лишь разницей, что эффективность различения  $\bar{G}$ -состояний, как будет показано на примере, значительно ниже, чем при использовании ФС, построенных на основе второго принципа распознавания (см. формулы (3.7а) и (3.7б)), т.е. на основе специфики отношений ГКО.

При составлении РП здесь можно использовать метрические методы распознавания, метрические меры близости (см. например [2, 9, 32, 33]): абсолютное расстояние или расстояние по Хэммингу, квадрат этого расстояния, относительная мера конкурентного сходства (близости) и др. Записанные в форме ФС, эти меры близости будут иметь вид:  $\rho(\text{ФС}_i, \text{ФС}_\pi) = |\text{ФС}_i - \text{ФС}_\pi|$  и  $\rho^2(\text{ФС}_i, \text{ФС}_\pi) = (\text{ФС}_i - \text{ФС}_\pi)^2$

Тогда РП установления прелиминарного диагноза –  $D_\pi$  запишем в виде:

$$\rho|_{D^*} = \min_{\pi \in L} |\text{ФС}_i - \text{ФС}_\pi| \rightarrow X \in D_* = D_\pi \quad (3.9а)$$

или

$$\rho|_{D^*} = \min_{\pi \in L} |\text{ФС}_i - \text{ФС}_{\pi M}| \rightarrow X \in D_* = D_\pi \quad (3.9б)$$

и

$$\rho^2|_{D^*} = \min_{\pi \in L} (\text{ФС}_i - \text{ФС}_\pi)^2 \rightarrow X \in D_* = D_\pi \quad (3.10а)$$

или

$$\rho^2|_{D^*} = \min_{\pi \in L} (\text{ФС}_i - \text{ФС}_{\pi M})^2 \rightarrow X \in D_* = D_\pi, \quad (3.10б)$$

где  $X$  – состояние проверяемого субъекта (объекта).

При наличии заданного порога распознавания –  $\delta > 0$  РП, например, (3.9а) или (3.9б) записываются в более строгой форме:

$$\rho|_{D^{**}} - \rho|_{D^*} > \delta \rightarrow X \in D_* = D_\pi \quad (3.11а)$$

и не принимается, если:

$$\rho |_{D^{**}} - \rho |_{D^*} < \delta \rightarrow X \text{ не определено,} \quad (3.11б)$$

где  $\rho |_{D^{**}} = |\Phi C_i - \Phi C_{D^{**}}|$ ;  $D^{**}$  – ближайший к  $D^*$  диагноз.

$$\text{а } \rho |_{D^*} = |\Phi C_i - \Phi C_{D^*}| = \min$$

В случае если динамические поля (геофизический случай) характеризуются каждое, одним выделенным параметром с возрастающими или убывающими значениями при развитии какого-либо процесса, то при числе динамических полей  $v = m_l + m_s$ , число различных отношений динамических полей или отношений параметров вида  $l$  и  $S$ , будет равно  $N = m_l \times m_s$ . Тогда ФС диагнозов и ФС рассматриваемого процесса.

$$\Phi C_\pi = \sum_{\substack{l=1 \\ s=1}}^{m_l \times m_s} r_{l/s} |_\pi = \sum_{\substack{l=1 \\ s=1}}^{m_l \times m_s} \frac{\sum_{r=1}^n \lambda_l \bar{\xi}_{l_\pi}^{\bar{6}}}{\sum_{\gamma=1}^n \lambda_s \bar{\xi}_{s_\pi}^{\bar{6}}}$$

и

$$\Phi C_i = \sum_{\substack{l=1 \\ s=1}}^{m_l \times m_s} r_{l/s} |_i = \sum_{\substack{l=1 \\ s=1}}^{m_l \times m_s} \frac{\sum_{r=1}^n \lambda_l \bar{\xi}_{l_i}^{\bar{6}}}{\sum_{\gamma=1}^n \lambda_s \bar{\xi}_{s_i}^{\bar{6}}}; l = \overline{1, m_l}, \quad s = \overline{1, m_s}$$

РП установления предварительного диагноза принимается в виде условий (3.9а), (3.10а) или (3.11а).

### **III.7. Анализ функций состояния и условия сравнения и разделения диагнозов.**

Общее число вычислений отношений ГКО для двух наиболее вероятных диагнозов и состояния проверяемого субъекта (объекта) достаточно велико и составляет  $N = 3v! C_v^2$ . При  $v = 4$ ,  $N = 432$ , а число цепочек  $\Phi C_{D_1}$ ,  $\Phi C_{D_2}$  и  $\Phi C_i$  (формулы (3.7а) и (3.7б)) –  $N_{\text{ц}} = 3v! = 72$ . Но можно значительно сократить число вычислений, если воспользоваться эвристической логикой. Для сокращения вычислений и последующего сравнения и разделения диагнозов, а затем сравнения каждого диагноза с состоянием диагностируемого субъекта (объекта, процесса) по суммам отношений их ГКО, необходимо в первую очередь задать или обеспечить одни и те же равные условия сравнения

для диагнозов и проверяемого объекта, а именно; а) только «односторонние» отношения ГКО из набора  $C_v^2$ , например  $A / A'$  (обратное отношение  $A' / A$  не допускается); б) с целью получения бóльших значений сумм отношений ГКО для двух конкурирующих диагнозов и, следовательно, последующей большей разности между ними, числители всех отношений должны быть больше знаменателей, т.е. бóльшие значения ГКО делятся на меньшие; в) ряд или цепочку отношений ГКО целесообразно начать с такого отношения, которое лучше других показывает отличие диагнозов. Математически это высказывание можно записать, например, так:

$$\Delta_{max} = \frac{\text{ГКО}_{\varepsilon D1}}{\text{ГКО}_{\varepsilon' D1}} - \frac{\text{ГКО}_{\varepsilon D2}}{\text{ГКО}_{\varepsilon' D2}} = \max_{\varepsilon/\varepsilon' \in C_v^2, \varepsilon \neq \varepsilon'}$$

или после перенумерации

$$\Delta_{max} = \frac{\text{ГКО}_{1D1}}{\text{ГКО}_{2D1}} - \frac{\text{ГКО}_{1D2}}{\text{ГКО}_{2D2}} = \max \quad (3.12)$$

На рис. 3.1а это – отношения  $A_{11}/A_{21}$  и  $A_{12}/A_{22}$ .

Таким образом, эвристическими мерами или условиями а), б) и в) убирается многовариантность отношений ГКО, что позволяет выполнить всего  $3C_v^2$  вычислений. Кроме того целенаправленно улучшается разделение диагнозов.

Диагнозы  $D_1$  и  $D_2$  оказываются трудноразличимыми при следующих условиях, записанных в виде неравенств (для простоты возьмем  $v = 3$ ), когда нет ярко выраженного резкого различия между какими-то двумя ГКО. Приведем эти неравенства с учетом условий или мер: а), б) и в). Может быть, например, такая последовательность неравенств:

$$\begin{aligned} \text{ГКО}_{1D1} &> \text{ГКО}_{2D1} > \text{ГКО}_{3D1} \\ \text{ГКО}_{1D2} &> \text{ГКО}_{2D2} > \text{ГКО}_{3D2} \\ \text{ГКО}_{1i} &> \text{ГКО}_{2i} > \text{ГКО}_{3i} \end{aligned} \quad (3.13a)$$

или

$$\begin{aligned}
& \text{ГКО}_{1D_1} > \text{ГКО}_{2D_1} < \text{ГКО}_{3D_1} \\
& \text{ГКО}_{1D_2} > \text{ГКО}_{2D_2} < \text{ГКО}_{3D_2} \\
& \text{ГКО}_{1i} > \text{ГКО}_{2i} < \text{ГКО}_{3i}
\end{aligned} \tag{3.13б}$$

Для разделения диагнозов в условиях (3.13а) или (3.13б) разность  $\Delta \max$  (3.12) должна быть существенно больше разности других отношений ГКО. Графически трудноразличимые диагнозы показаны на рис. 3.1а одним из нескольких вариантов при  $\nu = 4$ . ( Рис. 3.1а, 3.1б и 3.1в ) приведены перед примером: п. Ш.8. Пример ). При нарушении, не соблюдении хотя бы одного из неравенств в первой или второй цепочке неравенства (3.13а) или (3.13б), диагнозы оказываются легкоразличимыми (появляется специфика в отношениях ГКО). Это высказывание, например, для (3.13а) можно записать в виде следующих цепочек неравенств (3.14).

$$\begin{aligned}
& \text{ГКО}_{1D_1} > \text{ГКО}_{2D_1} > \text{ГКО}_{3D_1} \\
& \text{ГКО}_{1D_2} < \text{ГКО}_{2D_2} > \text{ГКО}_{3D_2} \\
& \text{или} \\
& \text{ГКО}_{1D_1} > \text{ГКО}_{2D_1} > \text{ГКО}_{3D_1} \\
& \text{ГКО}_{1D_2} > \text{ГКО}_{2D_2} < \text{ГКО}_{3D_2}
\end{aligned} \tag{3.14}$$

Графически легкоразличимые диагнозы показаны на рис. 3.1б одним из нескольких вариантов при  $\nu = 4$ . К легкоразличимым диагнозам, очевидно, меры или условия а), б) и в) не относятся.

Если знаки неравенств в третьей цепочке (3.13а) или (3.13б) для состояния  $i$ -го субъекта (объекта, процесса) разнятся как с диагнозом  $D_1$ , так и  $D_2$ , то состояние проверяемого не принадлежит ни к диагнозу  $D_1$ , ни к диагнозу  $D_2$ . Это высказывание проиллюстрировано на рис (3.1в) графически при  $\nu = 4$ .

РП (3.9б) и (3.10б) диагностики состояния объекта при использовании  $\Phi C_{\pi M}$ ,  $\Phi C_{iM}$ , (формулы (3.8а) и (3.8б)) могут привести к ошибке, так как в этом случае разные значения  $\Phi C_{iM}$  могут принадлежать как к одному и тому же диагнозу, так и другому, если  $\Phi C_{iM}$  была вычислена в разные моменты времени  $T_1$  и  $T_2$  при развитии какого-то деструктивного, деградационного процесса. При

$T_1$  РП укажет, например, на диагноз  $D_1$ , а при  $T_2$  – на диагноз  $D_2$ . Кроме того при отсутствии отношений ГКО отсутствует специфика в различении диагнозов. Однако для быстрого, первоначального, разделения диагнозов, РП(3.9б) и (3.10б) - могут быть использованы.

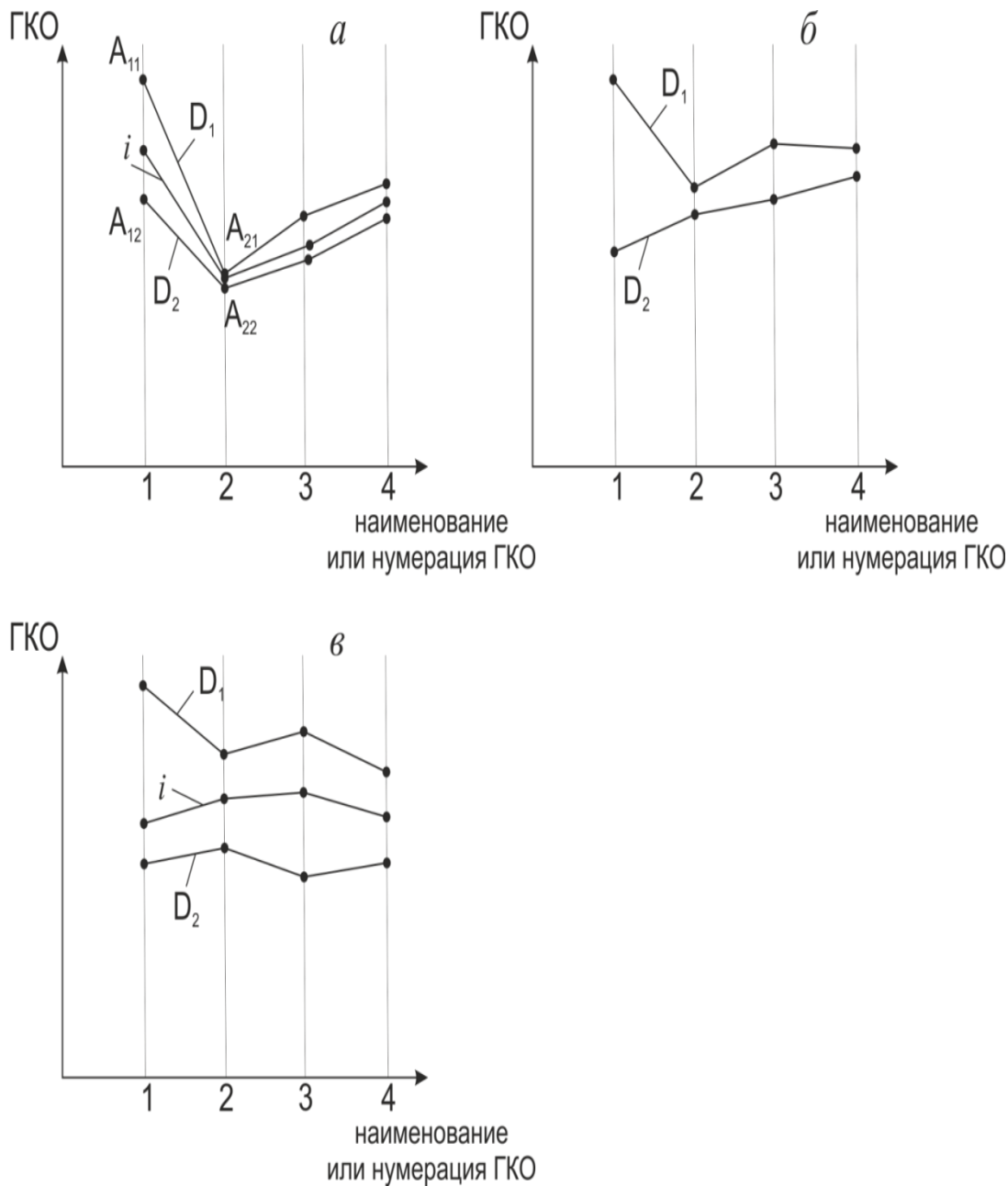


Рис.3.1. Иллюстрации различимости диагнозов (состояний)  
 а) трудноразличимые диагнозы  
 б) легкоразличимые диагнозы  
 в) состояние проверяемого не принадлежит  
 диагнозам  $D_1$  и  $D_2$

### III.8. Пример

Данный пример сознательно отнесен к трудноразличимым диагнозам. Пусть проверяется состояние некоего объекта. Диагностика этого объекта располагает четырьмя ( $v = 4$ ) диагностическими средами. Следовательно, составлены 4 ГКО для двух оставшихся наиболее вероятных диагнозов –  $D_1$  и  $D_2$ . По формулам (3.4а) и (3.4б) вычислены средние статистические значения ГКО для этих диагнозов и проверяемого объекта.

$$\text{ГКО}_{1D_1} = 52,7; \text{ГКО}_{2D_1} = 22,3; \text{ГКО}_{3D_1} = 30,3; \text{ГКО}_{4D_1} = 33,5$$

$$\text{ГКО}_{1D_2} = 38,8; \text{ГКО}_{2D_2} = 21,2; \text{ГКО}_{3D_2} = 25,2; \text{ГКО}_{4D_2} = 28,3$$

$$\text{ГКО}_{1i} = 43,7; \text{ГКО}_{2i} = 21,5; \text{ГКО}_{3i} = 27,4; \text{ГКО}_{4i} = 30,2$$

Как видно из примера, диагнозы  $D_1$  и  $D_2$  по своим ГКО (см. рис 3.1а) – трудно различимы и оба относятся к  $\bar{G}$  – состояниям.

Требуется определить, к какому диагнозу следует отнести состояние данного объекта, если применить условия, соответственно: (3.9а), (3.9б) и (3.11). В данном примере на рис 3.1а показаны в виде ломаной линии и значения ГКО  $i$  – го проверяемого субъекта (объекта).

#### Решение

Число сочетаний отношений ГКО в каждой из трех цепочек, при указанных в III.7 условиях и при  $v = 4$ , равно  $C_4^2 = 6$ .

По формулам (3.7а) и (3.7б) найдем  $\Phi C_{D_1}$ ,  $\Phi C_{D_2}$  и  $\Phi C_i$ .

$$\Phi C_{D_1} = \sum \left. \frac{\text{ГКО } \omega}{\text{ГКО } \omega'} \right|_{D_1} = \frac{52,7}{22,3} + \frac{52,7}{30,3} + \frac{52,7}{33,5} + \frac{30,3}{22,3} + \frac{33,5}{22,3} + \frac{33,5}{30,3} = 9,641.$$

$$\Phi C_{D_2} = \sum \left. \frac{\text{ГКО } \omega}{\text{ГКО } \omega'} \right|_{D_2} = \frac{38,8}{21,2} + \frac{38,8}{25,2} + \frac{38,8}{28,3} + \frac{25,2}{21,2} + \frac{28,3}{21,2} + \frac{28,3}{25,2} = 8,388.$$

$$\Phi C_i = \sum \left. \frac{\text{ГКО } \omega}{\text{ГКО } \omega'} \right|_i = \frac{43,7}{21,5} + \frac{43,7}{27,4} + \frac{43,7}{30,2} + \frac{27,4}{21,5} + \frac{30,2}{21,5} + \frac{30,2}{27,4} = 8,855.$$

Далее определяем значения метрических мер близости в виде абсолютных расстояний  $\rho$  от диагнозов до объекта.



$$\rho(\Phi C_i, \Phi C_{D_1}) = |\Phi C_i - \Phi C_{D_1}| = |8,855 - 9,641| = 0,786$$

$$\rho(\Phi C_i, \Phi C_{D_2}) = \Phi C_i - \Phi C_{D_2} = 8,855 - 8,388 = 0,467$$

По РП (3.9а)  $\Phi C_i - \Phi C_{D_2} < \Phi C_i - \Phi C_{D_1}$ , то  $X \in D_2$ .

При заранее выбранном пороге распознавания –  $\delta$  принадлежность  $X$  к  $D_2$  принимается по РП (3.11). Пусть  $\delta = 0,3$ . Тогда:

$$\rho(\Phi C_i, \Phi C_{D_1}) - \rho(\Phi C_i, \Phi C_{D_2}) = 0,786 - 0,467 = 0,319 > \delta = 0,3.$$

Следовательно,  $X \in D_2$ .

Для сравнения рассмотрим принадлежность  $X$  к  $D_2$  при  $\Phi C_{D_{1M}}$  и  $\Phi C_{D_{2M}}$  – (формулы (3.8а) и (3.8б)) и соответствующего им РП (3.9б).

$$\Phi C_{D_{1M}} = \sum_{\omega=1}^{v=4} \text{ГКО } \omega|D_1 = 52,7 + 22,3 + 30,3 + 33,5 = 138,8$$

$$\Phi C_{D_{2M}} = \sum_{\omega=1}^{v=4} \text{ГКО } \omega|D_2 = 38,8 + 21,2 + 25,2 + 28,3 = 113,5$$

$$\Phi C_{iM} = \sum_{\omega=1}^{v=4} \text{ГКО } \omega|i = 43,7 + 21,5 + 27,4 + 30,2 = 122,8$$

При отсутствии отношений ГКО метрическая мера-расстояние  $\rho$  берется в относительном виде, делением на  $\Phi C_{iM}$ . Тогда

$$r_{D_{1-i}} = \frac{|\Phi C_{D_{1M}} - \Phi C_{iM}|}{\Phi C_{iM}} = \frac{138,8 - 122,8}{122,8} = 0,13$$

$$r_{D_{2-i}} = \frac{|113,5 - 122,8|}{122,8} = 0,076 \text{ и } r_{D_{2-i}} < r_{D_{1-i}}.$$

Формально, по РП (3.9б),  $X \in D_2$ . Но  $r_{D_{1-i}} - r_{D_{2-i}} = 0,054 < \delta = 0,3$  и по условию (3.11б) принадлежность  $X$  к  $D_2$  не принимается. Через какое-то время необходима повторная проверка.

### **III.9. Выводы**

1. Предложено модифицированное ОКО, как сумма ГКО числа различных диагностических сред, способное предварительно разделить диагнозы нездоровых, неисправных и других аномальных состояний.

2. Созданы функции состояний диагнозов и проверяемого субъекта (объекта, процесса), основанные на втором принципе распознавания состояний, согласно которому диагнозы аномальных состояний различаются суммами (или произведением) определенных комбинаций отношений ГКО, число которых в каждой сумме равно числу сочетаний из числа ГКО по  $K$ , где  $K = 1, 2, 3$ .

3. На основе ГКО приведены условия, при которых диагнозы аномальных состояний трудно различимы и легко различимы.

4. Решающее правило, построенное на метрической мере близости, благодаря созданным на основе отношений ГКО функциям состояний, – показало на приведенном примере хорошее разделение трудноразличимых диагнозов и достаточно высокую надежность при решении вопроса о принадлежности состояния проверяемого к тому или иному диагнозу.

## **IV. СОСТАВЛЕНИЕ НАБОРА НЕЗАВИСИМЫХ РЕШАЮЩИХ ПРАВИЛ (РП) ПРИ УСТАНОВЛЕНИИ ДИАГНОЗА**

### **IV.1. Основные положения**

Алгоритмы распознавания – конечные продукты математических методов, выводят на заключительный этап – составление РП отнесения состояния проверяемых субъектов, объектов или процессов к тому или иному верифицированному диагнозу (состоянию). Чем больше независимых РП удастся составить, тем из большего числа этих РП будет проведено «голосование» в пользу наиболее вероятного, прелиминарного диагноза, который при подтверждающей дополнительной проверке (контроле) должен оказаться истинным.

Основной составной частью РП, в вероятностно-метрическом подходе в теории распознавания [3], являются ФС или, как уже было отмечено выше, математико-диагностические модели диагнозов. Эти ФС различны для разных диагнозов и при сравнении ФС проверяемого субъекта, объекта или процесса с ФС возможных эталонных диагнозов (состояний), на основе выбранного критерия принадлежности, отдается предпочтение тому или иному диагнозу. Это сравнение оформляется уже непосредственно в виде РП.

ФС в этом разделе построены как на основе разнонаправленных, а потому независимых параметров состояния, входящих в ОКО (см. раздел III), так и на фундаменте первых двух независимых друг от друга принципов распознавания (см. раздел I).

В разделе IV, в отличие от ФС и РП, определяемых либо суммами или произведениями ФС, входящих в ВММБ (п.п.1.4 и 1.6), либо суммами всевозможных комбинаций отношений ГКО (см-ф-лы (3.7а); (3.7б), (3.8а) и (3.8б)), - использован двухмерный вариант составления РП, так как РП в этом разделе строятся в основном на применении одного из эффективных математических методов ТР - методе координат [3], где каждая пара независимых ФС, объявляется векторами, которые затем направляются по осям координат (отсюда и название метода). Точки, представляющие собой состояние субъектов, объектов, входящих в кластеры разных диагнозов, заполняют координатное поле, в которое попадает и точка (состояние) проверяемого субъекта (объекта).

Поскольку каждая пара ФС, входящих в ОКО, и построенных на первом и втором принципах распознавания, может быть сформирована из набора параметров, взятых из ОКО и положений этих принципов, т.е. комбинацией всевозможных отношений, - число составленных РП будет многократно превосходить число построенных ФС.

ФС, построенные на положениях первого принципа, приведены в п. IV.3, а ФС, составленные на положениях второго принципа, - в п.п. III.5 и III.6.

ФС должны быть записаны как для кластеров всех  $L$  выбранных диагнозов, так и проверяемого субъекта, объекта или процесса.

## IV.2. Двумерный вектор функций состояния (ФС), вытекающий из формулы ОКО

Параметры вида  $l$  и  $S$ , в формуле ОКО (3.1a), (3.1б) и (3.2a ÷ 3.2в) являются независимыми. Из выдвинутой гипотезы о том, что отношение сумм или произведений параметров вида  $l$  и  $S$  в формуле ОКО возможно будут различными для кластеров разных верифицированных диагнозов (состояний) следует, что уже само ОКО является ФС.

При использовании метода координат, т.е. при двухвекторном её расслоении (бифуркации) по двум осям координат, получим две независимые ФС:  $\Phi C(l)$  и  $\Phi C(S)$ .

$$\text{Итак, } \Phi C(l)_{\pi} = \prod_{l=1}^{ml} (\bar{\xi}_{l\pi}^{\bar{b}})^{\lambda_{l\pi}}, \quad \Phi C(S)_{\pi} = \prod_{S=1}^{mS} (\bar{\xi}_{S\pi}^{\bar{b}})^{\lambda_{S\pi}},$$

$$\text{и } \Phi C(l)_i = \prod_{l=1}^{ml} (\xi_{li}^{\bar{b}})^{\lambda_{l\pi}}, \quad \Phi C(S)_i = \prod_{S=1}^{mS} (\xi_{Si}^{\bar{b}})^{\lambda_{S\pi}}, \quad (4.1)$$

или

$$\Phi C(l)_{\pi} = \sum_{l=1}^{ml} \lambda_{l\pi} \bar{\xi}_{l\pi}^{\bar{b}}, \quad \Phi C(S)_{\pi} = \sum_{S=1}^{mS} \lambda_{S\pi} \bar{\xi}_{S\pi}^{\bar{b}},$$

$$\text{и } \Phi C(l)_i = \sum_{l=1}^{ml} \lambda_{l\pi} \xi_{li}^{\bar{b}}, \quad \Phi C(S)_i = \sum_{S=1}^{mS} \lambda_{S\pi} \xi_{Si}^{\bar{b}}, \quad (4.1б)$$

Если известны оценки среднеквадратичных отклонений параметров  $l$  и  $S$  для кластера с диагнозом  $D_{\pi}$ , то значения весовых коэффициентов можно принять равными:

$$\lambda_{l\pi} = 1/\sigma_{l\pi} \quad \text{и} \quad \lambda_{S\pi} = 1/\sigma_{S\pi}$$

## IV.3. Функции состояния, основанные на положениях первого принципа распознавания и их бифуркации.

В работе [3, п.1.7] приведены две ФС.

Первая из них:

$$\begin{aligned} \Phi C_{1\pi} = d(\pi, 0); \quad \Phi C_{1i} = d(i, 0), \\ \left\{ \begin{aligned} d(i, 0) &= \sum_{l=1}^{ml} |N_{li} - N_{lo}| + \sum_{s=1}^{ms} |N_{si} - N_{so}| \\ d(\pi, 0) &= \sum_{l=1}^{ml} |N_{l\pi} - N_{lo}| + \sum_{s=1}^{ms} |N_{s\pi} - N_{so}|, \end{aligned} \right. \end{aligned} \quad (4.2)$$

где  $N_{li}$ ,  $N_{si}$ ,  $N_{l\pi}$ ,  $N_{s\pi}$ , - соответственно, номера  $l$  и  $S$  параметров  $i$ -го диагностируемого субъекта (объекта, процесса) и субъектов (объектов) в кластере с эталонным  $\pi$ -м диагнозом, в ранжированных по их значениям рядах относительно ранжированного ряда параметров опорного диагноза.

Бифуркация (4.2) создает из одной две ФС<sub>б</sub>:

$$\begin{aligned} \Phi C_{1\pi}^{\bar{b}}(l) = \sum_{l=1}^{m_l} |N_{l\pi} - N_{lo}| \quad \Phi C_{1\pi}^{\bar{b}}(S) = \sum_{s=1}^{m_s} |N_{s\pi} - N_{so}| \\ (4.2.1) \quad (4.2.2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi C_{1i}^{\bar{b}}(l) = \sum_{l=1}^{m_l} |N_{li} - N_{lo}| \quad \Phi C_{1i}^{\bar{b}}(S) = \sum_{s=1}^{m_s} |N_{si} - N_{so}| \end{aligned}$$

$\Phi C_{1\pi}^{\bar{b}}(l)$  и  $\Phi C_{1\pi}^{\bar{b}}(S)$  в качестве векторов направляют по осям координат, так как их отношение позволит разделить диагнозы в том числе и аномального  $-\bar{G}$  состояния.

Вторая ФС представлена в [3, п.1.7] в виде:

$$\Phi C_{2i|o} = \frac{tg\varphi_{li}}{C_{li}} + \frac{tg\varphi_{si}}{C_{si}}; \quad \Phi C_{2\pi|o} = \frac{tg\varphi_{l\pi}}{C_{l\pi}} + \frac{tg\varphi_{s\pi}}{C_{s\pi}}, \quad (4.3)$$

где  $tg\varphi_{l(s)}$  и  $C_{l(s)}$ - коэффициенты линейных аппроксимирующих функций конфигурационных кривых.

Бифуркация (4.3) создает еще две ФС<sup>σ</sup>

$$\Phi C_{21\pi}^{\flat}(l)|_0 = \frac{tg\varphi_{l\pi}}{C_{l\pi}}; \quad (4.3.1)$$

$$\Phi C_{21\pi}^{\flat}(S)|_0 = \frac{tg\varphi_{S\pi}}{C_{S\pi}} \quad (4.3.2)$$

$$\Phi C_{21i}^{\flat}(l)|_0 = \frac{tg\varphi_{li}}{C_{li}};$$

$$\Phi C_{21i}^{\flat}(S)|_0 = \frac{tg\varphi_{Si}}{C_{Si}}$$

$\Phi C_{21\pi}^{\flat}(l)|_0$  и  $\Phi C_{21\pi}^{\flat}(S)|_0$  в качестве векторов направляют по осям координат.

Следующими двумя векторами могут быть:

$$\Phi C_{2\pi|0}, \Phi C_{2i|0} \quad (4.3)$$

и

$$\Phi C_{3\pi|0}^{\flat} = \frac{tg\varphi_{l\pi}}{C_{l\pi}} - \frac{tg\varphi_{S\pi}}{C_{S\pi}}; \quad \Phi C_{3i|0}^{\flat} = \frac{tg\varphi_{li}}{C_{li}} - \frac{tg\varphi_{Si}}{C_{Si}} \quad (4.4)$$

а так же ФС (4.2), ФС (4.3) и ФС (4.2), ФС (4.4)

Можно составить следующие бифуркации ФС, происходящие из ФС (4.2) и ФС (4.3):

$\Phi C^{\sigma}(4.2.1)$  – один вектор и  $\Phi C^{\sigma}(4.2.2)$  – второй;

$\Phi C^{\sigma}(4.3.1)$  – один вектор и  $\Phi C^{\sigma}(4.3.2)$  – второй;

Эти векторы направляют по осям координат.

Далее в качестве векторов используют сочетания полученных выше ФС и  $\Phi C^{\flat}$ , включая перекрестные бифуркации ФС (4.2) и ФС (4.3):

ФС (4.2) и вектор, составленный из отношения  $\Phi C^{\flat}(4.3.1) / \Phi C^{\flat}(4.3.2)$ , ФС (4.3) и вектор, составленный из отношения  $\Phi C^{\flat}(4.2.1) / \Phi C^{\flat}(4.2.2)$ ; двумерными векторами могут быть отношения:  $\Phi C^{\flat}(4.2.1) / \Phi C^{\flat}(4.2.2)$  и  $\Phi C^{\flat}(4.3.1) / \Phi C^{\flat}(4.3.2)$ ; отношения  $\Phi C^{\flat}(4.2.1) / \Phi C^{\flat}(4.2.2)$  – один вектор и ФС (4.2) – второй вектор; отношения  $\Phi C^{\flat}(4.3.1) / \Phi C^{\flat}(4.3.2)$  – один вектор и ФС(4.3) – второй; отношения  $\Phi C^{\flat}(4.2.1) / \Phi C^{\flat}(4.2.2)$  и ФС (4.4);  $\Phi C^{\flat}(4.2.1) / \Phi C^{\flat}(4.3.1)$  и  $\Phi C^{\flat}(4.2.2) / \Phi C^{\flat}(4.3.2)$ .

Наконец, можно составить перекрестные двумерные ФС, образуемые совместным сочетанием ФС, построенных на положениях первого и второго принципов распознавания состояний. Один вектор ФС из набора ФС,

построенных на основе первого принципа распознавания, направляется по одной оси координат, а другой вектор ФС из набора  $C_v^2$ , сформированных на основе второго принципа, - по другой.

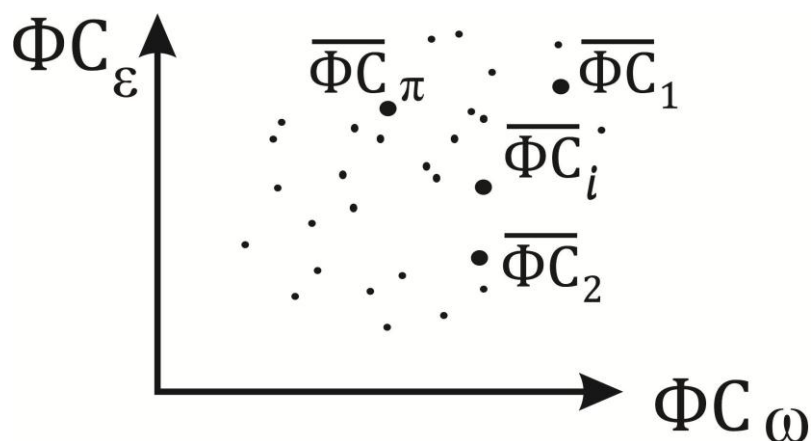
Число перекрестных бифуркаций (двухмерных векторов) в этом случае будет равно произведению чисел этих двух наборов ФС.

Кроме того при записи ОКО в виде формулы (3.3а), а не в виде (3.4а), можно сформировать дополнительное число бифуркаций векторов отношений слагаемых в числителе и знаменателе, в том числе их перекрёстных отношений. Это число составит  $W_1 = 2C_v^2 + v(v - 1), v - 1$  - потому что при перекрестных отношениях  $v$  отношений уже вошло в число ГКО (см.ф-лу (3.4а). При перекрестном перемножении с  $T(K)$  получим еще  $[2C_v^2 + v(v - 1)] \times T(K)$  бифуркаций.

Итак, общее число двухмерных векторов ФС или, что то же самое - число всевозможных координатных полей в методе координат и, соответственно, число РП в этом методе, составит, исходя из основных положений раздела IV,  $W = 1 + T(K) + C_v^2 + T(K)C_v^2 + 2C_v^2 + v(v - 1) + T(K)[2C_v^2 + v(v + 1)] = [1 + T(K)][1 + 3C_v^2 + v(v - 1)]$ , (4.5)

где  $T(K)$  – число двухмерных векторов (или РП(K)), связанное с числом  $K$  составленных ФС, построенных на первом принципе распознавания состояний;  $C_v^2$  – число сочетаний отношений ГКО, двухмерных векторов ФС, исходя из имеющихся  $v$  диагностических сред и положений второго принципа распознавания: отношение ГКО хорошо согласуются с методом координат, в них задействовано по 2 ГКО – два вектора, направляемых по осям координат;  $T(K) \cdot C_v^2$  – число перекрестных ФС или РП.

При использовании в методе координат любой двух векторной пары (ФС<sub>ε</sub>, ФС<sub>ω</sub>), образованной из построенных ФС, в общем виде координатное поле с нанесенными на него точками (объектами) кластеров всех выбранных диагнозов и  $i$ -го проверяемого, будет иметь вид.



Пара  $(\Phi C_\varepsilon, \Phi C_\omega), \rightarrow (\varepsilon \wedge \omega) \in W, \varepsilon \neq \omega$ .

Преимущество двумерных ФС, состоящих из большого числа параметров, характеризующих состояние субъектов, объектов или процессов, заключается в том, что при большом числе параметров  $m_l$  и  $m_s$ , при их повторных измерениях, положение т. ФС<sub>i</sub> на каждом их W координатных полей, будет достаточно устойчивым т.е. меняться незначительно (см. III.3), что очень важно при установлении диагноза.

Каждая пара двумерных векторов, выражаясь фигурально, выступает в качестве эксперта, только не субъективного, а объективного; при этом все W пар или, что тоже самое, W решающих правил представляют W экспертов – объективный консилиум («коллектив» РП), а из теории экспертных оценок известно, что чем больше квалифицированных экспертов, тем представительнее голосование и в конечном итоге - точнее результат диагностики и прогноза.

#### **IV.4. Установление диагноза с использованием метода координат.**

Необходимо отметить, что в идеале все РП с разными сочетаниями ФС<sub>q</sub>, приведенными выше, должны указать на один и тот же диагноз проверяемого объекта, т.е. этот диагноз должен быть инвариантен при любом способе конструирования ФС<sub>q</sub>, а затем и ОДО<sub>q</sub>. Однако в условиях стохастичности и существенных пересечений областей диагнозов-эталонов инвариантность может быть нарушена. В этом случае предварительный диагноз устанавливается по наибольшему числу РП (ФС), указывающих на этот диагноз. С другой стороны применение метода координат дает следующее РП (см. ниже),



образованное путем совместного использования всех возможных сочетаний отношений ФС. В матрице  $\|M_{\pi\eta}\|$  размером  $L_1 \times W$ , где  $L_1$  – число диагнозов, в области которых попало значение  $\Phi C_i$  –  $i$ -го проверяемого объекта (субъекта или процесса),  $W$  – число образованных бифуркаций (двухмерных векторов ФС) из всех возможных сочетаний отношений ФС, определяется по фор-ле (4.5),  $M_{\pi\eta}$  – элемент матрицы 1,

Матрица 1

D \ W	число бифуркаций ФС						
	1	2	-----	-----	$\eta$	-----	W
D <sub>1</sub>							
D <sub>2</sub>							
⋮	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
D <sub><math>\pi</math></sub>					M <sub><math>\pi\eta</math></sub>		
⋮	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
D <sub>L<sub>1</sub></sub>							

$M_{\pi\eta}$  – число точек (объектов) кластера с  $\pi$ -ом диагнозом при  $\eta$ -ой бифуркации ФС, оказавшихся в рассматриваемой области координатного поля (круге радиуса  $r$ , с центром в точке с координатами  $\Phi C_{i\eta}$ , см[3]). Тогда РП постановки прелиминарного диагноза -  $D_{\pi}$  может быть продиктовано наибольшей вероятностью принадлежности состояния проверяемого объекта (субъекта) к  $\pi$ -ому диагнозу по всем  $W$  бифуркациям ФС, т.е.

$$P_{D_*|w} = \max_{\pi \in L_1} \sum_{\eta=1}^W M_{\pi\eta} / \sum_{\pi=1}^{L_1} \sum_{\eta=1}^W M_{\pi\eta} \rightarrow X_i \in D_* \equiv D_{\pi} \quad (4.6)$$

$$\sum_{\pi=1}^{L_1} P_{D_{\pi}|w} = 1$$

Однако РП (4.6) не учитывает априорные вероятности диагнозов –  $P(D_\pi)$ , которые в большинстве случаев не равны, и не учитывает метрическую меру близости (сходства), меру расстояния -  $\rho_{i-\pi}$  от точки  $\Phi C_i$  до статистических центров диагнозов  $\Phi C_\pi$ . Поэтому правильнее было бы записать РП с использованием ОДО (1.18а), учитывающее и  $P(D_\pi)$  и  $\rho_{i-\pi}$ , входящее в ВММБ (1.1а) или (1.1б).

Вообще метод координат при вероятностно-метрическом подходе в ТР – своего рода геометрическая интерпретация ВММБ  $\pi$ -го диагноза в двумерном случае при каждой  $\eta$  – ой сформированной паре  $\Phi C$ . ВММБ входит составной частью в ОДО (1.18а). Действительно, если в числителе ВММБ вместо функции плотности вероятности записать саму вероятность, то ВММБ будет представлена в виде

$$U(\Phi C_i/D_\pi)_\eta = \frac{P(\Phi C_i/D_\pi)}{\rho_{i-\pi,\eta}} \quad (4.7)$$

В методе координат с двухмерным вектором  $\Phi C$ , для каждой  $\eta$  – й пары  $\Phi C$ , условная вероятность принадлежности состояния проверяемого субъекта, объекта, процесса к  $\pi$ -му диагнозу  $\eta$  – й бифуркации  $\Phi C$

$$P(\Phi C_i/D_\pi)_\eta \cong \frac{M_{\pi\eta}}{\sum_{\pi=1}^{L'} M_{\pi\eta}} \quad (4.8)$$

$$\sum_{\pi=1}^{L'} P(\Phi C_i/D_\pi)_\eta = 1$$

Подставляя (4.8) в (4.7), получим

$$U(\Phi C_i/D_\pi)_\eta = \frac{1}{\rho_{i-\pi,\eta}} \cdot \frac{M_{\pi\eta}}{\sum_{\pi=1}^{L'} M_{\pi\eta}}, \quad (4.9)$$

где  $\rho_{i-\pi,\eta} = [(\Phi C_{1i} - \Phi C_{1\pi})_\eta^2 + (\Phi C_{2i} - \Phi C_{2\pi})_\eta^2]^{\frac{1}{2}} < r$

или  $|\Phi C_{1i} - \Phi C_{1\pi}|_\eta < r$  и  $|\Phi C_{2i} - \Phi C_{2\pi}|_\eta < r$ ,

$\Phi C_{1\pi,\eta} = \sum_{i'=1}^M \Phi C_{1,i'\pi} / M$  и  $\Phi C_{2\pi,\eta} = \sum_{i'=1}^M \Phi C_{2,i'\pi} / M$ .

-- координаты центров тяжести диагнозов при двух векторной ФС; М-число объектов (субъектов) в кластере  $\pi$ -го диагноза (обучающие выборки), положим  $M = \text{const}$ ,  $\Phi C_{1,i'\pi}$  и  $\Phi C_{2,i'\pi}$  – координаты вектора  $\Phi C_{i'}$   $i'$  – го объекта (субъекта) кластера с  $\pi$  –ым диагнозом.

Естественно, что в круг радиуса  $r$  попало лишь малое число точек кластеров всех  $L_1$  диагнозов ( $M_\pi < M$ ). Если бы при всех бифуркациях ФС в круг радиуса  $r$  попали все точки  $M$  какого - то диагноза, что впрочем маловероятно, то он безусловно оказался бы истинным.

Формула (4.9) доказывает геометрическую интерпретацию ВММБ в случае двухмерной ФС.

Вероятностно-метрическая дискриминантная функция ОДО (1.18а)

$$\text{ОДО}_{\pi\eta} = P(D_\pi) U(\Phi C_i/D_\pi)_\eta$$

Тогда критерием установления прелиминарного диагноза будет максимум этой функции, т.е.  $\max \text{ОДО}_{\pi\eta}$  по всем  $\eta = \overline{1, W}$  и РП запишется в виде.

$$\begin{aligned} \text{ОДО}|_{D_*} &= \max_{\pi \in L_1} \sum_{\eta=1}^W P(D_\pi) U(\Phi C/D_\pi)_\eta = \\ &= \max_{\pi \in L_1} \sum_{\eta=1}^W \frac{P(D_\pi)}{\rho_{i-\pi,\eta}} \cdot \frac{M_{\pi\eta}}{\sum_{\pi=1}^{L_1} M_{\pi\eta}} \rightarrow X_i \in D_* \equiv D_\pi \end{aligned} \quad (4.10)$$

РП установления  $D_\pi$  можно задать и в виде максимума апостериори вероятности при этом диагнозе с учетом всех  $W$  бифуркаций.

$$P(D_\pi/\Phi C)|_{D_*} = \max_{\pi \in L_1} \frac{\sum_{\eta=1}^W \frac{P(D_\pi)}{\rho_{i-\pi,\eta}} M_{\pi\eta}}{\sum_{\pi=1}^{L_1} \sum_{\eta=1}^W \frac{P(D_\pi)}{\rho_{i-\pi,\eta}} M_{\pi\eta}} \rightarrow X_i \in D_\pi \quad (4.11)$$

При заданном пороге сравнения -  $\gamma_\pi$  условия установления  $D_\pi$  запишутся в виде

$$\text{ОДО}(\Phi C/D_\pi)_{\max}|_{D_*} / \text{ОДО}(\Phi C/D_\pi)]_{\max-1|D_2} > \gamma_{\pi 1} > 1 \quad (4.12a)$$

или

$$[P(D_\pi/\Phi C)]_{\max}|_{D_*} / [P(D_\pi/\Phi C)]_{\max-1|D_2} > \gamma_{\pi 2} > 1, \quad (4.12b)$$

где  $D_2$  – ближайший к  $D_\pi$  диагноз-сосед.

После «отбраковки»<sup>\*1</sup> ложных диагнозов, начиная с третьего, останутся 2 наиболее вероятных диагноза –  $D_1$  и  $D_2$ . Тогда РП следует задать в виде

$$\mu_\eta = \begin{cases} +1, \text{ если } \text{РП}_\eta \rightarrow D_1, \eta = \overline{1, w} \\ -1, \text{ если } \text{РП}_\eta \rightarrow D_2 \end{cases}$$

знак  $\rightarrow$  - в значении: указывает

$$\sum_{\eta=1}^w \mu_\eta > \sum_{\eta=1}^w |\mu_\eta| \rightarrow X_i \in D_1$$

(4.13)

$$\sum_{\eta=1}^w \mu_\eta < \sum_{\eta=1}^w |\mu_\eta| \rightarrow X_i \in D_2$$

здесь знак  $\rightarrow$  - в значении: импликация.

При заданном пороге сравнения -  $\delta_\pi > 0$ , зависящем от требуемой точности распознавания, РП (4.13) запишем в виде.

$$X_i \in D_1, \text{ если } (\sum_{\eta=1}^w \mu_\eta|_{D_1} - \sum_{\eta=1}^w |\mu_\eta|_{D_2}) / \sum_{\eta=1}^w |\mu_\eta|_{D_2} > \delta_\pi. \quad (4.13б)$$

РП (4.13) и условия (4.13б) предполагают вычисление  $\text{ОДО}|_{D_\pi}$

$$\text{ОДО}|_{D_\pi} = \frac{P(D_\pi)}{\rho_{i-\pi, \eta}} \cdot \frac{M_{\pi\eta}}{\sum_{\pi=1}^2 M_{\pi\eta}}, \quad \pi = 1, 2 \quad (4.14)$$

W раз, по числу сформированных РП.

Если число точек диагнозов  $D_1$  и  $D_2$  в окрестности т.  $\text{ФС}_i$  при всех бифуркациях  $\text{ФС}$  значительно превосходит число точек остальных диагнозов, то для более точного установления истинного диагноза радиус круга можно сделать таким, чтобы во внутрь этого круга попали точки только диагнозов  $D_1$  и  $D_2$ ; если это не удастся сделать, то - с добавлением некоторого малого числа точек третьего диагноза. Тогда матрица 1 будет содержать только две (или три) строки двух диагнозов  $D_1$  и  $D_2$ . Для этого случая следует повторить РП (4.13). При этом РП (4.10) или (4.11) и (4.12а) или (4.12б) должны указать на один и

<sup>1</sup> см. ниже «Процедуру отбраковки диагнозов».

тот же диагноз (истинный диагноз)  $D_1$  или  $D_2$ . То же касается и РП (4.13) и условия (4.13б).

### Процедура отбраковки диагнозов

Следует еще раз отметить, что алгоритм данного подхода к использованию метода координат заключается в том, что ОДО (ФС/Дπ) по РП (4.10) и (4.13) с учетом (4.14) вычисляются не один, а  $W$  раз, по числу задействованных  $W$  “экспертов” –  $W$ -двухмерных векторов различных ФС, а затем еще  $L_1$  раз или 2 раза по РП (4.13) по всем выбранным диагнозам.

Диагнозы в порядке убывания предпочтения

$D_1 > D_2 > D_3 > \dots > D_L$ , где  $>$  - знак предпочтения диагнозу, стоящему слева, расставляются по РП (4.10) или (4.11) согласно цепочке неравенств.

$$[P(D_{\pi}/\Phi C)_{max|D_1} > (D_{\pi}/\Phi C)_{max-1|D_2} > \dots > (D_{\pi}/\Phi C)_{min|L}]_{\eta}$$

$W$  раз;  $\eta = \overline{1, W}$ , где наиболее вероятные диагнозы  $D_1$  и  $D_2$  могут меняться местами.

Составляется оценочная финишная матрица 2 предпочтения диагнозов, например:

Матрица 2

1	$D_{11}$	$D_{21}$	....	$D_{\pi 1}$	....	$D_{L_1}$
2	$D_{12}$	$D_{22}$	....	$D_{\pi 2}$	....	$D_{L_2}$
3	$D_{23}$	$D_{13}$	....	$D_{\pi 3}$	....	$D_{L_3}$
4	$D_{14}$	$D_{24}$	....	$D_{\pi 4}$	....	$D_{L_4}$
5	$D_{25}$	$D_{15}$	....	$D_{\pi 5}$	....	$D_{L_5}$
:	:	:	....	:	....	:
:	:	:	....	:	....	:
$\eta$	$D_{1\eta}$	$D_{2\eta}$	....	$D_{\pi\eta}$	....	$D_{L\eta}$
:	:	:	....	:	....	:
:	:	:	....	:	....	:
$w$	$D_{2w}$	$D_{1w}$	....	$D_{\pi w}$	....	$D_{Lw}$

Далее на основании матрицы 2 предпочтения диагнозов выбирают два ( $D_1$  и  $D_2$ ) наиболее вероятных диагнозов, а остальные отбраковывают.

Для установления истинного диагноза –  $D_{и}$  из двух  $D_1$  и  $D_2$ , если первенство одного из них не очевидно: предпочтение  $D_1$  по условию (4.13б) не очевидно ( $\delta \approx \delta_{п}$ ), следует провести дополнительную проверку и по РП (1.6) установить  $D_{и}$ .

#### **IV.5. УСТАНОВЛЕНИЕ ДИАГНОЗА С УЧЕТОМ ПЕРВОГО И ВТОРОГО ПРИНЦИПОВ РАСПОЗНАВАНИЯ СОСТОЯНИЙ БЕЗ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА КООРДИНАТ.**

##### **IV.5.1. Решающее правило с использованием метода сравнения номеров одноименных параметров в ранжированных по их значениям рядах.**

Если не прибегать к методу координат при разделении диагнозов, то можно установить диагноз по решающему правилу (РП) на основе положений первого принципа распознавания без обозначения опорного диагноза или заранее заданной расстановки параметров. При этом следует применить и положения второго принципа распознавания состояний.

Допустим, для простоты, что согласно второму принципу распознавания использованы две диагностические среды; обозначим их цифрами 1 и 2. Тогда общее число выбранных параметров  $m = m_1 + m_2$  или с учетом параметров вида “ $l$ ” и “ $S$ ”:  $m = m_{l_1} + m_{S_1} + m_{l_2} + m_{S_2}$ .

Параметры четырех образовавшихся групп обозначим числами натурального ряда от единицы (первого параметра каждой группы) до последнего параметра в каждой группе, а именно:

$$1_{l_1}, 2_{l_1}, \dots, m_{l_1}; 1_{S_1}, 2_{S_1} \dots, m_{S_1}; 1_{l_2}, 2_{l_2}, \dots, m_{l_2}; 1_{S_2}, 2_{S_2} \dots, m_{S_2} \quad (4.15)$$

Далее в каждом  $j$ -ом обучающем кластере объектов с  $\pi$  – ым диагнозом параметры состояний объектов ранжируем по их средним по кластеру безразмерным значениям:

$$\begin{aligned}\bar{\xi}_{r_{l_1 j \pi}} &= \frac{1}{M_{j \pi}} \sum_{i=1}^{M_{j \pi}} \xi^0_{r_{l_1 i j \pi}}; \quad \bar{\xi}_{r_{s_1 j \pi}} = \frac{1}{M_{j \pi}} \sum_{i=1}^{M_{j \pi}} \xi^0_{r_{s_1 i j \pi}}; \\ \bar{\xi}_{r_{l_2 j \pi}} &= \frac{1}{M_{j \pi}} \sum_{i=1}^{M_{j \pi}} \xi^0_{r_{l_2 i j \pi}}; \quad \bar{\xi}_{r_{s_2 j \pi}} = \frac{1}{M_{j \pi}} \sum_{i=1}^{M_{j \pi}} \xi^0_{r_{s_2 i j \pi}};\end{aligned} \quad (4.16)$$

где  $M_{j \pi}$  – число объектов (субъектов) в  $j$ -м кластере  $\pi$ -го диагноза;  
 $\xi^0_{r_{l_1 i j \pi}}, \xi^0_{r_{s_1 i j \pi}}, \xi^0_{r_{l_2 i j \pi}}, \xi^0_{r_{s_2 i j \pi}}$  – средние, по  $n$  измерениям, значения  $l$ -го параметра вида  $l$  и  $S$  первой и второй диагностических сред у  $i$ -го объекта (субъекта)  $j$ -го кластера с  $\pi$ -ым диагнозом;

$$r_{l_1} = \overline{1_{l_1}, m_{l_1}}; \quad r_{s_1} = \overline{1_{s_1}, m_{s_1}}; \quad r_{l_2} = \overline{1_{l_2}, m_{l_2}} \quad \text{и} \quad r_{s_2} = \overline{1_{s_2}, m_{s_2}}$$

После этой процедуры получим неупорядоченные наборы (ряды) чисел в каждой из четырех групп. Назовем их номерами «параметров-мест». Согласно первому принципу распознавания эти неупорядоченные наборы чисел в кластерах с разными диагнозами будут отличаться номерами одноименных параметров.

Параметры состояния  $i$ -го проверяемого объекта (субъекта)  $j$ -го кластера тоже ранжируют по их средним за  $n$  измерений безразмерным значениям, образуя так же четыре группы параметров с неупорядоченным набором чисел, т.е. со своими номерами «параметров-мест» в рядах этих групп.

Обозначим номера параметров вида “ $l$ ” и “ $S$ ” в ранжированных по их значениям рядах для объектов (субъектов)  $j$ -го кластера с  $\pi$ -ым диагнозом:  $N_{l_1 j \pi}, N_{s_1 j \pi}, N_{l_2 j \pi}, N_{s_2 j \pi}$ .

У проверяемого  $i$ -го объекта (субъекта)  $j$ -го кластера номера параметров вида  $l$  и  $S$  в ранжированных по их значениям рядах, будут, соответственно:  $N_{l_1 i j}, N_{s_1 i j}, N_{l_2 i j}, N_{s_2 i j}$ , где  $N_{l_1 i j}$  и  $N_{l_1 j \pi}; N_{s_1 i j}$  и  $N_{s_1 j \pi}; N_{l_2 i j}$  и  $N_{l_2 j \pi}; N_{s_2 i j}$  и  $N_{s_2 j \pi}$  – номера одноименных параметров в указанных выше четырех рядах ранжированных параметров состояния, соответственно,  $i$ -го проверяемого

объекта (субъекта)  $j$ -го кластера и объектов (субъектов)  $j$ -го кластера с  $\pi$ -ым диагнозом ( $\pi = \overline{1, L_1}$ ).

Номера параметров (4.15) не будут совпадать с номерами «параметров-мест», которые эти параметры займут в ранжированных по своим значениям рядах, т.е., например, параметр  $Z_{l_1}$  из (4.15) может не совпасть с его номером места –  $N_{l_1}$  в ряду. Так же несовпадения могут быть и с другими параметрами. При этом расстановка параметров (4.15) в их ранжированных рядах будет различной для состояний объектов (субъектов)  $j$ -го кластера с разными диагнозами.

Последовательности номеров «параметров-мест» в ранжированных рядах являются по существу некими четырехразрядными числовыми кодами состояний объектов (субъектов) в кластерах с разными верифицированными диагнозами.

Тогда РП постановки диагноза у  $i$ -го объекта (субъекта) будет критерий минимума сумм разностей (не совпадений) номеров одноименных параметров в их ранжированных рядах, обозначающих состояния  $i$ -го объекта (субъекта)  $j$ -го кластера и объектов  $j$ -го кластера с  $\pi$ -ым диагнозом, в отличие от бифуркаций (4.2) при составлении отдельных векторов ФС:

$$\Delta|_{D_*} = \min_{\pi \in L_1} \left( \sum_{l_1=1}^{m_{l_1}} |N_{l_1ij} - N_{l_1j\pi}| + \sum_{s_1=1}^{m_{s_1}} |Ns_{1ij} - Ns_{1j\pi}| + \right. \\ \left. + \sum_{l_2=1}^{m_{l_2}} |N_{l_2ij} - N_{l_2j\pi}| + \sum_{s_2=1}^{m_{s_2}} |Ns_{2ij} - Ns_{2j\pi}| \right) \rightarrow X_{ij} \in D_* \equiv D_{\pi}, \quad (4.17)$$

где  $D_{\pi}$ - прелиминарный диагноз, подтверждаемый инструментальной проверкой (в области медицины, техники).

#### **IV.5.2. Решающие правила с использованием сумм безразмерных значений параметров для двух диагностических сред**

Приведем РП совместного применения двух принципов распознавания состояний в случае двух имеющихся диагностических сред.

При двух диагностических средах и двух видах  $l$  и  $S$  – параметров, характеризующих состояния диагностируемых объектов, будем иметь  $2 \times 2 = 4$



суммы средних безразмерных значений параметров вида  $l$  и  $S$  для каждого  $j$ -го кластера с  $\pi$ -ым диагнозом ( $j = \overline{1, \lambda}$ ;  $\pi = \overline{1, L}$ ) без учета весовых коэффициентов параметров и 4 суммы безразмерных значений тех же параметров для  $i$ -го диагностируемого объекта (субъекта, процесса) при одноразовом измерении параметров.

$$C_{1lj\pi} = \sum_{l_1=1}^{m_{l_1}} \bar{\xi}_{l_1j\pi}; C_{1sj\pi} = \sum_{s_1=1}^{m_{s_1}} \bar{\xi}_{s_1j\pi}; C_{2lj\pi} = \sum_{l_2=1}^{m_{l_2}} \bar{\xi}_{l_2j\pi}; C_{2sj\pi} = \sum_{s_2=1}^{m_{s_2}} \bar{\xi}_{s_2j\pi};$$

$d_{cp} = 1$  и  $2$  (см. ФС (4.18б) для одной диагностической среды) и, соответственно, для  $i$ -го объекта.

$$C_{1lji} = \sum_{l_1=1}^{m_{l_1}} \bar{\xi}_{l_1ji}; C_{1sji} = \sum_{s_1=1}^{m_{s_1}} \bar{\xi}_{s_1ji}; C_{2lji} = \sum_{l_2=1}^{m_{l_2}} \bar{\xi}_{l_2ji}; C_{2sji} = \sum_{s_2=1}^{m_{s_2}} \bar{\xi}_{s_2ji}; \quad (4.18)$$

Средние безразмерные значения параметров определяются по формулам (4.16).

Напомним, что параметры вида  $l$  имеют тенденцию к росту своих значений при развитии исследуемого аномального, дестабилизирующего и любого другого процесса, ухудшающего состояния объекта (субъекта), а параметры вида  $S$  имеют тенденцию к убыли своих значений;  $m_1$  – параметры первой диагностической среды, а  $m_2$  – параметры второй.

В соответствии со вторым принципом распознавания состояний приведем несколько осмысленных отношений приведенных сумм (4.18), а так же отношения и произведения ОКО двух диагностических сред.

$$\Gamma_{1j\pi} = \frac{C_{1lj\pi}}{C_{1sj\pi}}; \Gamma_{2j\pi} = \frac{C_{2lj\pi}}{C_{2sj\pi}}; \Gamma_{3j\pi} = \frac{C_{1lj\pi}}{C_{2lj\pi}}; \Gamma_{4j\pi} = \frac{C_{1sj\pi}}{C_{2sj\pi}} \quad (4.19)$$

Из неосмысленных отношений отметим

$$\Gamma_{H_1} = \frac{C_{1lj\pi}}{C_{2sj\pi}} \quad \text{и} \quad \Gamma_{H_2} = \frac{C_{2lj\pi}}{C_{1sj\pi}}$$

Отношения  $\Gamma_{1j\pi}$  и  $\Gamma_{2j\pi}$  представляют собой ОКО для первой и второй диагностических сред, а отношения  $\Gamma_{3j\pi}$  и  $\Gamma_{4j\pi}$  показывают соотношения сумм

параметров вида  $l$  и  $S$  в двух диагностических средах. Отношения (4.19) следует дополнить еще тремя отношениями и одним произведением:

$$\Gamma_{5j\pi} = (C_{1lj\pi} + C_{2lj\pi}) / (C_{1Sj\pi} + C_{2Sj\pi}) \quad (4.20)$$

$$\Gamma_{6j\pi} = (C_{1lj\pi} + C_{1Sj\pi}) / (C_{2lj\pi} + C_{2Sj\pi}) \quad (4.21)$$

$$R_{j\pi} = \frac{\Gamma_{1j\pi}}{\Gamma_{2j\pi}} = \frac{C_{1lj\pi}}{C_{1Sj\pi}} \cdot \frac{C_{2lj\pi}}{C_{2Sj\pi}} \quad (4.22)$$

$$\Pi_{j\pi} = \Gamma_{1j\pi} \times \Gamma_{2j\pi} \quad (4.23)$$

Отношение (4.20) представляет собой объединенное ОКО двух диагностических сред, а отношение (4.21) – отношение сумм безразмерных значений всех параметров одной диагностической среды к сумме безразмерных значений всех параметров другой диагностической среды.  $R_{\pi}$  (4.22) – отношение ОКО первой диагностической среды к ОКО второй. В произведении (4.23) эти ОКО – сомножители.

Те же выражения (4.19) ÷ (4.23) записываются и для  $i$ -го проверяемого (диагностируемого) объекта (субъекта), где вместо индекса « $\pi$ » проставляется индекс – « $i$ ». При составлении РП используем метрические меры близости:

$$\left\{ \begin{array}{l} |\Gamma_{1ji} - \Gamma_{1j\pi}|_{D_*} = \min_{\pi \in L_1} \rightarrow X_i \in D_* \\ |\Gamma_{2ji} - \Gamma_{2j\pi}|_{D_*} = \min_{\pi \in L_1} \rightarrow X_i \in D_* \\ \text{-----} \\ |\Gamma_{6ji} - \Gamma_{6j\pi}|_{D_*} = \min_{\pi \in L_1} \rightarrow X_i \in D_* \\ |R_{ji} - R_{j\pi}|_{D_*} = \min_{\pi \in L_1} \rightarrow X_i \in D_* \\ |\Pi_{ji} - \Pi_{j\pi}|_{D_*} = \min_{\pi \in L_1} \rightarrow X_i \in D_* \end{array} \right. \quad (4.24)$$

Если 6 РП из восьми приведенных (4.24) указывают на один и тот же диагноз, то его принимают за прелиминарный (предварительный), наиболее вероятный диагноз (н.в.д). Естественно, что такое решение принимают при семи из восьми РП. Если 5 РП укажут на один диагноз, а 3 других РП на другой, то с очевидностью выделяют два н.в.д. и проводят дополнительную проверку для выяснения прелиминарного диагноза. Если же нет очевидности выделения двух н.в.д., то выбирают два диагноза, имеющих большее число РП, указывающих на эти диагнозы, например, из чисел: 3, 2, 1, 1, 1 выбирают первые два диагноза из пяти, имеющих, соответственно, 3 и 2 указаний РП и через определенное время проводят вторую проверку (диагностирование).

Кроме того при двух диагностических средах, для каждой из них, в соответствии с первым принципом распознавания состояний, можно использовать РП степени совпадения номеров одноименных параметров в ранжированных по их значениям рядах. Подобно (4.17) запишем отдельно РП для каждой из двух сред в виде системы РП.

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \sum_{l_1=1}^{m_{l_1}} |N_{l_1 i} - N_{l_1 \pi}| + \sum_{s_1=1}^{m_{s_1}} |N_{s_1 i} - N_{s_1 \pi}| \right) |_{D_*} = \min_{\pi \in L_1} \rightarrow X_i \in D_* \\ \left( \sum_{l_2=1}^{m_{l_2}} |N_{l_2 i} - N_{l_2 \pi}| + \sum_{s_2=1}^{m_{s_2}} |N_{s_2 i} - N_{s_2 \pi}| \right) |_{D_*} = \min_{\pi \in L_1} \rightarrow X_i \in D_* \end{array} \right. \quad (4.25)$$

Необходимо отметить, что система РП (4.25) «строже» РП (4.17).

Совместно независимые системы независимых РП (4.24) и (4.25) позволят достоверно установить истинный диагноз проверяемого субъекта (объекта, процесса), т.е. в случае совместного выполнения условия: пяти, с учетом (4.25), и более указаний РП (4.24) на диагноз  $D_*$  и условия (4.25), - прелиминарный диагноз -  $D_*$  принимаем за истинный.

Решающие правила (4.11) или (4.12), (4.13) и системы РП (4.24) и (4.25) должны указать на один и тот же диагноз.

### **ПРИЛОЖЕНИЕ. Графическое пояснение первого принципа распознавания состояний и краткое пояснение второго**

Оно не было приведено в монографии [3]. Ввиду значимости первого принципа распознавания ( см. п. 1.1.) этот пробел восполним в данном Приложении. Для читателя главными являются наглядность и простота. Предлагаем геометрическую интерпретацию первого принципа, т.е. графическое его изображение в виде ломаных линий различной конфигурации, отображающих разные диагнозы из числа  $L_1$  и состояние  $i$ - го проверяемого объекта или исследуемого процесса. Пояснение второго принципа изложим кратко, на примере двух предметных областей знаний: медицины и геофизики.

Если не ставить цель составления множества ФС (см. раздел III), то ранжировки по значениям параметров  $L_1$  диагнозов, в области которых попала  $ФС_i$  объекта ( процесса), в отличие от ранжировки параметров относительно опорного диагноза, можно построить относительно ранжировки параметров  $ФС_i$   $i$ - го объекта. В этом случае так же не будут совпадать одноимённые параметры, характеризующие разные диагнозы. Этот тезис – главный в первом принципе распознавания состояний.

Рассмотрим значения параметров в их динамике при развитии какого-либо аномального, аномального и любого другого деструктивного процесса. Для простоты записи не будем разделять параметры на виды  $l$  и  $s$ , имеющие тенденции, соответственно, к росту и убыли своих значений. Тогда имеем следующую систему цепочек неравенств

$$\begin{aligned}
& \xi r(T_1, D_1) < \xi_{r+1}(T_1, D_1) \rightarrow \text{Nr}(D_1) < N_{r+1}(D_1), \\
& \xi r(T_2, D_2) < \xi_{r+1}(T_2, D_2) \rightarrow \text{Nr}(D_2) < N_{r+1}(D_2), \\
& \text{-----} \\
& \xi r(T_\pi, D_\pi) < \xi_{r+1}(T_\pi, D_\pi) \rightarrow \text{Nr}(D_\pi) < N_{r+1}(D_\pi), \\
& \text{-----} \\
& \xi r(T_{L_1}, D_{L_1}) < \xi_{r+1}(T_{L_1}, D_{L_1}) \rightarrow \text{Nr}(D_{L_1}) < N_{r+1}(D_{L_1}),
\end{aligned}
\tag{П.1}$$

где  $\xi r$  – значение  $r$  – го параметра,  $r = \overline{1, m}$ ;  $T_{\pi,}$  – усреднённый момент времени, при котором было обнаружено первое проявление неблагоприятного состояния, первое, раннее обнаружение диагноза  $D_\pi$ ,  $\pi \in L_1$ ;  $\text{Nr}(D_\pi)$  – номер  $r$  –го параметра в ранжированном ряду диагноза  $D_\pi$ .

Из системы ( П.1) образуются ранжированные ряды параметров каждого диагноза. Ранжировка проводится по условию: от меньшего ( по кластеру) значения одного параметра к большему значению другого

$$\begin{aligned}
& N_1(D_1), N_1(D_1), \dots N_r(D_1), \dots N_m(D_1), \\
& N_1(D_2), N_2(D_2), \dots N_r(D_2), \dots N_m(D_2), \\
& N_1(D_\pi), N_2(D_\pi), \dots N_r(D_\pi), \dots N_m(D_\pi),
\end{aligned}
\tag{П.2}$$

Ряды в (П.2) пока имеют ранжировку в виде чисел натурального ряда от 1 до  $m$ .  $N_r(D_\pi)$  и  $N_r(D_{\pi'})$  не одноимённые,  $\pi \neq \pi'$ .

Теперь проведём ранжировку параметров ФСи  $i$  –го объекта, так же расставив параметры от меньшего значения к большему и с присвоением им номеров натурального ряда. Номера параметров этого ряда обозначим двойными индексами:

$$N_{11}, N_{22}, \dots N_{rr}, \dots N_{mm}, | i
\tag{П.3}$$

Первые индексы  $r$  в ряду (П.3) означают наименования параметров, а вторые – их номера в числовом ряду. При этом имеем полное совпадение наименования и номера каждого параметра.

В квадрате  $m \times m$  состояние  $i$ -го объекта графически будет представлено диагональю квадрата ( прямой  $N = m$  ).

Ряд (П.3) можно записать иначе, убрав  $N$ , в виде индексов ряда

$$11 \ 22 \ 33 \dots r \ r \dots m \ m \quad ( \text{П.3.1} )$$

При ранжировке параметров верифицированных диагнозов относительно состояния  $i$ -го объекта ( процесса ), т.е. относительно ряда ( П.3) или (П.3.1), ранжированные ряды параметров диагнозов (П.2) будут уже не ранжированными.

Запишем формулировку первого принципа при условии ранжировки относительно « $i$ ».

$$[ A(rr_{\pi}) ]_i \neq [ A(rr_{\pi'}) ]_i ; \ r_{\pi} \neq r_{\pi'} \quad ( \text{П.3.2} )$$

где индекс  $i$  означает ранжировку параметров  $\pi$ -го диагноза относительно « $i$ »;  $A$  – оператор ранжировки; первые индексы в рядах  $[ A(rr_{\pi}) ]_i$  представляют собой числа натурального ряда, оцифрованные наименования параметров, соответствующие первым индексам одноимённых параметров ряда ( П.3) или (П.3.1), а вторые индексы – перенумерованные номера, отличные от чисел натурального ряда. Таким образом, разные диагнозы будут различаться вторыми индексами одноимённых параметров, т.е. иметь различные оцифрованные коды, а состояние  $i$ -го объекта ( процесса) иметь код в виде чисел натурального ряда, как уже было отмечено выше. Но в рядах (П.3.2) возможно совпадение и не совпадение одноимённых номеров параметров разных диагнозов с номерами одноимённых параметров состояния  $i$ -го объекта, обозначенными вторыми индексами в ряду ( П.3) или (П.3.1). В формализованном виде это высказывание представлено в виде

$$[ (rr_{\pi} \equiv rr_i) \wedge (r'r'_i \neq r'k_{\pi}) ]; \ rr_i \neq r'r'_i ; \ r' \neq k_{\pi} ,$$

$$k = \overline{1, m}; \quad \pi \in L_1 \text{ и } m_{r\pi} + m_{r'\pi} = m,$$

т.е. для разных диагнозов числа  $m_{r\pi}$  и  $m_{r'\pi}$  будут разными.

В качестве поясняющего примера возьмём небольшое число параметров  $m = 8$ . В этом случае цепочка ( П.3.1 ) будет

$$11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88 \quad (\text{ П.4})$$

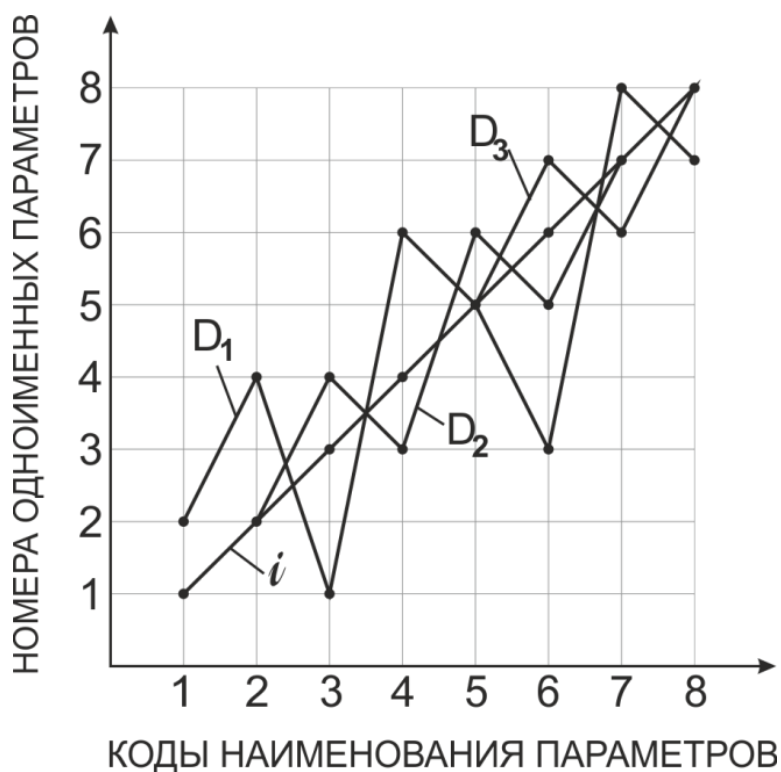
Если параметры в системе ( П.2 ) расставить в соответствии с номерами или относительно номеров «  $i$  » ( П.4), то ранжированные ряды ( П.2 ) уже не будут таковыми. Действительно, составим эти ряды, к примеру, для трёх диагнозов из  $L_1$ . Тогда с учётом ( П.4) получим, допустим, следующие ряды:

$$\begin{aligned} &12, 24, 31, 46, 55, 63, 78, 87, \dots D_1 \\ &11, 22, 34, 43, 56, 65, 77, 88 \dots D_2 \quad (\text{ П.5}) \\ &11, 22, 33, 44, 55, 67, 76, 88 \dots D_3 \\ &\quad \text{и} \\ &11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88 \dots i \end{aligned}$$

Нетрудно заметить, по первым цифрам индекса, что столбцы таблицы (П.5) – одноимённые параметры. Так же видно, что одни одноимённые параметры диагнозов  $D_1 \div D_3$  совпадают с одноимёнными параметрами состояния  $i$ -го объекта ( процесса), а другие не совпадают. Посмотрим, например, на вторую цепочку ( П.5). Мы видим, что первый, второй, седьмой и восьмой параметры диагноза  $D_2$  совпадают с параметрами ряда “  $i$  “; третий параметр, с кодом наименования « 3», имеет номер 4 – несовпадающий с номером 3 ряда «  $i$  » и т.д. Другими словами, третий параметр ранжированного ряда «  $i$  » оказался под номером 4 в ряду параметров диагноза  $D_2$  и т.д.

При достаточно большом числе измерений каждого параметра, максимального исключения случайностей, возможно полное совпадение номеров одноимённых параметров в рядах состояния  $i$ -го объекта и одного из диагнозов, а именно – истинного диагноза  $D_i$ , т.е.  $rr_i \equiv rr_{D_i}$ , (см. также метод конгруэнции [ 3, п. II.2]).

Такое двузначное представление номеров параметров позволяет графически показать разные верифицированные диагнозы на « фоне » состояния  $i$ -го объекта ( процесса ), изображённого диагональю квадрата  $8 \times 8$ , и сначала визуально оценить близость или сходство состояния объекта с каждым диагнозом. Эти диагнозы ( см. рис.) графически изображены в виде конфигураций ломаных линий, соединяющих точки номеров одноимённых параметров ( вторых индексов в рядах ( П.5). По оси абсцисс – наименования параметров ( первый индекс « адреса » номера), а по оси ординат – сами номера одноимённых параметров.





Конфигурационные ломаные линии наглядно показывают геометрию каждого диагноза и состояние  $i$ -го объекта (процесса), т.е. геометрию их кодов.

Итак, первый принцип распознавания состояний позволяет установить цифровые коды разных диагнозов. Например, коды диагнозов из таблицы (П.5) будут представлять собой ряды вторых индексов, т.е.

$$2\ 4\ 1\ 6\ 5\ 3\ 8\ 7 - D_1$$

$$1\ 2\ 4\ 3\ 6\ 5\ 7\ 8 - D_2$$

$$1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 7\ 6\ 8 - D_3.$$

Понятно, что чем длиннее коды диагнозов, т.е. чем больше число выбранных параметров, тем легче отличить разные диагнозы друг от друга и, следовательно, выше вероятность установления истинного диагноза –  $D_{и}$ .

Принадлежность состояния объекта (процесса) к тому или иному диагнозу определяется сравнением, разностью вторых индексов, номеров одноимённых параметров. Тогда РП установления  $D_{и}$  будет

$$\sum_{r_{\pi}=1}^{m_{r,\pi}} |r_i - k_{\pi}| = \min |D^*| \rightarrow D^* \equiv D_{и}, \quad \pi \in L_1 \quad (\text{П.6})$$

### **Краткое пояснение второго принципа**

Пусть имеем  $\Omega = 4$  независимых диагностических сред (например, в медицине, при диагностике по результатам анализов крови и мочи, имеем 4 диагностические среды: клинические, биохимические и иммунологические анализы крови, и анализы мочи). Параметры этих диагностических сред группируются и вычисляются групповые конфигурационные отношения (ГКО) (см. раздел III), т.е. ГКО<sub>1</sub>, ГКО<sub>2</sub>, ГКО<sub>3</sub>, и ГКО<sub>4</sub>. Затем составляют отношения этих ГКО. Например, из трёх диагностических сред (анализов крови) или так же из трёх диагностических сред, но из области геофизики и прогноза землетрясений: литосферы, атмосферы и ионосферы, - можно составить два независимых отношения ГКО:

$$\frac{\Gamma\text{КО}_1}{\Gamma\text{КО}_2} \quad \text{И} \quad \frac{\Gamma\text{КО}_1}{\Gamma\text{КО}_3} .$$

Второй принцип распознавания состояний утверждает, что указанные отношения будут различны при разных диагнозах – эталонах. При  $\pi$  – м диагнозе и состоянии  $i$  – го объекта ( процесса) эти отношения будут, соответственно,

$$\frac{\Gamma\text{КО}_{1\pi}}{\Gamma\text{КО}_{2\pi}} , \frac{\Gamma\text{КО}_{1\pi}}{\Gamma\text{КО}_{3\pi}} \quad \text{И} \quad \frac{\Gamma\text{КО}_{1i}}{\Gamma\text{КО}_{2i}} , \frac{\Gamma\text{КО}_{1i}}{\Gamma\text{КО}_{3i}}$$

РП установления диагноза при трёх диагностических средах:

$$\left| \frac{\Gamma\text{КО}_{1i}}{\Gamma\text{КО}_{2i}} - \frac{\Gamma\text{КО}_{1\pi}}{\Gamma\text{КО}_{2\pi}} \right| D^* = \min_{\pi \in L} \rightarrow X \in D^* \equiv D_{\text{И}}; \quad (\text{П.7.1})$$

$$\left| \frac{\Gamma\text{КО}_{1i}}{\Gamma\text{КО}_{3i}} - \frac{\Gamma\text{КО}_{1\pi}}{\Gamma\text{КО}_{3\pi}} \right| D^* = \min_{\pi \in L} \rightarrow X \in D^* \equiv D_{\text{И}}. \quad (\text{П.7.2})$$

Если все три независимых РП: (П.6); (П.7.1) и (П.7.2) укажут на один и тот же диагноз –  $D^*$ , то этот диагноз следует считать истинным.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Процессы обнаружения, выявления и сравнения лежат в основе всего механизма познания человеком мира и распознавания всех состояний: природных и техногенных, состояния здоровья человека и состояний технических и других объектов и систем, созданных человеком. Этот философский тезис – квинтэссенция теории распознавания (ТР) ( см. Принятые сокращения с. 5), развиваемой в настоящей брошюре, являющейся логическим продолжением книги автора «О новом подходе в теории распознавания образов (состояний). Новые методы математической диагностики», обозначенной в Списке литературы под номером 3.

Главная целевая задача математической диагностики и дискриминантного анализа в целом – правильное установление предварительного, а затем и

истинного диагноза (состояния) проверяемого человека, технической системы, экономики, финансов, технологического процесса, исследуемого явления (физического, химического, психологического), и прогнозирование этих состояний на определенные временные периоды.

ФС – математико-диагностические модели состояний (диагнозов) и меры сходства или близости состояний проверяемых объектов, контролируемых процессов или исследуемых явлений с ранее установленными, верифицированными, эталонными состояниями (диагнозами), - лежат в основе вероятностно-метрического подхода в ТР.

На их использовании строятся затем решающие правила (РП), и от того насколько эффективными окажутся сконструированные меры близости и созданные ФС, являющиеся фундаментом этих мер близости, - зависит правильность распознавания состояний и их дальнейшего прогноза. Поэтому предлагаемая брошюра полностью посвящена разработке новых, более эффективных мер близости, ФС и ряда РП, систем РП установления прелиминарного и истинного диагноза исследуемого или проверяемого субъекта, объекта, процесса. Эта работа позволит наискорейшим образом обнаружить нездоровое, неисправное, аномальное и другие неблагоприятные, аномальные состояния объектов живой и неживой природы.

Преимущества разработанных методов даны в выводах по разделам.

Автор надеется, что в ближайшем будущем, по крайней мере, в одной или даже в двух предметных областях, разработанные методы математической диагностики найдут своё применение.

## Список литературы

1. Журавлев Ю.И., Рязанов В.В., Сенько О.В. «Распознавание». Математические методы. Программная система. Практические применения. М.: ФАЗИС. 2006.
2. Загоруйко Н.Г. Когнитивный анализ данных / Н.Г. Загоруйко; Рос. акад. наук, Сиб. Отд-ние, Ин-т математики им. С.Л. Соболева. – Новосибирск: Академическое изд-во «Гео». 2013.
3. Уздин Д.З. О новом подходе в теории распознавания образов (состояний). Новые методы математической диагностики. – М.: МАКС Пресс, 2012.
4. Кудрявцев В.Б., Андреев А.Е., Гасанов Э.Э. Теория тестового распознавания. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.
5. Фомин Я.А. Распознавание образов. Теория и применение. М.: ФАЗИС. 2010.
6. Varnik V.N. Statistical Learning Theory. New York: Wiley-Interscience, 1998.
7. Michael E. Tipping. Sparse Bayesian Learning and the Relevance Vector Machine // J. Machine Learn. Res. 2001. V. 1. P. 211244.
8. Барзилович Е.Ю., Каштанов В.А. Некоторые математические вопросы теории обслуживания сложных систем. М.: Сов. Радио 1971.
9. Биргер И.А. Техническая диагностика. М., Машиностроение, 1978.
10. Гаскаров Д.В., Голинкевич П.К., Мозгалецкий А. В. Прогнозирование технического состояния и надежности радиоэлектронной аппаратуры. М., Сов. радио, 1974.
11. Ицкович А.А., Кабков П.К. Вероятностно-статистические модели эксплуатации летательных аппаратов. М.: МГТУА ГА, 2009.
12. Михлин В.М., Уздин Д.З. О выборе аппроксимирующей функции динамики выходного параметра при нелинейных детерминированных реализациях случайного процесса изменения технического состояния // Надежность и контроль качества. М., 1983, № 6.
13. Уздин Д.З. Оптимизация допускаемого значения выходного параметра при назначении ремонта машин по состоянию. – Надежность и контроль качества. М., 1984, № 3.
14. Ширяев А.Н. Задача скорейшего обнаружения нарушения стационарного режима. – Докл. АН СССР, 1961, т. 138, № 5.
15. Беляев Ю.К. Вероятностные методы выборочного контроля, М.: Наука 1975.
16. Лумельский Я.П. Статистические оценки результатов контроля качества. М.: Изд-во стандартов, 1979.
17. Вопросы статистической теории распознавания. Под ред. Б.В. Варского. М., Сов. Радио, 1967.
18. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. – М., Сов. Радио, 1972.
19. Харкевич А.А. Борьба с помехами. – М., Наука, 1965.

20. Цыпкин Я.З. Основа теории обучающихся систем. М., Наука, 1970.
21. Борисова И.А., Дюбанов В.В., Загоруйко Н.Г., Кутненко О.А. Сходство и компактность // Тр. 14-й Всерос. конф. «Математические методы распознавания образов» (ММРО-14). Суздаль, 2009.С.89-92.
22. Карп В.П. Алгоритмы направленного обучения в задачах классификации с помощью ЭВМ и их применение в альтернативной онкологической диагностике легочных заболеваний. Диссертация на соиск. учен. степени к.т.н. – М. 1972.
23. Guyon I., Weston J., Barnhill S., Vapnik V. Gene selection vor cancer classification using support vector machines // Machine Learning. 2002.V.46.N 1-3.P.389-442.
24. Комаров Ф.И., Коровкин Б.Ф., Меньшиков В.В. Биохимические исследования в клинике. М.: «Элита», 2001.
25. Гитис В.Г., Ермаков Б.В. Основы пространственно-временного прогнозирования в геоинформатике. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
26. Прогноз землетрясений и геодинамические процессы. Часть I. В.Г. Кособоков. Прогноз землетрясений: основы, реализация, перспективы. – М.: ГЕОС, 2005. (Вычислительная сейсмология; Вып. 36).
27. Любушин А.А. Анализ данных систем геофизического и экологического мониторинга / А.А. Любушин; отв. ред. Г.А. Соболев. – М., Наука, 2007.
28. Ставицкий А. И., Никитин А. Н. На одном языке с природой./ РАЕН, Ассоциация «Космонавтика – человечеству». – СТ-Петербург, ИНТАН, 1997/
29. Козлов Б.А., Ушаков И.А. Справочник по расчёту надёжности аппаратуры радиоэлектроники и автоматики. М., Сов. радио, 1975.
30. Кульбак С. Теория информации и статистика / Пер. с англ. М., Наука, 1967.
31. Харкевич А.А. Теория информации. – Избранные труды. М., Наука, 1973, т.3.
32. Ивахненко А.Г. Самообучающиеся системы распознавания и автоматического управления. – Киев. Техника. 1969.
33. Себестиан Г. Процессы принятия решения при распознавании образов. – Киев, Техника, 1965.
34. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьёв А.Д. Математические методы в теории надёжности. М., Наука, 1965.
35. Герцбах И.Б. Модели профилактики (теоретические основы планирования профилактических работ ). М.,Сов. радио, 1969.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
I. НОВЫЕ МЕРЫ БЛИЗОСТИ В ТЕОРИИ РАСПОЗНАВАНИЯ. ОЦЕНКА ИХ ЭФФЕКТИВНОСТИ И СРАВНЕНИЕ.....	7
I.1. Введение к разделу I.....	7
I.2. Базисные формулы Вероятностно-метрической меры близости (ВММБ).....	10
I.3. Нормированная базисная ВММБ.....	13
I.4 Пояснение к выбору двух наиболее вероятных диагнозов (н.в.д) и установлению истинного.....	15
Замечание о выборе наиболее вероятных диагнозов. Метод их интервального размножения.....	16
I.5 Интегральная вероятностная мера близости (ИВМБ) и интегральные вероятностно-метрические меры близости (ИВММБ).....	18
I.6. Обобщенное диагностирующее отношение (ОДО).....	23
и выбор двух наиболее вероятных диагнозов (н.в.д.).....	23
I.7 Анализ эффективности различных мер близости.....	28
I.8 Поясняющий пример.....	32
I.9. Примеры применения базисных и интегральных мер близости и их отношений предпочтения в областях техники и медицины.....	34
I.10. Вывод.....	39
II. УСИЛЕННЫЙ ВАРИАНТ ИНФОРМАЦИОННОЙ МЕРЫ КУЛЬБАКА В ТЕОРИИ РАСПОЗНАВАНИЯ.....	40
II.1. Введение к разделу II.....	40
II.2. Информационная ценность при использовании ВММБ. Сравнение с использованием вероятностной меры близости (ВМБ).....	41
II.3. Ценность информации и информационная мера Кульбака.....	42
II.4. Вывод формулы новой информационной меры.....	43
II.5. Повышение информации о состоянии объекта (процесса) при росте числа проверок.....	45
II.6. Пример.....	47
Решение.....	47
II.7. Выводы.....	49
III. О НОВЫХ ФУНКЦИЯХ СОСТОЯНИЙ В ТЕОРИИ РАСПОЗНАВАНИЯ.....	50
III.1. Введение к разделу III.....	50
III.2. Концепция второго принципа распознавания состояний.....	51

III.3. Базисные формулы обобщенного конфигурационного отношения (ОКО) и его свойства .....	52
III.4. Общее пояснение к применению ОКО при разделении исправного – $G$ и неисправного– $G$ -состояний и самих $G$ -состояний.....	55
III.5. Модифицированная формула ОКО и формулы групповых конфигурационных отношений (ГКО) .....	57
III.6. Функции состояния, основанные на втором принципе распознавания и ГКО.....	58
III.7. Анализ функций состояния и условия сравнения и разделения диагнозов.....	60
III.8. Пример.....	64
Решение .....	64
III.9. Выводы.....	66
IV. СОСТАВЛЕНИЕ НАБОРА НЕЗАВИСИМЫХ РЕШАЮЩИХ ПРАВИЛ (РП) ПРИ УСТАНОВЛЕНИИ ДИАГНОЗА .....	66
IV.1. Основные положения .....	66
IV.2. Двумерный вектор функций состояния (ФС), вытекающий из формулы ОКО.....	68
IV.3. Функции состояния, основанные на положениях первого принципа распознавания и их бифуркации. ....	68
IV.4. Установление диагноза с использованием метода координат. ....	72
Процедура отбраковки диагнозов .....	77
IV.5. УСТАНОВЛЕНИЕ ДИАГНОЗА С УЧЕТОМ ПЕРВОГО И ВТОРОГО ПРИНЦИПОВ РАСПОЗНАВАНИЯ СОСТОЯНИЙ БЕЗ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА КООРДИНАТ. ....	78
IV.5.1. Решающее правило с использованием метода сравнения номеров одноименных параметров в ранжированных по их значениям рядах. ....	78
IV.5.2. Решающие правила с использованием сумм безразмерных значений параметров для двух диагностических сред.....	80
ПРИЛОЖЕНИЕ. Графическое пояснение первого принципа распознавания состояний и краткое пояснение второго.....	84
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	90
Список литературы .....	92