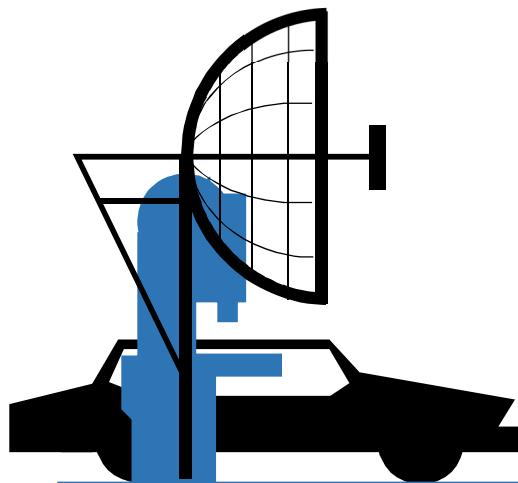


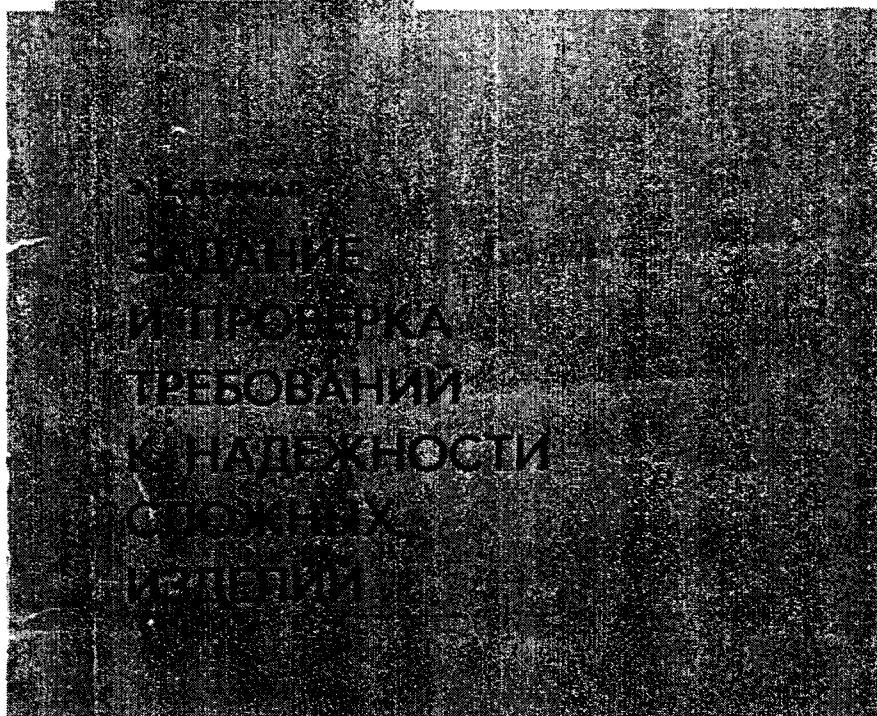
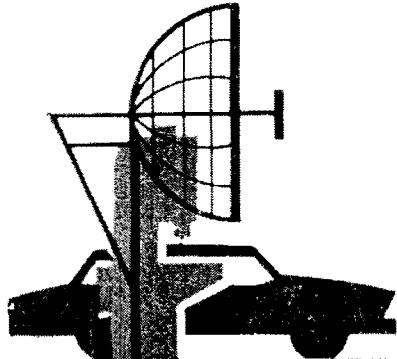
Библиотека  
Инженера  
по Надёжности



Э.В. ДЗИРКАЛ

**ЗАДАНИЕ  
И ПРОВЕРКА  
ТРЕБОВАНИЙ  
К НАДЁЖНОСТИ  
СЛОЖНЫХ  
ИЗДЕЛИЙ**

БИБЛИОТЕКА  
ИНЖЕНЕРА  
ПО НАДЕЖНОСТИ



ББК 30.14

Д43

УДК 621.019

Дзиркал Э. В.

Д43 Задание и проверка требований к надежности сложных изделий.—М.: Радио и связь, 1981.—176 с., ил.—(Б-ка инженера по надежности)  
50 к.

Рассматриваются нормирование, расчет и экспериментальная проверка надежности сложных изделий с резервированием и с многими уровнями работоспособности.

Для широкого круга инженерно-технических работников, связанных с проектированием и производством сложных изделий.

Д 30405-138  
Д 046(01)-81 20-81 (С.р) 2107000000

ББК 30.14

6Ф

#### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Б. В. Гнеденко (отв. редактор), Б. Е. Бердичевский, В. А. Каштанов, И. Н. Козаленко, В. А. Кузнецов, А. В. Майоров, В. В. Марченко, А. В. Михайлов, А. И. Перроте, А. М. Половко, О. Ф. Польяков, Е. Я. Сварник, А. Д. Соловьев, Р. Б. Улинич, И. А. Ушаков

Рецензенты: д-р техн. наук проф. Р. С. Судаков,  
канд. техн. наук В. В. Марченко

Редакция литературы по радиоэлектронике

© Издательство «Радио и связь», 1981 г.

## Предисловие

Актуальность проблемы обеспечения одной из важнейших составляющих качества промышленных изделий — надежности — не вызывает сомнений. Однако по сравнению с другими составляющими надежность занимает еще далеко не равноправное положение. Несмотря на то, что она повсеместно признается одной из важнейших характеристик изделия, общепринятый для прочих характеристик деловой подход — задание требований и контроль их выполнения — в применении к надежности еще далек от внедрения в практику.

Обычно предполагается, что по всем основным показателям потребитель так или иначе проверяет выполнение заданных требований, а при их невыполнении может отвергнуть изделие или потребовать компенсации от поставщика в той или иной форме. Что касается надежности, то этот принцип под разными предлогами фактически пока еще отвергается: требования либо не задаются, либо не обеспечивают нужной надежности из-за тех или иных ошибок; проверки либо не проводятся, либо обеспечивают положительный результат при сильно заниженной надежности вследствие тех или иных методических особенностей контроля.

Особое отношение к надежности иллюстрируется резким расхождением между данными, приводимыми в справочниках и технических условиях (ТУ) на электрорадиоэлементы в части параметров надежности последних. Это считается естественным, хотя для других параметров расхождения вообще не допускаются. Другой пример: там, где проводятся испытания на надежность, почти повсеместно принято 50—70-процентный допуск на контролируемый показатель (разность между приемочным и браковочным уровнями) смещать от требуемого значения лишь в сторону снижения надежности.

Нет сомнения, что в области надежности еще распространен ряд заблуждений, вызванных недостатком соответствующей литературы, квалифицированных кадров и т. п. и приводящих к тому, что иногда в практике

задается, например, вероятность безотказной работы  $P(t_p)$  без указания времени работы  $t_p$  или одно  $t_p$  в предположении, что  $P(t_p)=1$  (так называемая минимальная наработка, применяемая в ряде отраслей). Однако главными причинами особого отношения к надежности являются многие серьезные проблемы, которые еще ждут своего решения. Практика требует разработки общего принципа выбора нормируемых показателей надежности для различных изделий, принципов обоснования численного уровня задаваемых показателей, приемлемых по продолжительности и по объему выборки методов испытаний. Последний вопрос является одним из серьезнейших препятствий на пути внедрения достижений теории надежности в повседневную производственную деятельность.

Решение указанных проблем осложняется тем, что по мере развития техники в народном хозяйстве появляется все больше изделий с широким применением резервирования и другой избыточности, многофункциональных, многоэлементных изделий и т. п., т. е. таких, которые принято называть сложными. Большинство из них (если не все) могут находиться не только в двух обычных состояниях: работоспособность и неработоспособность, но и в промежуточном состоянии — пониженная работоспособность. Иными словами, у них возможны не только полные, но и частичные отказы. Классические показатели надежности (средняя наработка на отказ  $T$ , коэффициент готовности  $K_r$ , вероятность безотказной работы  $P(t_p)$ ), предполагающие однозначное понятие отказ, в применении к таким изделиям становятся неопределенными. Поэтому решение комплекса вопросов, связанных с назначением и проверкой требований к надежности современных сложных изделий, неизменно должно охватывать и изделия с частичными отказами. Поскольку остальные изделия по отношению к ним являются частным случаем, полученные выводы должны быть общими для всех изделий.

Несмотря на обилие работ по надежности сложных изделий, в них, как правило, имеются в виду изделия с двумя уровнями работоспособности (полная работоспособность и полный отказ). Но даже и такие работы крайне редко затрагивают проблемы испытаний изделий с широким применением резервирования, сильно осложненные высокой надежностью изделий и малым

количеством образцов. Практически отсутствуют методы контроля комплексных показателей надежности. Рассматриваются и развиваются главным образом методы теоретического расчета надежности. При этом изделия с частичными отказами затрагиваются лишь немногими исследователями.

В предлагаемой читателю книге рассматривается ряд вопросов, которые возникают ежедневно в практике разработчиков и изготовителей промышленных изделий: какой показатель надежности выбрать для данного изделия; сколько задать показателей; стремиться ли всесторонне охарактеризовать надежность как свойство собственно изделия или оговорить влияние надежности на результат его работы; как выбрать численное значение показателя; задавать ли требования на изделие в целом или на его компоненты и др. Рассматриваются также вопросы, возникающие при теоретической и экспериментальной оценке заданных показателей: какими методами можно оценить тот или иной показатель; какой из них дает наиболее достоверный результат; как учесть в оценке частичные отказы; за счет чего можно сократить объем испытаний сложного изделия; как испытать изделие с широким применением резервирования; как испытать изделие в неполном составе и т. п. Во всех случаях речь идет о нормировании и проверке показателей надежности, по которым изделиедается изготовителем и принимается заказчиком и по которым последний может предъявлять рекламационные претензии в случае недостаточной надежности изделия.

В гл. 1 и 2 рассматриваются вопросы, связанные с составлением технических заданий (ТЗ) на разрабатываемые изделия и ТУ на серийные изделия. Гл. 1 посвящена принципам выбора тех или иных показателей надежности для конкретных изделий. Здесь учитываются как особенности самих задаваемых показателей, так и вопросы обоснования их численных значений и методы экспериментальной проверки, рассматриваемые в последующих главах. В гл. 2 анализируются возможные способы обоснования требуемого уровня надежности, показывается, что можно и чего нельзя от них ожидать. В итоге формулируется определенный общий подход, охватывающий практически все изделия, как сложные, так и простые.

В гл. 3 приводятся практические методы расчета надежности изделий с многими уровнями работоспособности. Она включена в книгу не только потому, что предварительная проверка надежности проводится с помощью расчета, но и потому, что формулы, учитывающие структуру изделия, используются при испытаниях сложных изделий расчетно-экспериментальным методом (гл. 6), когда показатель изделия рассчитывается по статистике его составных частей. Кроме того, расчет используется в книге как инструмент для анализа предлагаемых показателей.

Остальные главы (с 4 по 7) посвящены испытаниям сложных изделий на надежность, поскольку эксперимент следует считать единственным достоверным свидетельством реального уровня надежности.

В гл. 4 рассматриваются методы определяемых и контрольных испытаний для наиболее общего случая, когда заданный показатель надежности изделия является функцией многих переменных. Это характерно для сложных изделий, так как, во-первых, здесь широко применяется расчетно-экспериментальный метод и, во-вторых, показатели надежности таких изделий обычно бывают комплексными, обобщающими разные характеристики изделия.

В гл. 5 и 6 описываются и анализируются два принципиально различных метода испытаний: расчетно-экспериментальный метод и прямой экспериментальный метод, использующий расчет только для усреднения наблюдений. Наконец, в гл. 7 рассматривается очень важная проблема обеспечения достоверности исходной статистики, т. е. данных о наработке и отказах изделий и их компонентов. Такая проблема встает при испытаниях сложных изделий почти всегда, так как здесь оценка надежности, как правило, совмещается с другими испытаниями или даже с эксплуатацией изделий. В этой главе рассматриваются некоторые организационные вопросы, недооценка которых на практике зачастую резко искажает результаты.

В приложениях 1 и 2 приводится обоснование двух методов контроля коэффициента готовности: одноступенчатого и последовательного. Приложение 3 содержит пример планирования испытаний на надежность достаточно сложного изделия — вычислительного комплекса, приложение 4 — пример обоснования численного значе-

ния нормируемого показателя надежности для изделия типа АСУ. Автор по возможности не останавливался на вопросах, достаточно хорошо освещенных в литературе (расчет надежности изделий с двумя уровнями работоспособности, контроль показателей типа наработки на отказ прямым экспериментом и др.).

По просьбе автора гл. 7 написана А. Я. Резиновским, имеющим огромный опыт организации испытаний сложных систем в различных условиях. Приложения 1—3 написаны М. Н. Дзиркал, которая была соавтором большинства новых методов испытаний, предлагаемых в книге, и очень много сделала для их внедрения на практике. Существенную роль в написании книги сыграли и ценные замечания рецензентов — д-ра техн. наук Р. С. Судакова и особенно канд. техн. наук В. В. Марченко, положительное влияние советов которых на содержание книги трудно переоценить.

Все задачи, рассматриваемые в книге, ставились в наиболее общем виде, поэтому их решения во многих случаях являются приближенными. В некоторых работах по отдельным вопросам из числа рассматриваемых в книге получены более изящные результаты, однако область их применения недостаточна. Предлагаемые общие решения, разумеется, нельзя считать наилучшими и окончательными. Некоторые из них, возможно, нуждаются и в более строгих обоснованиях, которые еще ждут специалистов-математиков. Однако они отражают уровень сегодняшнего дня, когда альтернативой приближенной и даже грубой оценке является отказ от задания или проверки требований к надежности сложного изделия. Это оправдывает многие методические недоработки (конечно, лишь до тех пор, пока оценка остается точнее оценки на глаз). Почти все рекомендуемые методы так или иначе отражены в государственных и отраслевых стандартах и апробированы в работе ряда организаций. Автор надеется, что дальнейшее внедрение и совершенствование этих методов поможет поставить надежность в один ряд со всеми остальными характеристиками промышленных изделий.

## Определения

Термины и определения, применяемые в книге, как правило, соответствуют стандартам [18, 19]. Введем некоторые дополнительные определения, необходимые для дальнейшего изложения и имеющие общий характер. Некоторые из них во избежание ошибочных толкований сопровождаются математическими пояснениями.

**Общие положения.** Будем считать, что изделие в каждый момент времени описывается  $l$  параметрами. Совокупности их возможных значений  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_l)$ , принадлежащие некоторому множеству  $X$ , определяют состояние изделия. В простейшем случае это параметры, определяющие работоспособность или неработоспособность компонентов изделия. Вследствие возникновения и устранения неисправностей параметры меняются во времени  $t$  — имеет место случайный процесс смены состояний  $\mathbf{x}(t)$ . Отдельные реализации процесса  $\mathbf{x}(t)$  будем называть траекториями процесса смены состояний  $g$ ; множество траекторий обозначим  $G$ , т. е.  $g \in G$ . Полная исправность изделия на всем интервале времени работы  $t_p$  соответствует траектории  $g_0$ . Будем считать, что параметры  $x$  принимают дискретные значения, тогда и множество  $X$  дискретно. Редкие и трудные для анализа изделия с непрерывным множеством состояний пока мало изучены и в книге не рассматриваются.

Помимо параметров  $x$ , связанных с надежностью изделия, существуют параметры  $\xi$  ненадежностных, внешних факторов: характеристики исходного сырья, погодные условия, особенности объектов обслуживания. Они также могут меняться во времени, образуя аналогичные траектории  $\omega$ , принадлежащие множеству  $\Omega$ .

Существует, кроме того, функционал  $\varepsilon(\omega, g)$ , характеризующий результат, эффект от применения изделия.

Для однозначного понимания терминов, употребляемых при изложении, введем еще функцию работоспособности  $y(\xi, x) = y(t)$ , характеризующую способность изделия выполнять свою работу в данный момент времени. Определим ее как эффект, получаемый от изделия при сохранении фиксированных параметров  $x$  и  $\xi$  в течение

всего времени работы. Ясно, что мгновенная характеристика  $y(\xi, x)$  не определяет результат работы. Последний зависит от того, как будут меняться состояния изделия (а вслед за ними и значения  $y(\xi, x)$ ) на интервале  $t_p$  и как долго изделие будет оставаться в каждом из них.

Одному и тому же значению  $y_k(\xi, x)$  при фиксированном  $\xi$  могут соответствовать различные состояния изделия  $x$ , образующие некоторое подмножество  $X_k$ . Индексом 0 отметим уровень номинальной работоспособности  $y_0$  и соответствующее подмножество  $X_0$ , включающее в себя состояния полной исправности изделия и неисправности, не влияющие на работоспособность. Так же отметим и траекторию  $g_0$ , характеризующуюся пребыванием процесса  $x(t)$  в подмножестве  $X_0$  в течение всего времени работы. Индексом  $m$  обозначим полную неработоспособность.

*Отказом* в этих терминах будем называть переход процесса  $x(t)$  из одного подмножества  $X_k$  в другое  $X_i$  с худшим значением  $y_i(\xi, x)$ , т. е. с пониженным уровнем работоспособности, а также само пребывание в этом подмножестве. Отказы могут быть полными ( $i = -m$ ) или частичными ( $0 < i < m$ ); исходным подмножеством не обязательно является  $X_0$  (т. е.  $k \geq 0$ ).

*Восстановлением* будем называть обратный переход с повышением уровня работоспособности. Таким образом, процесс  $y(t)$  есть процесс отказов и восстановлений.

Следует отметить, что хотя подобное представление о функционировании изделий давно известно [2, 20], в теории и практике надежности вместо него преобладает его сугубо частный случай. Считается, что множество значений  $y_i$  состоит только из двух значений  $y_0$  и  $y_1$ , а множество  $X$  распадается на два подмножества  $X_0$  и  $X_1$ , т. е. изделие может быть либо полностью работоспособным, либо полностью отказавшим. Большинство исследований посвящено процессам  $x(t)$  и  $y(t)$ , тогда как изучение влияния этих процессов на выходной эффект, как правило, обходится стороной.

**Два вида изделий.** Будем различать изделия вида I с двумя уровнями работоспособности — номинальным и нулевым и изделия вида II с многими уровнями, включая уровни пониженной, промежуточной работоспособности. Заметим, что иногда в этом же смысле употреб-

ляются термины «простые» и «сложные», но в данной книге им придается обычный смысл.

Строго говоря, подавляющее большинство изделий следует относить к виду II. Однако это влечет за собой ряд методических усложнений, которые оправданы лишь тогда, когда промежуточные уровни существенно отличаются от номинального и нулевого, а вероятность попадания изделия в соответствующие подмножества состояний не слишком мала. Иными словами, в ряде случаев может оказаться целесообразным внести в оценку некоторую ошибку, но свести все состояния изделия в два подмножества с двумя уровнями работоспособности. Это определяется требуемой точностью исследования.

**Эффективность.** Будем называть эффективностью изделия количественную меру качества выполнения изделием его функций. Показатель эффективности  $E$  является комплексным показателем качества. Определим его как математическое ожидание выходного эффекта, т. е.  $E = M[e]$ . Далее этот показатель будем называть просто эффективностью. Ею может быть либо некоторая размерная величина — средний доход, производительность, число обслуживаемых объектов, либо вероятность выполнения определенной задачи — передачи сообщения, доставки груза, обработки детали.

**Два вида показателей надежности.** Будем называть техническими такие показатели надежности, которые характеризуют процессы  $x(t)$  или  $y(t)$ , т. е. процессы блуждания по состояниям или по уровням (вне связи) с результатами работы изделия. К ним относятся средняя паработка на отказ (до отказа)  $T$ , среднее время восстановления  $T_b$ , интенсивность (параметр потока) отказов и восстановлений  $\lambda$  и  $\mu$  и др.

Оперативными будем называть такие показатели, которые характеризуют влияние процессов  $x(t)$  и  $y(t)$  на выходной эффект и в итоге на величину  $E$ . К ним относятся, например, коэффициент оперативной готовности  $K_{op}$ , вероятность безотказной работы в течение времени выполнения задачи  $P(t)$ , коэффициент сохранения эффективности  $K_{ef}$ , выражющий отношение эффективности изделия с реальной надежностью к его эффективности при безотказной работе.

Коэффициент готовности  $K_g$  является примером показателя, который может быть и техническим, и опера-

тивным одновременно. С одной стороны, это вероятность пребывания изделия в подмножестве состояний  $X_0$  в произвольный момент. С другой стороны, если изделие предназначено для выполнения очень коротких задач, то  $K_r$  определяет вероятность того, что выполнение одной такой задачи не будет сорвано отказом.

Частным случаем технических показателей надежности являются *показатели долговечности*. Они характеризуют только один параметр процесса  $x(t)$  — его общую продолжительность до достижения предельного состояния. Это событие в большинстве случаев (а особенно для сложных изделий) можно предвидеть и планировать. Оно не является неожиданным, как, например, отказ. Работа изделия не обрывается наступлением предельного состояния, а заканчивается заранее. Такое окончание работы влияет не на ее результат, а на различные затраты: на новое изделие, на демонтаж старого и т. д.

**Методы испытаний.** Будем различать три метода испытаний на надежность в зависимости от соотношения используемых при этом расчетных и экспериментальных данных. Прямой экспериментальный метод (ПЭМ) предполагает наблюдение реализаций самой оцениваемой величины и применение расчетов только для их усреднения. Например, можно многократно проверять работоспособность изделия в разные моменты времени и затем оценивать  $K_r$  как отношение числа положительных результатов к числу проверок. Косвенный экспериментальный метод (КЭМ) предполагает наблюдение и оценку некоторых других величин, так или иначе связанных с оцениваемой, и расчет последней по соответствующей формуле. Например,  $K_r$  можно оценить как  $\hat{\mu}/(\hat{\lambda} + \hat{\mu})$  через оценки  $\hat{\lambda}$  и  $\hat{\mu}$ . Расчетно-экспериментальный метод (РЭМ) сводится к раздельному набору статистики по компонентам изделия и последующему расчету показателей надежности по формуле, учитывающей его структуру.

## Глава 1

### ВЫБОР ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

Рассмотрим вопрос о том, какими принципами следует руководствоваться при выборе показателей надежности (ПН) для применения в технических заданиях на разработку новых изделий и в технических условиях на изделия, выпускаемые серийно. Речь идет прежде всего о виде показателей, хотя и с учетом проблемы обоснования их численных значений. Вначале сформулируем требования, предъявляемые практикой к таким ПН. Степень выполнения этих требований будет в дальнейшем критерием предпочтения того или иного принципа выбора ПН. Сравнительный анализ различных принципов выбора проведем отдельно для новых разработок и серийных изделий.

#### 1.1. Требования, предъявляемые к нормируемым показателям надежности

**Требования практики.** Будем записывать требования, не учитывая пока возможности их выполнения (поскольку среди них нет ни одного безусловно обязательного, слово «должны» в приводимых ниже формулировках следует понимать как «желательно», «надо бы» и т. п.).

а. ПН должны отражать влияние надежности на выполнение основных функций изделия. ПН, отражающие это влияние, мы ранее называли оперативными.

б. ПН должны определять надежность независимо от характера использования изделия (в том числе от времени выполнения задач, от последствий отказов и т. д.) как свойство собственно изделия, но так, чтобы она полностью определяла «поведение» изделия в работе и позволяла решать все основные задачи, связанные с надежностью. К последним относится и расчет оперативных ПН. ПН, удовлетворяющие этому требованию, мы называли техническими.

Уже сейчас видно, что удовлетворить одновременно пп. а и б не легко.

в. ПН в той или иной форме должны быть применимы к изделиям с многими уровнями. ПН для изделий с двумя уровнями должны быть их частным случаем.

*г.* Для всех задаваемых ПН должны существовать методы испытаний, как определительных, так и контрольных.

*д.* Чем лучше изделие соответствует своему назначению (чем выше эффективность изделия), тем выше должна быть характеристика его надежности и вероятность приемки на испытаниях. Отметим, что это естественное требование не выполняется в очень распространном случае: когда заданы одновременно  $T$  и  $T_b$  (см. § 1.2).

*е.* Обоснование численных значений задаваемых ПН должно быть максимально облегчено.

*ж.* Выбор ПН для новой техники не должен зависеть от факторов, определяемых в ходе разработки. При составлении технического задания на еще несуществующее изделие затруднительно, например, указать число уровней работоспособности, наличие резерва и т. д.

Отметим, что это требование не относится к выбору ПН для технических условий на серийные изделия, о которых при передаче в производство известно практически все.

*з.* Принцип выбора ПН должен охватывать все величины, влияющие на ПН. Прежде всего это относится к времени работы, которое входит в ПН типа  $P(t)$ ,  $K_{ог}$ .  
*и.* Должны существовать методы, позволяющие рассчитывать ПН на этапе разработки изделия.

*к.* ПН должны иметь простой физический смысл.

По-видимому, ни одна система показателей не сможет удовлетворить сразу всем этим требованиям. Однако, как указывалось, выполнение каждого из них желательно, но без него все-таки можно обойтись. Так, некоторые организации обходятся даже без методов испытаний, проверяя ПН расчетным путем. Эта неизбежность облегчает проблему, но она же порождает то множество решений, которое сейчас имеет место и в литературе, и в практической работе промышленности.

*Действующие нормативно-технические документы основаны на совершенно различных принципах выбора показателей.* Например, в методических указаниях ГОССТАНДАРТА [1] предлагается выбирать для каждого изделия тот показатель надежности, который входит в оценку эффективности функционирования данного изделия. Там же рассмотрены основные виды формул расчета эффективности для изделий с двумя уровнями

работоспособности и сделана попытка упростить выбор показателей, сведя в таблицу признаки, определяющие вид формулы. Решающим признаком в [1] является доминирующий фактор при оценке последствий отказов, а именно: факт вынужденного простоя; факт отказа; не выполнение задания в установленном объеме. С помощью этих формулировок авторы [1] стремились характеризовать вид функционала  $e(g)$  — зависимость выходного эффекта от отказов изделия. Очевидно, что [1] удовлетворяет требованию *а*, но не *б*.

Согласно ГОСТ [17] требования к надежности должны задаваться в виде набора частных показателей, характеризующих отдельно безотказность, ремонтопригодность, долговечность и сохраняемость. Комплексные показатели могут задаваться только в дополнение к этому набору. Выбор показателей безотказности определяется видом закона распределения времени безотказной работы изделия; другие показатели выбираются произвольно. Время  $t$ , для которого задается вероятность  $P(t)$  выбирается из восьми разрешенных значений (от 500 до 40 000 ч), по порядку цифр напоминающих ресурс. Очевидно, здесь  $t$  не может быть временем выполнения задачи, поэтому  $P(t)$  следует рассматривать не как оперативный, а как технический показатель — как характеристику закона распределения. Таким образом, [17] удовлетворяет требованию *б*, но не *а*.

В документе самого высокого уровня — стандарте СЭВ [24] решающими факторами для выбора ПН являются размер ущерба от отказов и режим эксплуатации изделия. Предусмотрено три степени ущерба:

— угроза безопасности людей, значительный материальный или моральный ущерб, что заставляет принимать меры к недопущению отказа;

— материальный ущерб от невыполнения задачи или от простоя одного порядка со стоимостью объекта;

— материальный ущерб, связанный главным образом с утратой объекта или его восстановлением.

Режим эксплуатации согласно [24] может быть непрерывным, циклическим, оперативным или общим.

Ни в пояснительной записке к стандарту, ни в литературе не излагаются принципы, положенные в основу стандарта. По-видимому, [24] представляет собой еще один пример выбора ПН без какого-либо общего принципа, но на основе интуиции и опыта.

Как в [1], так и в [17, 24] предусмотрено, конечно, естественное деление изделий на ремонтируемые и неремонтируемые. По сходным принципам выбираются показатели долговечности.

Все упомянутые документы относятся только к изделиям с двумя уровнями — требование  $a$  не выполняется. Как следствие, не выполняется требование  $\beta$ , так как из-за этого уже на этапе разработки ТЗ необходимо знать число уровней работоспособности будущего изделия. Нигде нет указаний, как выбирать время  $t$  для вероятностных ПН — не выполнено требование  $\alpha$ . Поскольку в [17, 24] и отчасти в [1] предлагается задавать по отдельности несколько характеристик, которые на деле могут компенсировать друг друга, не выполняется требование  $\delta$  — лучшее изделие может быть забраковано, а худшее принято (см. § 1.2).

Мы видим, что существующие нормативные документы удовлетворяют далеко не всем перечисленным требованиям, и уже одно это заставляет искать новые решения. Однако различия в принципах, положенных в их основу, ведут к тому, что произвол в выборе показателей получает формальное обоснование. Поэтому поиск нового, оптимального и достаточно общего подхода просто необходим.

**Обязательные требования.** Очевидно, что выбор ПН решающим образом зависит от того, какие требования считаются наиболее важными. Мы будем считать обязательными только требование  $a$  (применимость результатов к изделиям с многими уровнями) и важнейшее обобщающее условие: задаваемые показатели вместе с методами их проверки должны обеспечить уровень надежности, достаточный для выполнения изделием его задачи. Фактически это означает, что так или иначе должны быть обеспечены достаточные значения оперативных показателей.

**Две группы изделий.** Очевидно, в ходе решения проблемы выбора ПН должна быть введена какая-то классификация изделий по признакам, определяющим этот выбор. Действительно, при первой же попытке удовлетворить требование  $a$  все изделия распадаются на два множества — выделяется обширная группа изделий, для которых нормировать оперативные показатели вообще невозможно. Это изделия, предназначаемые для решения самых разнообразных задач либо самостоятельно,

либо в составе различных изделий большого масштаба, например, универсальные ЭВМ, источники энергоснабжения — типовые преобразователи, выпрямители, измерительные приборы, связная аппаратура широкого применения. Важно то, что для этих изделий влияние отказов на выполнение задач неопределенно из-за множества вариантов этих задач. Так, дизельная передвижная электростанция вырабатывает переменное напряжение 220 В, 400 Гц, и это напряжение может использоваться для самых разнообразных целей. Будем называть подобные изделия изделиями общего назначения (ИОН).

В отличие от ИОН изделия конкретного назначения (ИКН) имеют определенную, известную задачу. Это специализированные ЭВМ, радиолокаторы, системы управления теми или иными процессами и т. п. Например, каждый локатор имеет конкретную и полностью определенную задачу: корабельный навигационный локатор — свою, аэродромный — свою и т. д. Поэтому для ИКН можно говорить о влиянии отказов изделия на результат той работы, в которой оно участвует.

Ниже мы увидим, что принципы назначения требований к надежности изделий этих двух групп существенно различны. Кроме того, эти принципы различаются также для новых разработок и серийных изделий. Поэтому мы будем рассматривать их отдельно.

## 1.2. Выбор показателей для новых разработок. Изделия общего назначения

**Выполнение требований § 1.1.** Рассмотрим последовательно сформулированные в § 1.1 требования применительно к изделиям общего назначения. Будем искать наилучшие способы удовлетворить максимум требований.

*a. Применение показателей, характеризующих влияние отказов на результат работы*, как уж указывалось, для ИОН невозможно. Действительно, в одной системе отказ изделия приводит к потере времени, затраченного на ремонт; в другой, кроме того, теряется некоторое время предыдущей работы; в третьей срывается результат вообще всей работы данного изделия, и предыдущей, и будущей. Эти и другие особенности применения изделия в различных системах, как правило, неизвестны составителям ТЗ на такие изделия. Отметим, что если бы они

и были известны, то было бы крайне трудно выбрать один из многих вариантов. В тех редких случаях, когда это все же удается, требования следует предъявлять как к изделию конкретного назначения (§ 1.3).

Из сказанного вытекает первый важный практический вывод: следует оставить всякие попытки задавать оперативные показатели для ИОН.

Отсюда, в свою очередь, вытекает необходимость применения технических ПН. Рассмотрим этот вариант.

б. Применение технических ПН, несомненно, возможно для любых изделий. Однако, чтобы однозначно определить надежность изделия, обычно требуется несколько ПН ( $T$ ,  $T_b$ , контролируемость, стоимостные показатели ремонта и т. д.). ТЗ, составленное из них, выглядит как список параметров  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ , т. е. как вектор или матрица. Наличие резерва или устройств, отказ которых приводит к частичным отказам изделия, вызывает необходимость задавать все параметры отдельно для разных частей изделия, заранее имея в виду определенную его структуру. Действительно, даже дублированное устройство нельзя рассматривать всегда как один блок с повышенной надежностью, так как, например, при расчете расхода запчастей и затрат на обслуживание его надо рассматривать как устройство с надежностью, вдвое меньшей.

Длина списка уменьшится, если не стремиться охарактеризовать буквально все и пожертвовать некоторыми характеристиками.

в. Технические ПН для изделий с многими уровнями могут быть применены в двух вариантах. Необходимо либо задавать требования отдельно для тех компонентов, отказ которых является частичным отказом изделия, и отдельно для совокупности остальных, либо считать все отказы полными и задавать показатели на изделие в целом, сводя таким путем все уровни его работоспособности к двум и заведомо занижая результат. ПН для изделий с двумя уровнями будут частным случаем.

г. Испытания изделия в данном случае сводятся, естественно, к отдельной проверке всех компонентов вектора (очевидно, что эту проверку можно проводить по данным одних и тех же испытаний). Методы контрольных и тем более определительных испытаний для большинства технических ПН известны, и для определительных испытаний изделия этого достаточно. Однако кон-

трольные испытания в такой форме обеспечивают для изделия в целом совсем не те риски, которые имеют место для каждого параметра в отдельности.

Действительно, пусть на изделие задано  $n$  независимых показателей  $\theta_i, i=1, \dots, n$ , и для каждого установлено два уровня: приемочный  $\theta_{i0}$  и браковочный  $\theta_{i1}$ , а также риски поставщика  $\alpha_i$  и заказчика  $\beta_i$ . Если все компоненты вектора соответствуют своим нормам, изделие принимается; если хотя бы один не соответствует, изделие бракуется. Общий риск поставщика  $\alpha$  определим как вероятность случайного забракования изделия, у которого все  $\theta_i$  находятся на верхнем уровне; общий риск заказчика  $\beta$  — как вероятность приемки изделия, у которого хотя бы один параметр находится на нижнем уровне. Тогда справедливы следующие соотношения (при  $\alpha_i, \beta_i$ , одинаковых для всех  $i$ ):

$$\alpha = 1 - (1 - \alpha_i)^n; \text{ при } \alpha_i \ll 1 \quad \alpha \approx n\alpha_i, \quad (1.1)$$

$$\beta^n \leq \beta \leq \beta_i. \quad (1.2)$$

Например, если  $\alpha_i = 0,1$ , то при  $n = 2 \quad \alpha = 0,19$ ; при  $n = 3 \quad \alpha = 0,27$ ; при  $n = 10 \quad \alpha = 0,65$  и т. д., т. е.  $\alpha$  сильно возрастает с  $n$ , тогда как  $\beta$  убывает. Если задать много показателей, то изделие, строго соответствующее требованиям, будет забраковано на испытаниях почти наверняка. Отметим, что при зависимых показателях изменение рисков несколько меньше.

Отсюда следуют три вывода: показателей надо задавать как можно меньше; зависимые показатели предпочтительнее; требование г не выполняется.

д. Повышение характеристик надежности и вероятности приемки для лучшего изделия отнюдь не гарантируется. Рассмотрим пример. Пусть заданы  $T = 100$  ч и  $T_b = 0,5$  ч, и фактически получены те же цифры (ошибкой опыта пренебрегаем). Появляется возможность исключить отказы наименее надежного узла, которые составляют, скажем, 40% всех отказов, но устраняются в среднем за 0,2 ч. Нетрудно подсчитать, что после такой доработки будут получены  $T = 170$  ч и  $T_b = 0,7$  ч, и изделие уже не будет соответствовать требованиям (из-за  $T_b$ ), т. е. будет считаться худшим! Во всех отчетах оно станет фигурировать как «низконадежное», а на первых же испытаниях будет забраковано. Ясно, что подобных доработок промышленность проводить не станет.

В то же время доработанное изделие в подавляющем большинстве применений работало бы лучше, чем раньше. Любой из известных оперативных показателей возраст бы, так как снижение ремонтопригодности здесь полностью перекрывается повышением безотказности. Во все оперативные ПН  $T_b$  входит только через  $K_r$  (гл. 3), который в данном случае возрастает с 0,995 до 0,996, а  $T$  входит в формулы самостоятельно.

Если же в ТЗ вместо  $T_b$  был бы применен комплексный показатель  $K_r$ , отражающий тот же уровень ремонтопригодности (т. е.  $K_r=0,995$ ), то высокая надежность доработанного изделия была бы очевидной. Так безобидная на первый взгляд тонкость в задании требований ведет к неверным техническим решениям.

Все сказанное относится и к тому случаю, когда требования задаются в виде набора требований к компонентам. Вообще показатель, внесенный самостоятельно в техническое задание, уже чисто формально не может быть скомпенсирован другими (фактическая компенсация не будет учтена при проверке). Итак, требование  $\delta$  не выполнено.

Сторонники показателя — вектора технических ПН, комментируя приведенный пример, иногда говорят: ошибка не в выборе ПН, а в неправильном выборе их значений. При серьезном, настоящем обосновании цифр якобы было бы задано именно  $T=170$  ч,  $T_b=0,7$  ч. Сложность такого обоснования требований мы попытаемся показать в гл. 2, здесь же приведем только краткие выводы из нее, обсуждая требование  $e$ .

*e. Выбор численного уровня задаваемых показателей* для ИОН может производиться только по аналогии с другими, уже существующими подобными изделиями. Технические ПН как раз подходят для проведения анализа и сравнения новой техники со старой, для введения поправок на новые достижения и т. д. Относительно легко решается вопрос, что можно сделать, но практически не решается, что нужно. Ясно только одно: если все показатели задать не хуже, чем у изделия-аналога, то новое изделие будет работать не хуже. Нужно ли повышать какие-либо показатели по сравнению с аналогом и насколько, совершенно неизвестно. Проблема усложняется необходимостью детализации требований (см. также *ж*). Наконец, достаточность уровня надежности для выполнения основных функций изделия гаран-

тируется только опытом работы изделий-аналогов, что, конечно, не может считаться достаточным. Таким образом, требование  $e$  не выполнено.

*ж. Использование факторов, определяемых позже*, в ходе разработки, при задании технических ПН необходимо. Стремясь как можно полнее охарактеризовать надежность как свойство изделия, нужно знать будущее изделие весьма подробно. Например, если задавать требования отдельно на какие-нибудь устройства, нужно заранее знать, что их отказ будет частичным отказом для изделия. Поскольку требования назначаются по аналогии, необходимо заранее установить техническую базу разработки, объем изделия, выбрать резерв и т. д. Требование *ж* не выполнено.

*з. Охват всех величин, влияющих на ПН*, обеспечивается принципом задания требований — как можно полнее охарактеризовать надежность изделия.

*и. Методы предварительного расчета* для технических ПН развиты лучше, чем для любых других, тем более, что расчет технических ПН является начальным этапом любого другого расчета.

*к. Физический смысл* для каждого технического ПН достаточно ясен. Однако вектор — набор из них — в целом для понимания труден, например, зачастую нельзя сказать, какой вектор лучше, а какой хуже. Поэтому требование *к* нельзя считать выполненным.

*Необходимый минимум показателей*. Мы видели, что все минусы, связанные с заданием требований, тем приятнее, чем большие показателей задается. Значит, нужно найти некоторый минимум ПН и по возможности обходиться им. Поскольку главная цель нормирования надежности — обеспечение выполнения заданных функций, степень которого характеризуется оперативными ПН, надо задавать хотя бы те технические ПН, от которых зависят оперативные.

Для невосстанавливаемых изделий подавляющее большинство оперативных ПН определяется средней наработкой до отказа  $T$  или интенсивностью отказов  $\lambda$ . Если работа изделия ограничена каким-либо процессом износового типа (истирание поверхностей, расход эмиссионной способности катодов, старение резины и пластмасс), то продолжительность его работы характеризуется ресурсом или сроком службы в зависимости от того, определяется процесс наработкой или календарным вре-

менем. Если отказы износового типа составляют подавляющее большинство всех отказов (пример — фрикционные накладки тормозных устройств), то этих показателей долговечности будет достаточно, а  $T$  и  $\lambda$  не потребуются.

Показатели долговечности, по-видимому, целесообразно задавать средние, а не  $\gamma$ -процентные. Последние бывают предпочтительнее в определенных конкретных применениях изделияя, на которые нельзя ориентировать изделия общего назначения.

Для восстанавливаемых изделий необходимо ввести еще характеристику ремонтопригодности. Поскольку в оперативные ПН ремонтопригодность входит через  $K_r$ , лучше всего задавать именно  $K_r$ , а не  $T_b$ . Тогда исключаются ситуации, подобные приведенной, когда лучшее изделие считается худшим, а кроме того, на испытаниях не так сильно возрастает риск поставщика, так как  $T$  и  $K_r$  зависят.

Часто приходится слышать следующее рассуждение, из которого делают вывод о необходимости отдельного задания  $T_b$ : «В нашем изделии кратковременные отказы, устранимые за время меньше  $t_{\text{доп}}$ , не влияют на результат работы, тогда как остальные отказы резко его ухудшают». Здесь, очевидно, речь идет об изделиях с определенной временной избыточностью. Задание  $T_b$  в данном случае направлено на увеличение доли кратковременных отказов в общем потоке. Если обозначить через  $\lambda_0$  параметр потока всех отказов, а через  $\lambda_{kr}$  — параметр потока кратковременных отказов, то результатирующий поток отказов изделия будет характеризоваться разностным потоком с параметром  $\lambda_{раз} = \lambda_0 - \lambda_{kr}$ . При этом, как и ранее (с. 18), возникает парадоксальная ситуация, при которой нельзя проводить, например, такие доработки, которые устраниют много кратковременных отказов. Действительно, при этом изделие явно улучшается, но  $T_b$  резко возрастает и изделие формально перестает соответствовать требованиям. То же самое происходит, когда задают вероятность восстановления в заданное время. Если же задать  $K_r$ , то целесообразность указанной доработки будет несомненной. Что касается потока отказов, то его, очевидно, в данном случае следует характеризовать параметром  $\lambda_{раз}$ . Это можно сделать, например, указав в определении отказа его минимальную продолжительность  $t_{\text{доп}}$ .

До последнего времени для  $K_r$  отсутствовали методы контрольных испытаний, были только формулы для доверительных границ [11, 13]. После разработки изложенных принципов выбора ПН [8], где  $K_r$  занимает столь важное место, автору данной книги вместе с М. Н. Дзиркал удалось разработать и методы контроля  $K_r$  [26, 27, 28]. Они приведены в приложениях 1 и 2 вместе с необходимыми таблицами и графиками.

Возможны случаи, когда желательно нормировать еще какие-нибудь дополнительные ПН. Так, для изделий цифровой техники типа ЭВМ часто приходится задавать еще среднюю наработку на сбой, поскольку сбои влияют на работу изделия по-своему и входят в оценки оперативных ПН самостоятельно. Однако, задавая дополнительные показатели, следует всегда иметь в виду связанные с этим последствия. Особенно следует предостеречь против попыток задавать параметры формы распределений, отличных от экспоненциального. Поскольку для ИОН нельзя указать лучшие и худшие формы распределений, нормирование (и контроль) этих параметров приведет лишь к бессмысленному забракованию ряда изделий. Это, конечно, не означает, что подобные параметры вообще не надо применять при анализе надежности. Напомним еще раз, что речь идет о нормируемых показателях, т. е. о тех, по которым изделие сдается и принимается. При необходимости для работы можно привлекать какие угодно ненормируемые показатели.

Для изделий с многими уровнями, как указывалось, приходится либо задавать требования отдельно на основные компоненты, либо считать полными все без исключения отказы, заведомо занижая результат. Оба варианта оставляют желать лучшего, но другого выхода для ИОН пока нет.

### 1.3. Выбор показателей для новых разработок. Изделия конкретного назначения

**Выполнение требований § 1.1.** Вернемся к изложенным требованиям и вновь попробуем удовлетворить максимум из них с учетом того, что задачу, возложенную на изделие, теперь можно считать известной.

*a. Применение показателей, характеризующих влияние отказов на результаты работы, для ИКН* вполне

осуществимо. Посмотрим, как это лучше сделать, а затем проверим, как при этом выполняются другие требования, сформулированные в § 1.1.

Как указывалось в разделе «Определения», выполнение изделием его функций характеризуется некоторым комплексным показателем качества—эффективностью  $E$ . Эффективность зависит от надежности изделия (факторы надежности обозначим множеством траекторий изделия  $G$ ) и других ненадежностных факторов (будем обозначать их символом множества  $\Omega$ , которому они принадлежат), т. е.  $E=E(G, \Omega)$ . При некоторых неожестких ограничениях функцию  $E(G, \Omega)$  можно представить в виде произведения, выделив в качестве сомножителя номинальную эффективность изделия  $E_0$ , т. е. его эффективность при полной исправности. Очевидно, что  $E_0$  от надежности не зависит, т. е.

$$E(G, \Omega)=R(G, \Omega)E_0(\Omega). \quad (1.3)$$

Сомножитель  $R(G, \Omega)$  представляет собой оперативный показатель надежности, известный под названием коэффициента сохранения эффективности  $K_{\text{eff}}$ :

$$R(G, \Omega)=E(G, \Omega)/E_0(\Omega)=K_{\text{eff}}. \quad (1.4)$$

Отсюда следует и ограничение: показатель эффективности должен быть таким, чтобы  $E_0(\Omega) \neq 0$ . Как правило, большей эффективности изделия соответствуют и большие значения показателя  $E$ , а поскольку отказы могут приводить только к снижению выходного эффекта, то  $E_0(\Omega)$  будет максимальным значением  $E$ , т. е.  $E_0(\Omega) \geq E(G, \Omega)$ . Тогда, очевидно,  $K_{\text{eff}} \leq 1$ , причем с повышением надежности при прочих равных условиях  $K_{\text{eff}} \rightarrow 1$ . В дальнейшем будем считать, что показатель  $E$  выбран именно таким образом. Редкие случаи, когда  $E$  не удовлетворяет указанным требованиям, пока мало изучены, поскольку здесь обычно возможен другой выбор показателя. Так, процент брака на выходе автоматической линии станков («неудобный» показатель эффективности) достаточно заменить процентом выхода годной продукции. Сказанное относится и к случаю, когда  $E_0 < 0$ .

Не следует отождествлять  $E_0$ —эффективность реального исправного изделия с эффективностью гипотетического идеально надежного изделия. Последнее, очевидно, должно иметь бесконечные стоимость, объем, массу и другие нерасчленные параметры.

Физический смысл  $K_{\text{eff}}$  прост: он показывает, какая часть номинальной эффективности изделия сохраняется при наличии отказов последнего;  $1-K_{\text{eff}}$  есть та относительная величина, на которую снижается эффективность вследствие отказов. Например, если эффективностью некоторой системы является приносимый ею доход, то  $K_{\text{eff}}=0,9$  означает, что из-за ненадежности устройств этой системы доход в среднем будет на 10% меньше номинального.

Если эффективностью изделия является вероятность выполнения им некоторой задачи, то  $K_{\text{eff}}$  дополнительно приобретает смысл вероятности того, что выполнение задачи не будет сорвано из-за отказов.

Пусть  $B_{\text{вх}}$ —множество всех задач, которые могут быть возложены на изделие,  $B$ —множество выполняемых им задач. Если бы траектория  $g_0$  была реализована при выполнении всех задач, были бы выполнены дополнительные задачи, образующие вместе с  $B$  множество  $B_0$  ( $B \subseteq B_0 \subseteq B_{\text{вх}}$ ) (рис. 1.1). Эффективность есть вероятность того, что задача  $z$  принадлежит множеству  $B$ , т. е.  $E=P\{z \in B\}$ . Аналогично  $E_0=P\{z \in B_0\}$ . Рассмотрим  $P\{z \in B, z \in B_0\}$ —вероятность того, что задача принадлежит одновременно двум множествам  $B$  и  $B_0$ , равную, очевидно,  $P\{z \in B\}$ , так как  $B$  целиком включено в  $B_0$ . По формуле полной вероятности можно записать

$$P\{z \in B, z \in B_0\}=P\{z \in B_0\}P\{z \in B|z \in B_0\}. \quad (1.5)$$

Тогда

$$K_{\text{eff}}=\frac{P\{z \in B\}}{P\{z \in B_0\}}=\frac{P\{z \in B, z \in B_0\}}{P\{z \in B_0\}}=P\{z \in B|z \in B_0\}. \quad (1.6)$$

Последнее выражение есть вероятность того, что задача, выполняемая при отсутствии отказов, будет выполнена и при их наличии. Иными словами, это вероятность того, что отказы не сорвут выполнение задачи.

Таким образом, для расчета  $E$  можно определять отдельно  $E_0$  и  $K_{\text{eff}}$ , причем  $E_0$  определяется без учета отказов. Эта возможность широко используется на практике, так как она существенно облегчает расчет и испытания самых сложных изделий.

Рассмотрим вариант задания требований по надежности непосредственно в форме  $K_{\text{eff}}$ .

*б. Невозможность использования  $K_{\text{эфф}}$  в качестве технического ПН* вытекает из того, что  $K_{\text{эфф}}$  характеризует надежность изделия только в связи с результатами его применения, последствиями отказов и т. п. Поэтому  $K_{\text{эфф}}$ , заданный для одного применения изделия, не определяет, например, его  $K_{\text{эфф}}$  в другом применении. Требование *б* не выполнено.

*в. Для изделий с многими уровнями  $K_{\text{эфф}}$*  может использоваться без всяких ограничений, так как показатель эффективности существует у любых изделий. Требование *в* выполнено.

Интересно выяснить, какой вид принимает  $K_{\text{эфф}}$  для изделий с двумя уровнями (см. гл. 3). Оказывается, что в наиболее распространенных случаях  $K_{\text{эфф}}$  равен одному из «классических» ПН  $K_r$ ,  $P(t)$ ,  $K_{\text{ор}}$ . Это обстоятельство очень важно. Если применять эти показатели ( $R$ ) именно в тех случаях, когда они выражают  $K_{\text{эфф}}$ , то для них будет обеспечен единый физический смысл и одна и та же связь с эффективностью:  $E=RE_0$ . Таким образом, напрашивается общий принцип выбора одного из классических ПН для изделий с двумя уровнями. Такой принцип интуитивно уже давно проводится в жизнь практиками, однако четко сформулировать его позволило только исследование  $K_{\text{эфф}}$ .

*г. Испытания изделия по показателю  $K_{\text{эфф}}$*  подробно рассматриваются в гл. 4—6, где показано, что для  $K_{\text{эфф}}$ , как и для любого другого показателя надежности, существуют методы определительных и контрольных испытаний.

*д. Повышение показателя надежности для лучшего изделия* очевидно, так как  $K_{\text{эфф}}$  непосредственно связан с выполнением основных функций изделия. Лучшему изделию заведомо будет соответствовать более высокий  $K_{\text{эфф}}$ . Поскольку методы испытаний (гл. 4) предполагают контроль изделия непосредственно по  $K_{\text{эфф}}$ , а не по каким-либо косвенно связанным с ним параметрам, то и вероятность приемки на испытаниях для лучшего изделия будет выше.

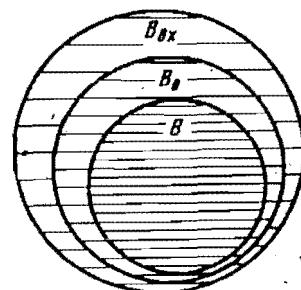


Рис. 1.1

*e. Выбор численного значения  $K_{\text{эфф}}$  допускает применение научного обоснования, описанного в гл. 2, в пределах сделанных там оговорок. Это путь, направленный на согласование того, «что нужно», с тем, «что можно». Не пересказывая гл. 2, отметим, что если эффективность изделия и факторы, ограничивающие рост его надежности, имеют одну физическую природу (обычно стоимостную), то оптимальный требуемый уровень надежности обосновывается довольно строго и  $K_{\text{эфф}}$  лучше всех других ПН пригоден для такого обоснования. В остальных же случаях обоснование включает существенные элементы экспертных оценок, т. е. интуиции и опыта. Здесь  $K_{\text{эфф}}$  намного облегчает проблему благодаря простому физическому смыслу и линейной связи с эффективностью.*

*ж. Использование данных, определяемых позже, в ходе разработки, при задании  $K_{\text{эфф}}$  необходимо для обоснования его численного значения одним из методов, описанных в гл. 2 (это и структура, и техническая база, и особенности работы будущего изделия). Однако все они обобщаются в ТЗ в виде  $K_{\text{эфф}}$ , причем последний ограничен снизу минимально допустимым уровнем, определяемым только исходя из того, «что нужно», без привлечения данных об изделии. Поэтому предварительный характер этих данных не приведет к серьезным ошибкам.*

Другое дело, если изделие отнесено к изделиям с двумя уровнями и на него задан  $K_{\text{эфф}}$  в виде того показателя, которому равен  $K_{\text{эфф}}$  в данном случае. Вследствие изменений в ходе разработки заданный показатель может потерять физический смысл  $K_{\text{эфф}}$  и стать лишь некоторым условным числом. Например, при составлении задания считалось, что  $K_{\text{эфф}}=P(t)$ ,  $t=30$  мин и было задано  $P(30 \text{ мин})$ . Позже оказалось, что изделие выполняет задачу не за 30, а за 50 мин. Теперь  $K_{\text{эфф}}=P(50 \text{ мин})$  стал существенно ниже, чем  $P(30 \text{ мин})$ . Тем не менее изделие принимается по уровню  $P(30 \text{ мин})$ , хотя число срывов выполняемой задачи — это главное — заметно выше этого уровня. Если же был бы задан  $K_{\text{эфф}}$ , то разработчик был бы вовремя переориентирован на  $t=50$  мин, а изделие принималось бы по  $K_{\text{эфф}}=P(50 \text{ мин})$ . Число срывов задачи осталось бы на требуемом уровне.

*з. Параметры, влияющие на  $K_{\text{эфф}}$ , и прежде всего время  $t$ , на которое рассчитываются вероятности, определяются строго, исходя из вида показателя эффективности*

и особенностей эксплуатации изделия (см. гл. 3). Так, для автоматической линии, на которую детали поступают партиями, все вероятности (входящие в  $K_{\text{эфф}}$ ) должны рассчитываться на время обработки партии, если эффективностью считается среднее количество обработанных партий. Если же эффективностью считается среднее количество обработанных деталей, то вероятности рассчитываются на время обработки одной детали. То обстоятельство, что линия работает круглосуточно (обычно это вызывает массу споров о величине  $t$ ), в обоих случаях не имеет значения. Таким образом, задавая  $K_{\text{эфф}}$ , достаточно сформулировать определение показателя эффективности. Если же задается  $P(t)$  или  $K_{\text{ог}}$ , то формулировка не приводится, но  $t$  вычисляется исходя из нее.

*и. Физический смысл  $K_{\text{эфф}}$  настолько прост, что в этом отношении он уступает, пожалуй, только  $T$  и  $T_b$ . Если показатель свидетельствует, что реально произведенный продукт из-за отказов будет на такую-то долю меньше номинального или что столько-то процентов изделий не выполнят свою задачу из-за отказов, то это понятно любому человеку, имеющему дело с техникой. Тем более ни в какое сравнение с  $K_{\text{эфф}}$  не идет математизированный показатель — вектор, состоящий из вероятностей и интенсивностей.*

*Применение технических показателей.* Очевидно, что технические показатели для ИКН можно задать так же, как и для ИОН (§ 1.2). Разница состоит в том, что численные значения ПН для ИКН следует выбирать не по аналогии с другими изделиями, а в соответствии с требуемым значением оперативного показателя, поскольку известна их связь  $R=R(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$ . Перебор вариантов, описанный в § 2.1, обеспечивает такое соответствие. Следовательно, если задать набор технических ПН, то они тоже обеспечат требуемую надежность. Однако сам процесс задания требований осложняется. Процедура перебора вариантов становится уже совершенно необходимой. Если обоснование уровня оперативного ПН допускает приближенные, предварительные расчеты, то обоснование набора технических ПН требует расчетов на уровне середины — конца разработки, поскольку такой набор фактически сразу фиксирует определенный вариант изделия. Ошибки на стадии ТЗ в этом случае имеют более серьезные последствия (см. п. д § 1.2).

Сравнение двух вариантов задания требований для ИКН свидетельствует об очевидных преимуществах  $K_{\text{eff}}$  перед набором технических ПН. Его недостатком является то, что он характеризует надежность только в связи с особенностями применения изделия и поэтому не определяет и не позволяет рассчитывать другие, дополнительные показатели, например средние затраты на ремонт (если они не входят в эффективность), или пересчитывать надежность применительно к другому использованию. Правда, и технические ПН позволяют рассчитывать не все, иначе их потребовалось бы слишком много. Во всяком случае, этот недостаток влечет за собой всего лишь необходимость взять для расчетов данные не только из ТЗ, но и из других источников. Поэтому для ИКН вопрос о выборе ПН следует решать в пользу  $K_{\text{eff}}$ .

Справедливости ради нужно отметить, что к  $K_{\text{eff}}$  еще не привыкли специалисты, работающие в области надежности. О нем мало пишут в литературе, упоминания в книгах часто не идут дальше введений, и многие имеют превратное представление о нем.

Обсудим аргументы, которые приводятся против использования  $K_{\text{eff}}$ .

1. «Оценка  $K_{\text{eff}}$  требует непременной оценки  $E$  и  $E_0$ , чтобы затем определить  $K_{\text{eff}}$  делением». Эта ошибка порождена недостатком информации. Методы оценки  $K_{\text{eff}}$  как расчетом (гл. 3), так и экспериментом (гл. 4–6) многообразны, и только метод статистического моделирования (§ 3.1) сводится к делению  $E/E_0$ . В остальных же случаях, как правило, делается наоборот:  $E$  вычисляется как произведение определяемых отдельно  $E_0$  и  $K_{\text{eff}}$ .

2. «Если задавать  $K_{\text{eff}}$ , то одновременно надо задавать эффективность  $E_0$  в виде численной характеристики». Это ошибочное утверждение. В дополнение к  $K_{\text{eff}}$  требуется только качественное определение показателя эффективности для данного изделия («эффективностью изделия считается среднегодовой доход» и т. п.). Сама же эффективность может быть задана набором параметров, таких как производительность, скорость, точность и т. п., что очень часто имеет место на практике. В отличие от  $K_{\text{eff}}$  для  $E$  не существует общих методов оценки, за исключением прямого эксперимента для вероятностных показателей (см. гл. 5). Там, где в расчетах  $K_{\text{eff}}$

используются относительные величины (см. гл. 3), в расчетах  $E$  требуются абсолютные, а отсутствие общих формул, подобных приведенным в [10], чрезвычайно усложняет как расчеты, так и применение испытаний расчетно-экспериментальным методом.

Отметим еще, что если есть возможность хотя бы расчетной оценки  $E_0$ , то уже правильнее задать просто  $E$  с учетом надежности как самый обобщенный показатель, не задавая отдельно  $K_{\text{eff}}$  и  $E_0$ .

3. «Чтобы определить  $K_{\text{eff}}$  для изделия с многими уровнями, необходимо оценить относительную эффективность состояний<sup>\*)</sup> изделия (так называемые веса состояний), что исключительно трудно». На самом деле использование весов не усложняет, а упрощает оценку надежности. Оценка относительной эффективности состояний изделий необходима всегда, но если не использовать значения «весов» из интервала [0,1], то приходится применять только два варианта: 0 и 1. Каждому состоянию приписывается одно из этих крайних значений веса, хотя внешне это оформлено как определение отказа изделия: отказы таких-то устройств не учитываются, отказы таких-то считаются полным отказом. Именно страх перед использованием промежуточных (и реальных) значений весов привел к проблеме «что считать отказом?». Таким путем во все оценки вводится еще большая ошибка, так как веса все равно фиксируются, но гораздо грубее: ошибка при оценке реального веса содержалась бы как минимум в следующем знаке. Так под предлогом борьбы за точность ее снижают на порядок.

Отметим, что указанный прием всегда имеется в резерве и при работе с  $K_{\text{eff}}$ , но здесь его применяют только к действительно «трудным» весам, а не ко всем без исключения. Кроме того, существуют способы расчета, позволяющие обходиться вообще без весов (см. гл. 3 и [25]).

Боязнь трудностей, связанных с использованием эффективности состояний, широко распространена среди специалистов по надежности, возможно, еще и потому, что один из родоначальников этого направления И. А. Ушаков, не придавая значения достоинствам отно-

<sup>\*)</sup> Эффективность изделия, остающегося в данном состоянии в течение всего времени работы.

сительных значений весов, в своих работах применял только абсолютные. К последним же относятся все трудности, связанные с оценкой эффективности (см. выше).

**Другие варианты показателей для ИКН.** Во-первых, возможны показатели надежности вида  $E_0$ — $E$ . Однако, не имея никаких преимуществ перед  $K_{\text{eff}}$ , они имеют ряд недостатков: не переходят в классические ПН, могут иметь разнообразные размерности, значения и т. д., и практически нигде не применяются. Во-вторых, можно применять один из классических ПН, если считать все отказы полными. Это допустимо, если частичные отказы изделия заведомо редки и (или) эффективность при этих отказах резко снижается. В остальных случаях это приводит к недопустимым занижениям всех оценок. В-третьих, к полным отказам можно относить только состояния с эффективностью ниже некоторого критического ( $\chi$ -процентного) уровня  $E_{\text{кр}} = \chi E_0 / 100$ , а все состояния с более высокими уровнями вообще отказами не считать [2]. Обычно  $E_{\text{кр}}$  подбирают как компромиссную величину, примиряющую требования заказчика и разработчика. Как правило, эта величина задается не цифрой, а формулировкой понятия «отказ».

Если  $E_{\text{кр}}$  выбирать как минимально допустимый уровень, при котором изделие еще полностью выполняет свои функции, то все частичные отказы будут считаться полными (этот вариант был только что рассмотрен). Если же стремиться обеспечить эквивалентность реального изделия и этого нового (с двумя уровнями) с точки зрения средней эффективности, то для определения  $E_{\text{кр}}$  неизбежно потребуется вычислить  $K_{\text{eff}}$ . Но тогда  $K_{\text{eff}}$  уже проще и задать в качестве ПН. Если же пытаться избежать оценок, связанных с эффективностью, то проблема выбора решается чисто волонтаристски, путем соглашения заказчика и разработчика.

Все описанные приемы, применяемые для того, чтобы свести несколько уровней работоспособности изделия к двум, можно применять и при оценке  $K_{\text{eff}}$ . Однако здесь они используются лишь как некоторые приближения, допустимость которых определяется, как обычно, принятой точностью расчета. Если же, отвергая  $K_{\text{eff}}$ , стремиться задавать непременно один из классических ПН, упомянутые приемы становятся совершенно необходящими.

Вообще приведение многих уровней изделия к двум влечет за собой преувеличение значимости одних устройств и уменьшение — других. Это побуждает разработчика уделять внимание только первой группе (причем всем устройствам одинаково), а вторую группу игнорировать. Все это, очевидно, ведет к неверным техническим решениям.

Таким образом, все перечисленные варианты показателей надежности для изделий конкретного назначения существенно хуже, чем  $K_{\text{eff}}$ . Поэтому именно его следует рекомендовать в качестве основного ПН для ИКН. Для изделий с двумя уровнями можно задать  $K_{\text{eff}}$  в виде того ПН, которому  $K_{\text{eff}}$  равен в соответствующем конкретном случае (см. § 3.4). Однако это лишь уступка традициям, существующим в надежности в настоящее время. Не исключено, что переубедить многих людей окажется труднее, чем преодолеть те неприятности, которые связаны с таким заданием требований.

**Дополнительные показатели**, задаваемые вместе с  $K_{\text{eff}}$ , могут потребоваться, если необходимо достичь еще каких-либо целей, помимо выполнения изделием своей задачи. Примером таких показателей являются показатели долговечности, от которых зависят масштабы производства и планирование поставок новых изделий для замены отработавших свой срок. Показатели долговечности вместе со стоимостью одного изделия определяют суммарную стоимость парка изделий, рассчитанного на определенный период. Однако в той мере, в какой долговечность влияет на основные функции изделия, она должна учитываться коэффициентом сохранения эффективности. То же относится и к сохраняемости.

**Типовая формулировка технического задания.** Включение данного параграфа полезно полностью привести рекомендуемую формулировку пункта ТЗ, устанавливающего требования к  $K_{\text{eff}}$ :

Коэффициент сохранения эффективности  $K_{\text{eff}}$  изделия  
— (наименование изделия) должен быть не менее (значение  $K_{\text{eff}}$ ).  
Эффективностью считается (определение показателя эффективности). →

#### 1.4. Выбор показателей для серийных изделий

**Изменение требований к показателям.** Для серийных изделий особенно важны упрощения в части методик испытаний, сокращение времени, объема проверок и общее удешевление испытаний, что для опытных образцов не так существенно. Это является серьезным дополнением к требованию г § 1.1. Требование же отпадает, так как при составлении ТУ, т. е. при передаче изделия в серийное производство, об изделии известно уже практически все. Требование и (наличие методов расчета) в принципе относилось только к новым разработкам. Наконец, задача обоснования численных значений задаваемых показателей (требование е) здесь решается совершенно иначе (гл. 2): уровень надежности серийных изделий должен просто быть равен уровню надежности опытных образцов (с учетом доработок).

**Изменение показателей.** Из вышеизложенного вытекает только одно небольшое упрощение. Оно сводится к тому, что теперь для ИКН с двумя уровнями можно задавать вместо  $K_{\text{eff}}$  те показатели, которым он равен в каждом конкретном случае (§ 3.2). Действительно, таких значительных изменений структуры, времени работы и т. д., как в ходе разработки, при серийном производстве ожидать не приходится. Конечно, и здесь возможны изменения, так что было бы все же лучше задавать  $K_{\text{eff}}$ . Напомним, что переход от  $K_{\text{eff}}$  к классическим ПН является лишь уступкой традициям.

Таким образом, показатели, вносимые в ТУ, должны выбираться практически по тем же критериям, что и показатели для ТЗ. Главные же упрощения касаются методик контроля заданных ПН вследствие того, что многие технические показатели теперь можно считать известными и равными показателям опытного образца. Подробно эти упрощения рассмотрены в § 4.5.

**Занижение требований ради сокращения объема проверки.** Этот прием заслуживает специального рассмотрения. Он заключается в том, что фактический (совпадающий с требуемым) уровень показателя надежности подменяется заниженным (на 1—3 порядка) и даже недопустимым для потребителя, но требующим примлемого объема испытаний при внешне приемлемых значениях точности и достоверности. Действительно, при высокой надежности изделий для достаточно строгого контроля ПН может потребоваться слишком большой объем испы-

таний, превышающий возможности изготовителя. Однако рассматриваемый прием является неудачным выходом из положения: устанавливается все-таки строгий контроль, но не того уровня! Тем не менее этот принцип многие годы находит поддержку в некоторых организациях. Именно поэтому данные справочников по надежности радиоэлементов на несколько порядков расходятся с приведенными в ТУ на те же элементы — в справочниках приводятся фактические данные, которыми и рекомендуется пользоваться потребителям. При этом поставщики элементов не забывают указывать, что справочник не является юридическим документом для предъявления претензий рекламационного характера — иными словами, за соответствие изделий требованиям справочника никто не отвечает.

Мы затронули этот вопрос здесь, а не в гл. 2, так как в последние годы рассматриваемое занижение требований обычно вуалируется применением специфических показателей. Это прежде всего показатели типа минимальной наработки  $t_{\text{мин}}$ , определяемой как «наработка, в течение которой отказы практически отсутствуют». Поскольку вероятность отсутствия отказов не задается, такие показатели ничего не говорят о надежности изделия. Поэтому судить о ней приходится только по планам испытаний, проводимым в ТУ, что затруднительно.

В ТУ часто встречаются требования, выполнение которых не проверяется, но обеспечивается схемой, конструкцией и технологией изготовления изделия. К ним могут относиться требования, проверка которых либо сильно затруднена (например, срок службы), либо является просто излишней (например, площадь, занимаемая ЭВМ). Тем не менее запись этих требований в ТУ необходима, так как только она обеспечивает потребителю возможность предъявить претензии, если в ходе эксплуатации изделия все же будет установлено их невыполнение. Напомним, что в эксплуатации проверяются практически все требования без исключения.

Итак, в крайнем случае на производстве можно обойтись вообще без проверки ПН. Если все же имеется возможность провести испытания даже малого объема, то ее нужно использовать. Тогда ТУ дополняют методикой проверки с теми (пусть даже низкими) точностью и достоверностью, которые могут быть достигнуты при данном объеме.

## Выводы

Принципы выбора показателей надежности, которые можно сформулировать исходя из всего сказанного, отражены в табл. 1.1. Как было указано, ПН, в которые переходит  $K_{\text{eff}}$  для наиболее распространенных изделий вида I, приведены в табл. 3.2 (§ 3.4). Поэтому табл. 3.2 следует рассматривать как иллюстрацию и дополнение к табл. 1.1.

Таблица 1.1

Вид изделия	Нормируемые ПН для изделий	
	общего назначения	конкретного назначения
I	Без восстановления: $T$ или $\lambda$ С восстановлением: $T$ (или $\lambda$ ) и $K_{\text{г}}$ . Допускается минимум дополнительных технических показателей	$K_{\text{eff}}$ Допускаются показатели, в которые переходит $K_{\text{eff}}$ для данного изделия ( $K_{\text{г}}, P(t), K_{\text{ог}}$ и др.)
II	a. Те же ПН, но заданные отдельно на основные компоненты б. Те же ПН, но на изделие в целом, все отказы считаются полными	$K_{\text{eff}}$

В тех случаях, когда долговечность и сохраняемость не учитываются в показателях табл. 1.1, их следует нормировать дополнительными показателями. При этом показатели долговечности следует рассматривать как характеристики общей продолжительности работы изделия и нормировать исходя из стоимостных соображений. Показатели сохраняемости следует рассматривать как характеристики устойчивости изделия к внешним воздействиям и нормировать аналогично другим подобным характеристикам (пример: изделие должно допускать воздействие температур в диапазоне  $\pm 40^{\circ}\text{C}$ , песка, пыли, солнечной радиации, транспортировку автотранспортом по грунтовым дорогам на расстояние до 300 км, хранение в неотапливаемом помещении сроком до 2 лет).

Рекомендации табл. 1.1 относительно ИОН вида II оставляют желать лучшего, так как оба предлагаемых варианта имеют серьезные недостатки, подробно обсужданные выше. Однако других вариантов пока нет.

## Глава 2

### ОБОСНОВАНИЕ ТРЕБУЕМОГО УРОВНЯ НАДЕЖНОСТИ

Численные значения задаваемых показателей, независимо от их вида и количества, определяют требуемый уровень надежности изделия. Выбор (обоснование) этих значений можно производить исходя либо из того, что **нужно** для выполнения заданных функций изделия, либо из того, что **можно** сделать при существующем уровне техники и имеющихся ограничениях. Разумеется, определив требования по принципу **что нужно**, следует проверить, соответствует ли это тому, что **можно**, и наоборот. При обосновании требуемого уровня надежности новых разработок ИКН, как правило, применимы оба указанных принципа. К новым разработкам ИОН применим только принцип **что можно**. Уровень надежности изделий, передаваемых в серийное производство, уже не должен подлежать обсуждению, он определяется уровнем опытных образцов. Поэтому три перечисленных группы изделий в данной главе рассматриваются отдельно.

Необходимо остановиться на периодически встречающихся в стандартах попытках устанавливать ряды разрешенных значений ПН [17]. Такой подход решительно ничего не облегчает, но может приводить к недоразумениям и даже к снижению уровня надежности изделий. Действительно, наличие рядов предполагает подгонку показателей каждого изделия к ближайшим членам ряда. Фактические ПН изделий, определяемые расчетом или испытаниями, очевидно, будут находиться где-то между двумя соседними членами ряда. Поскольку увеличить надежность гораздо труднее, чем уменьшить, подгонку показателя к ряду проще всего осуществить, установив для изделия заниженную норму.

Отметим, что проблему выбора требуемого уровня надежности можно решать независимо от того, в виде каких показателей надежность будет задана в технической документации. Поэтому в данной главе будем обозначать показатель надежности изделия обобщенным символом  $R$ , допуская, что он может быть любым показателем и даже набором показателей, причем их выбор может и не соответствовать рекомендациям, приведенным в гл. 1. Иначе говоря,  $R$  в гл. 2 означает лишь определенный уровень надежности изделия. Будем считать, что значение  $R=1$  соответствует абсолютно надежному изделию, а  $R=0$  — абсолютно ненадежному.

## 2.1. Требуемый уровень надежности новых разработок. Изделия конкретного назначения

**Постановка задачи.** Для ИКН принцип, что нужно формулируется так: уровень надежности изделия должен быть не ниже некоторого минимального  $R_{\min}$ , при котором использование изделия по назначению еще имеет смысл. Разумеется, на практике далеко не всегда известно  $R_{\min}$  в виде цифры, однако по крайней мере известны области нежелательных и недопустимых значений  $R$ . Выше этих значений любая надежность допустима, но более высокая, конечно, предпочтительнее.

Теоретически можно построить изделия с любой, как угодно высокой надежностью, применив, например, аппаратурную или временную избыточность в той или иной форме и в соответствующих масштабах. В широких пределах меняется надежность и от использования элементов того или иного качества. Однако на практике применение всех этих мер ограничивается различными факторами: стоимостью, массой, размерами и т. п. Будем считать для простоты, что ограничивающий фактор для каждого конкретного изделия один, тем более, что в большинстве случаев при повышении надежности изделия одно из ограничений нарушается значительно раньше других. Будем считать, что этот фактор — стоимость, поскольку для других ограничений (объема, массы и пр.) все изложенное далее справедливо без всяких изменений. Наличие этих ограничений выражает суть принципа *что можно*.

Если временно отвлечься от ограничений, то необходимо иметь в виду то обстоятельство, что расходы на

повышение надежности могут не перекрыться выигрышем от него. Очевидно, существует определенный оптимальный уровень надежности, выше которого выделение дополнительных средств хотя и возможно, но нецелесообразно. Действительно, по мере повышения надежности эффективность изделия обычно приближается к номинальному значению  $E_0$ , т. е. достигает «насыщения» (рис. 2.1). Отметим, что кривая  $E(R)$  может вообще говоря, начинаться не с нулевого, а с отрицательного значения  $E$ , поскольку абсолютно ненадежное изделие приносит скорее вред, чем пользу. В то же время расходы  $C$  на повышение надежности возрастают неограниченно. В итоге задача ставится так: необходимо определить уровень надежности изделия, как можно более близкий к оптимальному и при этом удовлетворяющий упомянутым ограничениям:  $R \geq R_{\min}$ ,  $C(R) \leq C_{\text{огр}}$ .

**Решение задачи.** Обобщенная схема решения этой задачи приведена на рис. 2.2. Рассмотрим различные пути решения для разных частных случаев. Последние определяются прежде всего соотношением выходного эффекта изделия и затрат на обеспечение требуемой надежности.

a. *Выходной эффект и затраты на обеспечение надежности — величины одного и того же вида* (измеряются в одних и тех же единицах) — чаще всего это экономический эффект и денежные расходы. В этом случае из них можно составить некоторую обобщающую целевую функцию: разность, отношение и т. д. Если важно обеспечить максимум абсолютного значения эффекта, то следует вычислять результирующую эффективность  $\Delta E(R) = E(R) - C(R)$ . Разность  $\Delta E(R)$ , очевидно, имеет максимум по  $R$  (рис. 2.3), который и определяет оптимальный уровень надежности  $R_{\text{опт}}$ . Если важно получить максимум эффекта на единицу затраченных средств (относительный эффект), то следует пользоваться отношением  $K_n = E(R)/C(R)$ . Второй вариант подробно описан в методических указаниях Госстандарта [21], где он рассмотрен без учета возможных ограничений на затраты. Построение оптимальной зависимости  $C(R)$  или

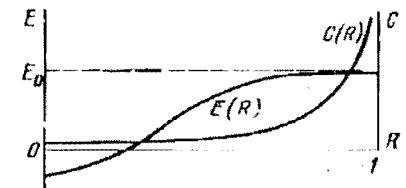


Рис. 2.1

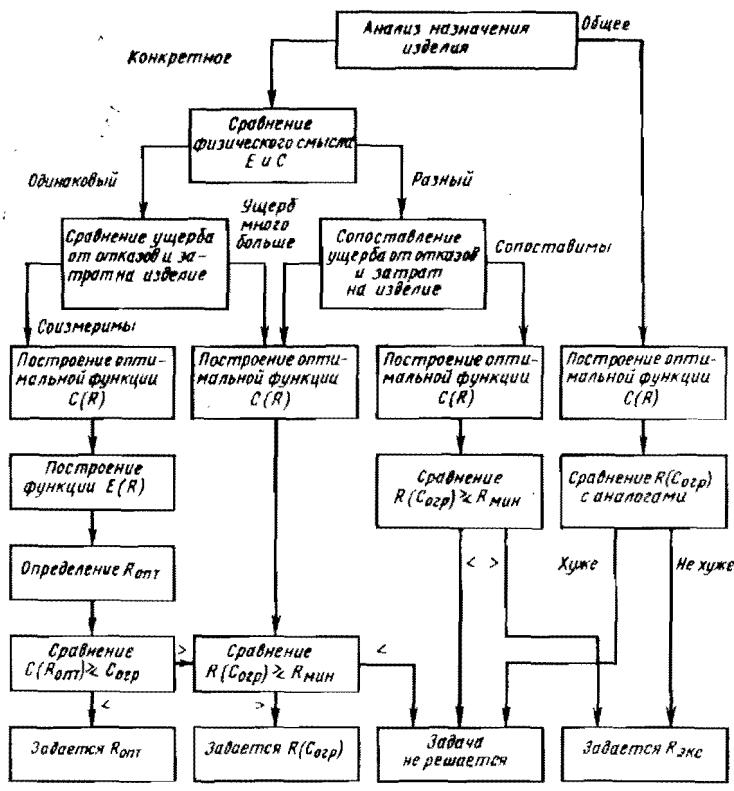


Рис. 2.2

$R(C)$  рассмотрено далее, поскольку эта задача входит во все ветви схемы.

После того как оптимум найден, необходимо проверить выполнение ограничения по стоимости. Если оно не выполняется (оптимум лежит справа от  $C_{\text{опт}}$ ), то целесообразно задать максимальную надежность, достижимую при данном ограничении, т. е.  $R(C_{\text{опт}})$ . Однако теперь может оказаться, что данная надежность не обеспечивает приемлемого выходного эффекта, поэтому требуется проверить выполнение и этого ограничения ( $R(C_{\text{опт}}) > R_{\min}$ ). Если оно не выполняется, то задача не может быть решена — необходим пересмотр исходных данных, ограничений и т. д.

38

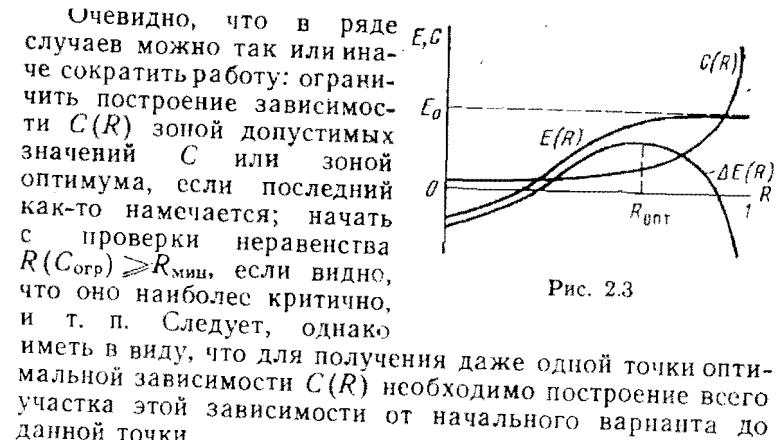


Рис. 2.3

*б. Выходной эффект и затраты на обеспечение надежности — величины одного и того же вида, но ущерб от отказов очень велик (несоизмерим с затратами на надежность). Это может быть по двум причинам: либо исправное изделие имеет очень высокий эффект, а при отказах он резко уменьшается; либо отказы наносят такой большой вред, что эффект достигает больших отрицательных значений. Примером второго варианта может быть устройство автоматизации химической установки, отказы которой вызывают взрыв и гибель установки. В обоих случаях оптимум  $R_{\text{опт}}$  сильно смещается вправо, что означает целесообразность обеспечения очень высокой надежности, а значит, и вложения очень больших средств. Очевидно, что при этом решающим окажется ограничение по  $C$ : таких средств у заказчика просто нет, и достичь оптимума невозможно. Поиск оптимума отпадает, а задача решается, начиная сразу с определения  $R(C_{\text{опт}})$  по построенной оптимальной зависимости  $R(C)$ . Как и в случае а, на этом пути проверяется, обеспечивают ли  $R(C_{\text{опт}})$  приемлемый выходной эффект, т. е. выполнено ли  $R(C_{\text{опт}}) \geq R_{\min}$  и т. д.*

*в. Выходной эффект изделия и затраты на надежность — величины разного вида, отказы изделия ведут к большим потерям либо из-за утраты высокой эффективности, либо из-за катастрофических последствий, как в случае б. Очевидно, что и при этом любые расходы на повышение надежности будут оправданы и надежность будет определяться имеющимися средствами. К таким*

изделиям относятся, в частности, все изделия, от которых зависит безопасность людей: ряд самолетных и судовых агрегатов, противопожарное оборудование и т. п. Хотя затраты на надежность нельзя сравнивать с выходным эффектом таких изделий, тем не менее ясно, что человеческая жизнь неизмеримо важнее любых затрат. Отсюда сразу следует, что оптимальный уровень надежности в подобных случаях равен единице — это и есть теоретическое решение задачи, мало что дающее практику. Таким образом, задача здесь должна решаться так же, как и в случае б: следует стремиться к повышению надежности до тех пор, пока не будут исчерпаны возможности заказчика.

*г. Выходной эффект изделия и затраты на надежность — величины разного вида, но отказы изделия не ведут к серьезным последствиям; примером может быть телевизор индивидуального пользования.* Здесь оптимальный уровень надежности существует почти в том же смысле, что и в случае а: недостаточная надежность ведет к низкой эффективности, а чрезмерная — к недопустимым затратам. Более того, можно утверждать, что этот оптимум лежит как раз в области реальных значений надежности, где промышленность действительно может по выбору обеспечивать тот или иной уровень. Но, к сожалению, вычислить этот уровень исходя из сопоставления эффекта и затрат, по-видимому, невозможно. Наиболее реально определять его так называемым экспертым методом. Этот термин мы будем употреблять в широком смысле, имея в виду не только ту или иную обработку мнений экспертов, но и сравнение с аналогами, изучение отзывов с мест их эксплуатации, анализ спроса на первые партии изделий уже в ходе их выпуска (с последующими доработками и корректировкой требований) и т. п.

Естественно, что и здесь существует ограничение по затратам  $C_{opt}$ , и максимально достижимый при этом уровень надежности  $R(C_{opt})$  может оказаться неприемлемым с точки зрения выходного эффекта. Поэтому работа экспертов должна начинаться с проверки условия  $R(C_{opt}) \geq R_{min}$ , и если оно выполняется, то выбирают требуемый уровень  $R_{req}$  в диапазоне от  $R_{min}$  до  $R(C_{opt})$ .

Отметим, что не следует понимать буквально все операции, показанные на рис. 2.2. Например, для сравнения  $R(C_{opt})$  с  $R_{min}$  не обязательно устанавливать  $R_{min}$  —

достаточно проанализировать  $R(C_{opt})$  с точки зрения выполнения работы изделием. Если этот уровень приемлем, то, очевидно,  $R(C_{opt}) \geq R_{min}$  и наоборот. Зачастую ограничение по затратам формулируется не в виде конкретного значения  $C_{opt}$ , а лишь в виде последствий, к которым приводят те или иные затраты. Тогда можно указать диапазоны затрат, которые считают допустимыми, нежелательными (в той или иной степени) и наконец недопустимыми. В этом случае сравнение, например,  $C_{opt}$  с  $C_{opt}$  проводится путем анализа  $C_{opt}$ , и если оно признается приемлемым, то можно считать  $C_{opt} < C_{opt}$ . Построение оптимальной зависимости  $R(C)$  также не всегда необходимо (см. далее).

*Построение оптимальной зависимости надежность — стоимость* имеет особое значение в общей проблеме обоснования требуемой надежности. Во-первых, эта зависимость необходима для определения максимального уровня надежности, достижимого при заданном ограничении, — к этому во многих случаях, как мы видели, сводится проблема обоснования уровня для изделий в целом. Во-вторых, как мы увидим далее, та же зависимость используется при распределении требований к компонентам изделий.

Очевидно, что изделие с одной и той же надежностью может быть построено разными способами, а следовательно, с разными затратами. Из них, очевидно, предпочтительнее наиболее дешевый вариант. И наоборот, из нескольких вариантов с одинаковой стоимостью предпочтительнее самый надежный. Зависимость  $R(C)$ , используемая при обосновании требований, должна быть оптимальной в том смысле, что каждой ее точке должна соответствовать наибольшая при данной стоимости надежность и наименьшая при данной надежности стоимость. Решение этой задачи осуществляется путем перебора возможных вариантов построения изделия, причем критериями для предпочтения того или иного варианта являются надежность  $R$  и стоимость  $C$ . Если каждый

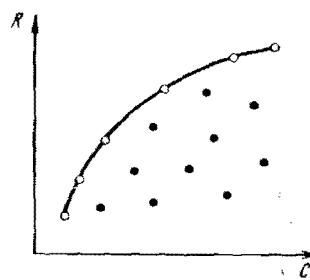


Рис. 2.4

вариант изделия изобразить на графике в виде точки с координатами  $R$  и  $C$ , то все они образуют некоторое множество (рис. 2.4). Линия, огибающая множество слева и сверху, очевидно, проходит через наиболее надежные варианты, соответствующие определенной стоимости. Остальные варианты заведомо хуже, и их рассмотрение является нежелательной работой, лишь увеличивающей общую трудоемкость решения\*).

Если общее количество вариантов невелико, то опытный разработчик интуитивно осуществляет такой отбор и при выполнении всех операций, указанных на рис. 2.2, использует оптимальную зависимость без специального ее построения. Иными словами, при рассмотрении вариантов более надежных и дорогих или менее надежных и дешевых такой разработчик ограничивается оптимальными вариантами, не отвлекаясь на другие. Основываясь на интуиции и опыте, можно построить оптимальную зависимость, не используя никаких научных методов. Однако при большом количестве вариантов построения изделия этот путь может приводить к большим ошибкам. В этом случае не обойтись без применения сравнительно строгих математических процедур. Речь идет о методах направленного перебора, которые позволяют строить огибающую при минимальном объеме вычислений, связанных с другими точками множества. Очевидно, что на этапе обоснования требований к надежности разрабатываемого изделия, когда все варианты могут быть известны лишь приблизительно, достаточно самых простых, приближенных методов.

Чтобы не рассматривать конкретные варианты, иногда пытаются использовать зависимости  $R(C)$  в виде функций, приводимых в тех или иных литературных источниках. Однако эти зависимости обычно настолько далеки от реальных, что их использование даже на начальном этапе не точнее интуитивного подхода. С другой стороны, анализируя конкретные варианты, исследователь сталкивается с трудностями оценки стоимости изделия (или его компонентов) при различных способах повышения надежности, включая применение высоконадежных деталей, снижение коэффициентов нагрузки, разработку схем, устойчивых к уходу параметров и т. п.

\* В [10, 30, 34] оптимальную зависимость  $R(C)$  называют до-минирующей последовательностью.

Сравнительно легко эта задача решается только при резервировании. Поэтому на практике во многих случаях можно проводить перебор вариантов исходя из предположения о том, что для повышения надежности применяется либо резервирование, либо мероприятия, эквивалентные резервированию по приращению надежности и стоимости. Это тем более оправдано, что резервирование — обычно действительно реализуемый способ повышения надежности, особенно в сложных изделиях. Поэтому данную задачу можно решать всеми методами, предназначенными для оптимизации резервирования. Эти методы хорошо известны и описаны в литературе, например, в [10, 34].

Следует предостеречь от использования формул расчета, идеализирующих резервируемые устройства в части контроля и переключения, т. е. предполагающих безотказное переключение и полный контроль как основных, так и резервных устройств. Расчет по таким формулам дает сильно завышенную оценку надежности для устройств, у которых указанные факторы хоть немного отличаются от идеальных (см. § 6.1).

*Простейший способ перебора* для оперативных показателей кратко состоит в следующем [30, 34]:

- а) определяется «нулевой» вариант построения изделия, в котором резерв отсутствует;
- б) рассматриваются варианты, в каждом из которых введено одно резервное устройство одного типа; для каждого из этих вариантов подсчитываются приращения показателя надежности изделия  $\Delta R$  и его стоимости  $\Delta C$ ;
- в) выбирается вариант с максимальным отношением  $\Delta R/\Delta C$ ; резерв, принятый в данном варианте, в дальнейшем не пересматривается;
- г) рассматриваются варианты, в каждом из которых введено еще по одному устройству каждого типа, включая вариант с добавочным резервом уже принятого типа; подсчитываются значения  $\Delta R$  и  $\Delta C$ ; далее все повторяется, начиная с п. в). При этом последовательность выбранных вариантов образует искомую кривую — огибающую множество, оптимальную зависимость надежности от стоимости.

В общем случае, как указывалось, можно рассматривать повышение надежности компонентов изделия не только за счет резервирования, но и за счет любых других мероприятий. Если компоненты сами представляют

собой достаточно сложные изделия, то для каждого из них возможны десятки вариантов повышения надежности. Тогда процесс проводится в два этапа [34]:

- для каждого из компонентов строится частная оптимальная последовательность вариантов, как указано выше;
- строится оптимальная последовательность для изделия в целом, при этом на каждом шаге процесса рассматривается повышение надежности изделия за счет перехода каждого компонента к следующей точке его частной оптимальной последовательности. Очевидно, что таких этапов может быть и больше.

Следует обратить внимание на то, что построение при описании процедуре всегда начинается с минимального, наименее надежного варианта. Заканчивать построение следует в области  $R_{\text{опт}}$ ,  $R_{\text{экз}}$  или  $R(C_{\text{опт}})$  в соответствии с рис. 2.2.

**Обратная задача.** Задача определения минимальных затрат, необходимых для достижения заданной надежности, ставится в тех случаях, когда требуемая надежность уже выбрана из каких-либо соображений, например, просто по аналогии с другими изделиями. Решается эта задача очевидным образом с использованием той же оптимальной зависимости надежность – стоимость.

**Распределение норм надежности между компонентами изделия.** При любом выборе уровня надежности на графике  $R(C)$  так или иначе фиксируется определенная точка, т. е. надежность и стоимость изделия в целом. Принципиальное значение имеет тот факт, что при этом фиксируются и те значения надежности и стоимости всех компонентов изделия, которые соответствуют данной точке. Очевидно, что эти значения являются оптимальными с точки зрения общих затрат на создание изделия. Их и имеет смысл задавать в ТЗ на компоненты в качестве требуемых уровней. При этом, однако, не следует каким-либо образом задавать и те способы, которыми были «обеспечены» данные уровни. В ходе разработки могут применяться совершенно другие, в том числе более эффективные, меры.

Согласно изложенному оптимальные требования к надежности изделий-компонентов должны определяться одновременно с требованиями к другим изделиям, «заявленным» совместно с ними в комплексе. Например, чтобы обоснованно предъявлять требования к устройству

Иногда для ИОН можно указать такое применение, которое предъявляет самые высокие требования к его надежности. Тогда его следует рассматривать как ИКН, и задача сводится к предыдущей (§ 2.1). Однако в большинстве случаев это не удается, и тогда требования могут быть назначены только по принципу *что можно*. При этом выполняются следующие действия (см. рис. 2.2).

1. Строятся оптимальная последовательность вариантов изделия (она же – оптимальная зависимость  $R(C)$ ), как указано в § 2.1. При малом числе вариантов достаточно рассмотрения на глаз.

2. Проверяется выполнение ограничения по затратам, т. е. решается вопрос: приемлемо ли  $R(C_{\text{опт}})$  для данного изделия? Напомним, что для ИКН этот вопрос решался на основе анализа выходного эффекта изделия. Критерием для принятия решения была приемлемость или неприемлемость выходного эффекта изделия с уровнем надежности  $R(C_{\text{опт}})$ . Теперь мы должны применить тот же критерий, но не прямо, а косвенно — путем сравнения рассматриваемого изделия с изделиями-аналогами, применявшимися ранее. Опыт, накопленный при работе с последними, — единственная гарантия того, что новое изделие будет иметь не слишком низкий выходной эффект, т. е. будет соответствовать и тому, что нужно.

3. Если ограничения позволяют сделать новое изделие не хуже существующих аналогов, то на основе интуиции и опыта (экспертный метод) выбирается требуемый уровень его надежности. Если же ограничения этого не позволяют, то задача не решается — такое изделие нет смысла разрабатывать. При этом, конечно, подразумевается, что низкая надежность не компенсируется другими параметрами изделия с точки зрения выходного эффекта.

Распределение норм между компонентами изделия производится точно так же, как и для изделий конкретного назначения.

### 2.3. Требуемый уровень надежности серийных изделий

**Сопоставление с опытным образцом.** Идеализируя процесс разработки изделий, можно считать, что передача новых изделий в серийное производство производится только после того, как опытный образец (образцы) изделия успешно прошел испытания по всем пунктам тре-

бований. Тогда на этапе серийного производства единственным способом обеспечения надежности является совершенствование технологии. Здесь не может быть речи о переборе вариантов резервирования, схем и т. д. Все это уже выбрано, зафиксировано в технической документации и испытано на опытном образце. Поэтому уровень надежности, задаваемый в ТУ на серийное изделие, должен соответствовать уровню опытного образца, в противном случае изделие потребует коренных переделок. Естественно, в требованиях ТУ можно и нужно учесть те доработки, которые проводятся в серийных изделиях после испытаний опытных образцов.

Практика разработки современных сложных изделий сильно отличается от изложенной идеализированной картины. Как правило, опытный образец не соответствует целому ряду требований, среди которых очень часто оказывается и надежность. Доработки проводятся и в ходе испытаний, и в ходе производства первых серийных изделий, причем они могут затрагивать и структуру, и конструкцию, и даже принцип действия отдельных компонентов. Эти доработки могут сильно менять надежность изделия как в сторону повышения, так и в сторону понижения. Сам по себе процесс доработок, безусловно, снижает надежность — зачастую одно только прекращение доработок ведет к существенному ее повышению. Тем не менее можно считать установленным, что в среднем по мере перехода от опытного образца к первому, второму и другим серийным образцам надежность повышается. К сожалению, попытки установить здесь какие-либо общие количественные закономерности пока не привели к практическим результатам.

На основании вышеизложенного можно утверждать только то, что во многих случаях не следует отождествлять уровень надежности опытного и серийных образцов. Однако никаких других позитивных рекомендаций сформулировать, по-видимому, невозможно. Таким образом, оптимальный уровень надежности серийных изделий в условиях серьезных доработок, а тем более при низкой надежности опытного образца следует определять в каждом частном случае в зависимости от конкретной ситуации. Так, в некоторых отраслях с самого начала разработки оговариваются (в ТЗ) разные уровни надежности для опытного образца, для изделий первого, второго года выпуска и т. п.

**Изменение фактической надежности с помощью приемочных и браковочных уровней.** Как известно, контроль надежности на испытаниях можно рассматривать как своего рода фильтр, через который проходят изделия, прежде чем попасть в эксплуатацию. Этот фильтр должен с вероятностью  $1-\beta$  ( $\beta$  — риск потребителя) отсеивать изделия с недопустимо низкой надежностью  $R_1$  (браковочный уровень) и с вероятностью  $1-\alpha$  ( $\alpha$  — риск поставщика) пропускать заведомо годные изделия с уровнем надежности  $R_0$  (приемочный уровень). По мере повышения надежности изделий вероятность их приемки (оперативная характеристика плана) возрастает.

Легко видеть, что если на вход такого фильтра с производства поступают изделия с различной надежностью, то на его выходе распределение уровней надежности будет смешено в сторону лучших значений  $R$ . Ничего более решительного от испытаний ожидать не приходится, поэтому при большом количестве плохих ( $R \leq R_1$ ) и средних ( $R_1 < R < R_0$ ) изделий, выпускемых производством, к потребителю неизбежно попадут и средние и даже плохие изделия, хотя и в меньшем количестве. За низкую надежность изготовитель штрафуется большим процентом забракованных изделий, и существует мнение, что это заставит его выпускать изделия с уровнем порядка  $R_0$  и выше. На основании этого мнения широко распространилась традиция отождествлять на испытаниях  $R_0$  с  $R_{\text{треб}}$ , т. е. весь допуск  $R_0 - R_1$  на контролируемый показатель смещать в сторону снижения надежности.

Однако, стремясь всемерно сократить объем испытаний, промышленность вынуждена зачастую принимать очень большой допуск: отношение  $R_0/R_1=2\dots 3$  для  $T$  и отношение  $(1-R_1)/(1-R_0)=2\dots 5$  для вероятностных показателей являются обычными для современных изделий. При этом довольно существенные отклонения от  $R_0$  в худшую сторону сопровождаются сравнительно небольшим возрастанием вероятности забракования. Кроме того, часто применяют различные меры, уменьшающие штраф: например, повторное и многократное предъявление на испытания забракованных изделий. В результате отождествления  $R_0$  и  $R_{\text{треб}}$  потребители в этих случаях получают изделия с значительно меньшей надежностью, чем  $R_{\text{треб}}$ , указанное в технической документации, и это является одной из самых распространенных

причин недостаточной надежности промышленных изделий.

Выходом из положения, очевидно, является расположение  $R_0$  и  $R_1$  по обе стороны от заданного значения  $R_{\text{треб}}$ , чтобы поле допуска создавалось за счет интересов и потребителя, и поставщика. Строгая теория размещения  $R_0$  и  $R_1$  пока отсутствует; по-видимому, она должна учитывать величину ущерба от ошибочных решений первого и второго рода и все особенности правил приемки типа повторных испытаний. Однако решение этой задачи даже «экспертным» методом является эффективным средством повышения фактической надежности изделий, а точнее — приближением ее к заданным значениям.

Важно отметить, что переход от поля допуска  $[R_1, R_0=R_{\text{треб}}]$  к более широкому  $[R_1, R_0>R_{\text{треб}}]$  только за счет увеличения  $R_0$  ведет к сокращению объема испытаний. Повышение  $R_0$ , увеличивающее объем, здесь влияет меньше, чем снижение точности контроля.

Размещение поля допуска по обе стороны от заданного значения приводит к очень интересному и важному положению. Из материалов § 4.2, 4.3 следует, что при планировании испытаний на надежность одноступенчатым методом оценочный норматив  $C$  лежит между  $R_0$  и  $R_1$ . По-видимому, всегда можно так подобрать  $R_0$  и  $R_1$ , чтобы  $C$  совпал с  $R_{\text{треб}}$ , и тогда условием приемки будет  $R^* \geq R_{\text{треб}}$ , а условием браковки  $R^* < R_{\text{треб}}$  ( $R^*$  — точечная оценка показателя  $R$ , полученная на испытаниях). Если пойти по этому пути дальше, то можно не задавать  $R_0$  и  $R_1$ , ограничившись сознанием того, что они лежат по обе стороны от  $R_{\text{треб}}$ . Очевидно, при большом объеме испытаний, когда точность и достоверность оценки заведомо обеспечиваются, указанный подход вполне приемлем. Таким образом, давно интуитивно принимаемый практиками «контроль по среднему» оказывается правильным и получает достаточно строгое обоснование. Для частных случаев в § 4.3 показано, как рассчитать уровни  $R_0$  и  $R_1$  таким образом, чтобы обеспечить равенство  $C=R_{\text{треб}}$  при конечном объеме испытаний (и заданных рисках).

## Выводы

Подводя итоги, мы приходим к ряду неутешительных выводов. Главный из них состоит в том, что при обосновании численных значений нормируемых показателей

надежности существенную, а в большинстве случаев даже решающую роль играет интуиция и опыт специалистов. Относительно строгое решение проблемы существует только для ИКН при условии, что эффект от применения изделия и ограничивающие факторы могут быть измерены в одинаковых единицах (обычно в рублях). Построение оптимальной зависимости надежность — стоимость (доминирующей последовательности вариантов построения изделия), необходимое в этом случае и желательное в остальных, требует знания слишком многих подробностей о будущем изделии — возможных вариантах структуры, надежности составных частей, системы контроля и т. п. На этапе обоснования требований к изделию, когда разработка еще не началась, все это можно знать лишь очень и очень приближенно.

К сожалению, причиной такого положения является не слабость теории надежности, а сама суть проблемы. Это означает, что и в будущем нет оснований ожидать здесь радикальных решений. Поэтому следует оставить иллюзии о строгом обосновании требований к изделию перед началом разработки и ориентироваться на их последовательное уточнение и корректировку по мере получения новой информации. Такой информацией являются прежде всего экспериментальные данные о результатах применения изделия и его надежности, полученные на различных этапах испытаний.

Из материалов главы следует также вывод о том, какое большое значение при задании требований имеет информация по изделиям-аналогам. Это еще раз подчеркивает необходимость систематического сбора и анализа статистических данных по надежности с мест испытаний и эксплуатации изделий, выпускаемых промышленностью.

## Глава 3

### МЕТОДЫ РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТА СОХРАНЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Методы, о которых пойдет речь в данной главе, предназначены, во-первых, для учета влияния надежности на эффективность, что главным образом и отличает коэффициент сохранения эффективности от других показателей

теги, и, во-вторых, для учета частичных отказов, которые откладывают начало выда П. От недели выда I. Поэтому расчету классических ГИ для недели выда I предшествует обширная литература. В данной книге такой расчет не рассматривается из-за сложности расчета заданных реорганизованной группы устройств с кепидальными переключениями контroles и переключениями, см. гл. 6, считается, что эти ГИ при необходимости заменены можно определять с учетом всех необходимых факторов — аппаратурный, временной и функциональной избыточности, изобличаемости контролей и т. д.

Напомним, что на испытаниях, когда расчет  $K_{\Phi}$  выполняется ГИ (или часть из них) определяются часы-применимости.

Будем считать, что расчет начинается, как правило, с состояния схемы расчета надежности  $(S_{\text{хН}})^{*}$ , элементы которого максимальны (заряжены). Там, где нет специальных оговорок, предполагается, что элементы  $S_{\text{хН}}$  являются нейтральными типа I, что влечет за собой необходимость прибегать к методу на достаточно малые компоненты. Вопрос о том, можно ли допустить среди элементов ГИ иллюзия типа II и при этом не влиять на расчет их частичные отказы, тесно связан с другим вопросом: если надежность является только частью исходной системы, то можно ли использовать его  $K_{\Phi}$  в расчете  $K_{\Phi}$  системы? То, что известно об этом на сегодняшний день, сообщается по ходу изложения.

Ранее уже отмечалось, что трактования эфективности надежности являются уединенными позициями. Существует множество различных методов расчета  $K_{\Phi}$  волей-неволей или иным образом. Далее рассматриваются те методы, которые можно считать достаточно общими, применяемыми на практике, и рекомендующиеся широкому применению.

Помимо них, естественно, существует и другие методы, предначиненные дляоценки  $K_{\Phi}$  тех или иных конкретных изделий. В качестве примера можно привести очень подробный и квалифицированный расчет  $K_{\Phi}$  (под другой называнием) АСУ различением исходных схем [31].

Но всем случаям работы изделия воссматривается на интervalle от применения минимум до, так как именно на этом интервале создается тут или иной положительный эффект. Однако начальное состояние изделия определяется предыдущим первым (окончанием применения, подготовкой и т. д.). Поэтому там, где в фор-мulaх будут какие-либо характеристики начального со-стояния, предполагается, что они поключены с учетом всех особенностей этого периода. В общем, такие особенности входят в понятие коррекции начала работы изделия, исключение из работы исправляющих裝置 (I. A.).

Говоря о расчетах эфективности с учетом изложе-тия, мы будем использовать, в частности, результаты, полученные И. А. Ушаковым, опубликованные в [10]. К сожалению, его работы посвящены более общим проблемам эфективности  $E$ , а не оценке  $K_{\Phi}$ . В то же время представление в них метода позволяет лучше в оценке полной надежности с трактовкой, чтоует оставшихся факторов, за исключением. Поэтому для оценки эффективности методом трех методов изве-щено переключение, но для оценки  $K_{\Phi}$  этого не требуется. Важной является роль беспорядка, вызванного отказами — они очень важны. С учетом этого они и приво-дятся в § 3.1 и 3.2, где и примерах показано, несколько отличает работу таких измерений.

Более ясно Ушаковом будет изложена изложен-ая краткое описание метода теории вероятности, когоре на примере применения к определению надежности гибких линий — это очень интересное направление применения, называемое кибернетической теорией.

### 3.1. Условие по траекториям

**Суть метода.** Задачем изображенного выше показателя эф-фективности является  $E(R)$  для схемы, когда на конечной работе  $R$  реализуется некоторый траектории  $R \in \Omega$ . Это определяет условием значимы на единица  $\Phi_{\text{ракт}}(t, R)$  по всем возможным на данном траектории реализациям ненадежности (факторов и неблагоприят-

\* Такое сопровождение означает, что для каждого этапа БСКЛ, где ГАЭ берет схема математическую, а СКМ — схема мониторинга.

где  $dQ(\omega, g)$  — элемент вероятности определенной реализацией факторов  $\omega \in \Omega_p$ .

Чтобы вычислить эффективность изделия с учетом отказов ( $E$ ), интеграл (3.1) следует утреднить еще раз, теперь уже по всем возможным траекториям  $g \in G$ :

$$E := \int \int \epsilon(\omega, g) dQ(\omega, g) dP(g), \quad (3.2)$$

где  $dP(g)$  — элемент вероятности реализации траектории  $g$ .

Исходное выражение для  $K_{\omega}$  можно преобразовать теперь так:

$$K_{\omega} = \frac{E}{E(g_0)} = \int \frac{\epsilon(g)}{E(g_0)} dP(g) = \int W(g) dP(g), \quad (3.3)$$

где  $W(g) = E(g)/E(g_0)$  — относительная эффективность  $g$ -й траектории, часто называемая весом или коэффициентом или просто весом  $g$ -й траектории.

Формула (3.3) является практической расчетной формулой для вычисления  $K_{\omega}$ .

Что касается весов  $W(g)$ , то они должны быть заданы как функционалы формы траекторий. Эта задача столь же тесно связана с особенностями функционирования изделия, что сформулировать какие-либо общие рекомендации затруднительно. Следует отметить лишь, что для определения  $W(g)$ , как правило, не требуется вычислить отдельно  $E(g)$  и  $E(g_0)$ , а удается определять непосредственно их отношение. Пример такого изделия приведен ниже. Кроме того, при оценке весов для траекторий могут быть полезными указания по оценке весов для состояний, т. е. для траекторий, характеризующих сохранением одного состояния в течение всего времени работы (§ 3.2).

**Область применения метода.** Можно сказать, что использование по траекториям является наиболее общим методом расчета  $K_{\omega}$ , который принципиально не ограничивается ни особенностями изделия, ни видом показателя эффективности. Тем не менее область его применения принципиально узка, что связано с большой трудностью составления и вычисления функционалов  $W(g)$  и интеграла (3.3). На практике этот метод используется применять для изделий, состоящих из нескольких (несколько) компонентов и притом без восстановления. Последнее связано с тем, что пройдет отказом для каждого независ-

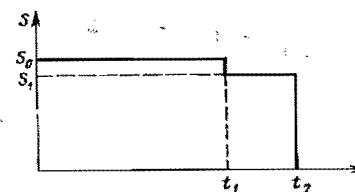


Рис. 3.1

становливаемого компонента описывается всего одним параметром — моментом отказа. При этих условиях кратность интеграла (3.3) равна числу компонентов [10].

Учет частичных отказов подсистем и устройств невозможен без их дальнейшего дробления, причем каждый их компонент должен учитываться в расчете изделия в целом. Практически это нереально.

Однако ценность (3.3) состоит еще и в том, что из этого общего выражения можно получать более удобные формулы для частных случаев, т. е. для тех или иных видов зависимости  $E(g)$ .

**Пример 3.1.** Рассмотрим систему из двух одинаковых киноаппаратов, предназначенную для фотографирования облаков с борта искусственного спутника Земли. Показателем эффективности системы считается суммарная отснятая площадь. Зоны видимости аппаратов частично перекрываются. Восстановление отсутствует. Время работы системы  $t_p$  определяется запасом пленки. В начале работы оба аппарата заведомо исправны. Распределения наработки до отказа показательные с параметром  $\lambda$ .

Разделим множество траекторий  $G$  на три подмножества и запишем их вероятности (рис. 3.1).

а) подмножество  $G_0$  или траектория полной исправности; ее вероятность конечна и равна  $e^{-2\lambda t_p}$ ;

б) подмножество  $G_1$ : до момента  $t_p$  отказал один аппарат, причем на каждой траектории это случилось в бесконечно малом интервале  $dt$  вблизи момента  $t_1$ ; траектории подмножества различаются только значением  $t_1$ :

$$dP(g) = 2\lambda e^{-\lambda(t_p+t_1)} dt;$$

в) подмножество  $G_2$ : до момента  $t_p$  откали оба аппарата, первый — в интервале  $dt_1$ , вблизи момента  $t_1$ , а второй — в интервале  $dt_2$ , вблизи момента  $t_2$ ; траектории различаются значениями  $t_1$  и  $t_2$ :

$$dP(g) = 2\lambda^2 e^{-\lambda(t_p+t_1+t_2)} dt_1 dt_2.$$

Для определения весов имеется следующая информация. Размер отнятой площади зависит от условий освещенности, скорости съемки, площади каждого кадра  $S$  и времени работы  $t$ , причем от трех последних факторов — линейно. Поскольку при отказах меняются только площадь ( $S_0$  — при двух аппаратах,  $S_1$  — при одном) и времена пребывания в разных состояниях ( $t_1$  и  $t_1-t_2$  — соответственно), запишем показатель эффективности, обобщив остальные факторы в виде множителя  $A$ :

$$E = ASt \text{ при } S = \text{const.}$$

Теперь можно записать формулы для весов траекторий:

а) траектория  $g_0$ :

$$W(g_0) = AS_0 t_p / AS_0 t_p = 1;$$

б) подмножество  $G_1$ :

$$W(g) = \frac{AS_0 t_1}{AS_0 t_p} + \frac{AS_1 (t_p - t_1)}{AS_0 t_p} = \frac{t_1}{t_p} + \frac{k(t_p - t_1)}{t_p}, \quad k = \frac{S_1}{S_0};$$

в) подмножество  $G_2$ :

$$W(g) = \frac{t_1}{t_p} + \frac{k(t_2 - t_1)}{t_p}.$$

Множитель  $A$  везде сократился, избавив нас от анализа освещенности облаков и скорости съемки. Для определения «весов» оказалось достаточным определить отношение  $k$  площади кадра двух аппаратов к площади кадра одного, абсолютные значения этих площадей также не понадобились.

Теперь по формуле (3.3) можно вычислить

$$\begin{aligned} K_{\text{оф}} = P(g_0) + \int_{G_1} W(g) dP(g) + \int_{G_2} W(g) dP(g) &= e^{-2\lambda t_p} + \\ &+ \frac{2\lambda e^{-\lambda t_p}}{t_p} \int_0^{t_p} (kt_p + (1-k)t_1) e^{-\lambda t_1} dt_1 + \\ &+ \frac{2\lambda^2}{t_p} \int_0^{t_p} \int_{t_1}^{t_p} (kt_2 + (1-k)t_1) e^{-\lambda(t_1+t_2)} dt_1 \times \\ &\times dt_2 = \frac{1}{K_p} \left( \frac{1}{2} + k - 2ke^{-\lambda t_p} - \left( \frac{1}{2} - k \right) e^{-2\lambda t_p} \right). \end{aligned} \quad (3.4)$$

*Метод статистического моделирования*, часто упоминаемый в литературе как очень перспективный, можно считать частным случаем метода усреднения по траекториям. Действительно, он сводится к многократному ( $L$  раз) расчету эффективности изделия, причем каждый раз траектория изделия и другие факторы на интервале  $t_p$  задаются случайным образом в соответствии с их вероятностями. В каждой  $i$ -й реализации определяется  $\epsilon(\omega_i, g_i)$ , после чего  $E$  вычисляется как среднее:

$$E = \frac{1}{L} \sum_i^L \epsilon(\omega_i, g_i).$$

Отдельно должна определяться  $E_0$ , с помощью много-кратного расчета  $\epsilon(\omega_0, g_0)$ . После этого  $K_{\text{оф}}$  определяется

делением  $E$  на  $E_0$ . Все это обычно очень трудоемко, даже если моделирование возможно на ЭВМ. Там, где применимы другие методы данной главы, модель для определения  $\epsilon(\omega, g)$  можно использовать значительно рациональнее, а именно для определения весов траекторий, состояний (§ 3.2) или для выделения контуров обслуживания (§ 3.3).

### 3.2. Усреднение по состояниям

**Суть метода.** Отличие от предыдущего случая состоит в том, что здесь усреднение проводится не по всем траекториям, а только по «горизонтальным»  $g_i$ , каждая из которых соответствует пребыванию изделия в определенном  $i$ -м состоянии от начала и до конца работы (рис. 3.2). Число состояний конечно, и интеграл (3.3) переходит в сумму:

$$K_{\text{оф}} = \sum_i W_i P_i, \quad (3.5)$$

где  $P_i = P(g_i)$  — вероятность того, что изделие окажется в  $i$ -м состоянии к началу работы и далее останется в нем;  $W_i = W(g_i)$  — относительная эффективность изделия в  $i$ -м состоянии (на  $i$ -й траектории), или вес состояния.

Таким образом, здесь отбрасываются траектории, соответствующие переходам изделия из состояния в состояние. Ошибка тем меньше, чем меньше вероятность таких переходов за время  $t_p$ . Это, в свою очередь, имеет место либо при малых временах  $t_p$ , либо при высокой безотказности и малой ремонтопригодности компонентов изделия, а точнее говоря, когда время работы мало по сравнению со средним временем между переходами. Там, где это условие выполнено, вероятности  $P_i$  определяются вероятностями попадания изделия в  $i$ -е состояние к началу работы (рис. 3.2). Именно этот случай рассмотрен в [10], где вероятности  $P_i$  вычисляются с помощью коэффициентов готовности компонентов изделия:

$$P_i = \prod_{k_i} K_{rk_i} \prod_{l_i} (1 - K_{rl_i}), \quad (3.6)$$

где индексы  $k_i$  относятся к компонентам, исправным в  $i$ -м состоянии, а индексы  $l_i$  — к компонентам, неисправным в  $i$ -м состоянии. Напомним, что совокупность работоспособных и отказавших компонентов (вектор  $x$ )

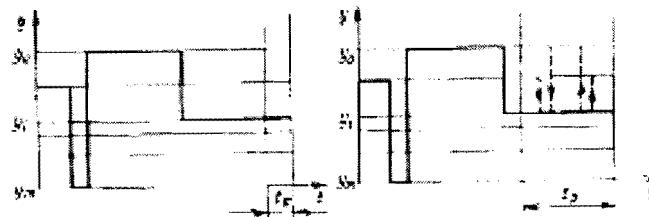


FIG. 32

Plat. 33

и определяет состояние изделия. Коэффициент готовности здесь, очевидно, понимается в широком смысле, т. е. как вероятность пребывания компонента в состоянии работоспособности в момент начала работы.

На практике, однако, изделия указанного типа относительно редки. Например, там, где время  $t_2$  совпадает с временем восстановления, вероятность отказа (т. е. перехода на более низкий уровень) уже совпадает с величиной  $1 - K_1$ , тогда как в (3.6) она предполагается равной нулю. В таких случаях (3.6), очевидно, неизвестен результат.

Чтобы расширить область применения усреднения по состояниям и уже во всяком случае избежать завышенных оценок для расчета  $R$ , вместо коэффициентов Годлевского обычно используют коэффициенты оперативной готовности, рассчитанные на время  $t_0$ :

$$P_j = \prod_{k \in S_j} K_{jk} \lambda_k \prod_{l \in S_j^c} (1 - K_{jl})_j. \quad (3.7)$$

Нетрудно видеть, что в (3.7) не только включена вероятность одной горизонтальной траектории с определенным его состоянием, но и добавлена вероятности трех переходных траекторий, которые либо проходят «сверху» из состояния с большей работоспособностью, либо уходят из него состояния «ниже» восстановления (рис. 3.3). Формула (3.7) всем этим траекториям явила практически привыкает все его состояния  $W_i$ . Таким образом, она дает точное решение для изделий, у которых эффект на каждой траектории равен эффекту наихудшего из состояний, через которые данная траектория проходит. В большинстве случаев, однако, этот эффект выше, и тогда (3.7) занижает результаты. Исключение

составляют изделия, у которых сам по себе переход из состояния в состояние резко снижает выходной эффект.

**Область применения метода.** В [10] эта область ограничена изделиями кратковременного действия. Как следует из сказанного, она определяется только скоростью переходных процессов в изделии и требуемой точностью расчетов. Оценка с помощью (3.6) в этом отношении наиболее требовательна, она пригодна практически только для изделий «мгновенного» (т. е. очень кратковременного) действия — такой термин, по-видимому, лучше характеризует область применения (3.6) и соответствующих формул [10]. Однако незначительное усложнение — замена  $K_r$  на  $K_{rf}$  — существенно расширяет возможности применения метода. Мы видели, что (3.7) дает точное решение для одного класса изделий независимо от длительности их действия. Очень перспективно применение метода для изделий длительного действия в сочетании с усреднением по требованиям (см. § 3.3). В остальных случаях метод занижает результат, и тем больше, чем (при прочих равных условиях) больше время работы изделия.

**Учет частичных отказов компонентов.** Такой учет здесь, кроме того, что имеет другие очевидные достоинства, позволяет сократить число рассматриваемых состояний. Действительно, пусть некоторая система разделена на две подсистемы  $A$  и  $B$ . Если подсистема  $A$  может находиться в  $m$  состояниях, а подсистема  $B$  — в  $n$  состояниях, то общее число состояний системы  $mn$ . Если вычислить отдельно  $K_{\text{фа}}$  и  $K_{\text{фв}}$  для каждой подсистемы (считая при этом другую полностью исправной) и найти  $K_{\text{ф}}$  системы усреднением по четырем ее состояниям по формуле, сходной с (3.5) и (3.7):

$$K_{\text{obj}} = K_{\text{obj}A} K_{\text{obj}B} + W_1 K_{\text{obj}A} (1 - K_{\text{obj}B}) + \\ + W_2 K_{\text{obj}B} (1 - K_{\text{obj}A}), \quad (3.8)$$

то потребуется рассмотреть всего  $m+l+4$  состояния. Конечно, часть состояний всегда исключается из расчета (см. далее), но тем не менее этот способ явно экономичнее.

Если выписать оба варианта расчетных формул для  $K_{jk}$ , то нетрудно убедиться, что и в формулу (3.8) войдут все *ти* состояний системы со своими вероятностями, однако каждому из них вместо истинного веса  $W$ , будет

приписан вес  $W^*_i$ :

$$W^*_i = W_{iA} W_{iB}, \quad (3.9)$$

где  $i_A, i_B$  — индексы состояний подсистем  $A$  и  $B$ , образующих  $i$ -е состояние изделия;  $W_{iA}, W_{iB}$  — веса соответствующих состояний подсистем.

При этом формулы будут полностью идентичны для  $t + t$  слагаемых, соответствующих состояниям с отказами одной подсистемы и без отказов другой, так как для них один из весов  $W_{iA}$  или  $W_{iB}$  равен 1. Разница будет только в слагаемых, соответствующих состояниям с отказами в обеих подсистемах, вероятности которых обычно малы. Одного этого достаточно, чтобы описываемый прием оказался приемлем в ряде случаев. Однако и погрешность формулы (3.9) может оказаться вполне допустимой, как показано далее (см. *перемножение весов*).

В общем случае выражение типа (3.8) можно рассматривать как эмпирическую формулу, хорошо совпадающую с точной. Однако, когда показателем эффективности системы (а значит, и подсистем) является вероятность выполнения некоторой задачи, (3.8) приобретает определенный физический смысл. Действительно, тогда  $K_{\text{eff}}$  становится вероятностью несрыва задачи, возложенной на систему (подсистему). Если считать, что каждая подсистема может находиться в двух новых состояниях: «задача сорвана отказами» и «задача не сорвана», то можно представить и новое пространство состояний системы с их вероятностями и «весами». Тогда (3.8) является усреднением по этим состояниям:  $K_{\text{effA}}$  и  $K_{\text{effB}}$  используются просто как вероятности, и выражение, например,  $K_{\text{effA}}(1 - K_{\text{effB}})$  имеет следующий смысл: в подсистеме  $A$  отказы не сорвали выполнение задачи, а в подсистеме  $B$  — наоборот.

**Определение весовых коэффициентов.** Это важная часть расчета  $K_{\text{eff}}$  методом усреднения по состояниям. В § 1.3 указывалось, что трудности в определении весов зачастую являются предлогом для того, чтобы не учитывать в оценках частичных отказов, а тем или иным способом сводить все уровни работоспособности к двум — номинальному и нулевому. Таким образом, способы вычисления весов заслуживают внимательного рассмотрения. Далее перечислены некоторые наиболее общие рекомендации, помогающие решению этой задачи на практике. В основном они относятся к системам мас-

сового обслуживания, показателем эффективности которых является либо вероятность обслуживания одного требования (заявки на обслуживание), либо среднее количество обслуженных за время работы требований. Это очень широкий класс изделий; кроме того, к ним можно свести и ряд других изделий (см. § 3.3).

Будем различать снижение эффективности из-за пониженной производительности изделия (снижение скорости работы, невыполнение функций по отношению к некоторой части обслуживаемых объектов или обрабатываемой площади и т. п.), а также из-за пониженного качества работы.

*Снижение скорости работы* изделия приводит обычно к пропорциональному снижению его эффективности. Если скорость работы, т. е. число требований (объектов, задач, сообщений и т. п.), обслуживаемых изделием в единицу времени, при полной его исправности равна  $m_0$ , а в  $i$ -м состоянии  $m_i$ , то, очевидно,

$$W_i = m_i/m_0. \quad (3.10)$$

К этому случаю сводится также уменьшение числа работоспособных каналов в многоканальных системах ( $m_i$  — число работоспособных,  $m_0$  — общее число каналов).

*Невыполнение функций по некоторым заявкам* определяется аналогично (3.10). Для этого необходимо знать долю  $Q_i$  необслуживаемых заявок в общем их количестве. Тогда

$$W_i = 1 - Q_i. \quad (3.11)$$

Если в  $i$ -м состоянии не обслуживаются объекты определенного типа, то  $Q_i$  — доля объектов данного типа. Если не обслуживаются объекты в определенной зоне или в некотором интервале времени, то  $Q_i$  — доля объектов в данной зоне или интервале. При всех таких отказах произвольный объект (заявка) либо будет обслужен изделием с номинальным качеством, либо не будет обслужен вообще.

*Сокращение обрабатываемой площади, объема и т. п.* возможно не только в системах массового обслуживания. Однако расчет весов здесь производится аналогично с использованием (3.11), причем  $Q_i$  вычисляется как доля площади (объема и т. д.), не обрабатываемой изделием в  $i$ -м состоянии.

Можно утверждать, что определение весов, в большинстве случаев связанных со снижением производительности изделия, требует привлечения минимальной, и, как правило, доступной информации. Самая большая работа, которая может потребоваться при этом, — согласование между разработчиком и заказчиком некоторых положений, конкретизирующих условия использования изделия. Примером таких положений является распределение обслуживаемых объектов по типам, размещение по зонам и т. п.

*Снижение эффективности из-за ухудшения качества работы* часто удается свести к снижению производительности. Рассмотрим автоматизированный цех, включающий три одинаковых поточных линии для выпуска однотипных деталей. При отказе одной из них две другие начинают работать в ускоренном темпе, так что производительность цеха снижается всего на 15%. Однако ускорение ведет к снижению точности обработки, возрастает скрытый брак, обнаруживаемый только при эксплуатации изделий. Здесь можно считать, что ускорение не применяется, а при отказе одной линии две другие выпускают свои детали с номинальным качеством, тогда вес  $W_i = 0,66$ . Нетрудно показать, что это оценка снизу. Действительно, если считать, что разработчиками цеха выбрана наиболее эффективная стратегия, то наша «предполагаемая» заведомо хуже. Если разработчики ошиблись, то через некоторое время это неизбежно выяснится и будет применена именно наша стратегия, тогда ошибки не будет вообще.

Описанный прием можно изложить в более общем виде: если в каком-либо состоянии работы изделия может осуществляться различными способами, то оценка веса, проведенная для любого из них, будет либо точной, либо заниженной. Погрешность же в сторону занижения в оценках надежности обычно считается допустимой или по крайней мере более предпочтительной, чем в сторону завышения.

К этому следует добавить, что, вообще говоря, наилучшей стратегией специалиста по надежности в такой ситуации является, конечно, оценка весов для всех возможных вариантов работы и выбор из них наиболее эффективного с целью рекомендовать разработчикам именно этот вариант.

Если не сводить снижение качества к снижению производительности, необходимо выделить те характеристики изделия, которые ухудшаются в данном состоянии. Затем необходимо использовать зависимость эффективности изделия от этих характеристик. В приведенном примере, если эффективностью цеха считается прибыль, необходима зависимость, выражющая долю скрытого брака как функцию точности обработки. Зная прибыль, получаемую от одной годной детали  $C_1$  и убыток от одной бракованной детали  $C_2$ , можно определить вес состояния как отношение

$$W_i = [C_1 - d(C_1 + C_2)] / C_1, \quad (3.12)$$

где  $d$  — доля бракованных изделий при ускоренной обработке.

Поскольку нередки случаи, когда число работоспособных состояний изделия очень велико и рассмотреть их все не представляется возможным, актуален вопрос о способах сокращения количества определяемых весов. Для этого обычно применяют два приема: перемножение весов и отбрасывание маловероятных состояний.

*Перемножение весов* — удобный прием, позволяющий приближенно находить веса для состояний с многими отказавшими компонентами, если известны веса для состояний, где эти компоненты отказывают по одному. Ранее был описан случай, когда веса перемножаются «автоматически». Рассмотрим вновь две подсистемы  $A$  и  $B$ , принимая обозначения формулы (3.9), и попробуем оценить погрешность замены  $W_i$  на  $W^*$ . Будем считать, что подсистемы «включены» последовательно (для параллельных подсистем вопрос пока не изучен).

Прежде всего отметим, что (3.9) абсолютно правильно, если частичные отказы подсистем  $A$  и  $B$  снижают вероятность выполнения задачи независимо друг от друга. Так будет, например, если у  $A$  уменьшена производительность — отказала часть каналов, а  $B$  работает с пониженней точностью. То же можно утверждать, если частичные отказы и  $A$  и  $B$  сводятся к уменьшению числа каналов, причем распределение поступающих задач (заявок на обслуживание и т. п.) по каналам не меняется при отказах. Если же при отказах возможно перераспределение задач, например, перевод исправных каналов  $A$  на задачи, обработанные исправными кан-

лами  $B$ , то  $W_i$  будет больше, чем  $W_{iA}^*$ , а именно:

$$W_i = \min\{W_{iA}, W_{iB}\} \geq W_{iA} W_{iB} = W_{iA}^*. \quad (3.13)$$

Формула (3.13) справедлива и тогда, когда в обеих подсистемах понижена скорость работы. При этом, очевидно, скорость работы изделия определяется наименьшей из скоростей подсистем.

Однако в тех случаях, когда частичные отказы и в  $A$  и в  $B$  приводят к ухудшению качества работы,  $W_i$  может быть и меньше  $W_{iA}^*$ , так как зависимость вероятности выполнения задачи от качественных показателей подсистем в общем случае нелинейна. Одновременное ухудшение качества работы двух последовательных подсистем может снизить эффективность изделия до любого уровня, включая нулевой. Так, если одна поточная линия выпускает детали, работающие на истирание, с несколько уменьшенной толщиной рабочего слоя, а следующая линия обеспечивает несколько ухудшенную термообработку этого слоя, то в итоге детали могут быть совершенно негодными, что эквивалентно полному отказу цеха.

Таким образом, во всех ситуациях, за исключением последней,  $W_i > W_{iA}^*$ , т. е. перемножение весов может лишь занижать результаты расчетов. В трудных случаях завышение можно исключить, положив в одной из подсистем веса состояний с ухудшенным качеством работы равными нулю.

Важно отметить, что погрешности, обусловленные неточностью определения весов, обычно слабо влияют на результат, так как они умножаются на вероятности соответствующих отказовых состояний — обычно малые величины. Погрешности же, обусловленные перемножением весов, умножаются на вероятности состояний с двумя и более отказавшими устройствами и поэтому, как правило, пренебрежимо малы.

*Отбрасывание маловероятных состояний* — широко распространенный прием, существенно сокращающий трудоемкость оценки надежности сложного изделия. В подавляющем большинстве случаев для оценки бывает достаточно рассмотреть состояния с одним, изредка — с двумя отказавшими компонентами. Вероятности остальных состояний обычно ничтожны малы и быстро убывают с увеличением числа отказавших компонентов (формула (3.7)). Во всяком случае, такое отбра-

сывание всегда занижает результат, а величину отбрасываемых слагаемых нетрудно оценить.

**Пример 3.2.** Рассмотрим приемную систему, главная функция которой — прием особо важного сигнала. В ожидании этого сигнала система полностью включена, отказы немедленно устраняются. В случае получения сигнала система должна удерживать связь в течение небольшого времени  $t_p$ , после чего отключается. Эффективностью считается вероятность приема указанного сигнала вместе с информацией, поступающей вслед за ним в течение времени  $t_p$ . В систему входят два приемника, поддерживающие связь с двумя одинаковыми группами объектов, от любого из которых может поступить ожидаемый сигнал, и еще один резервный приемник. При необходимости каждый приемник может охватить 70% всех объектов.

Перечислим состояния.

a. Состояние  $i=0$ , все три приемника исправны:

$$W_0=1, P_0=K_{ot}(t_p),$$

где  $K_{ot}(t_p)$  — коэффициент оперативной готовности одного приемника.

b. Состояние  $i=1$ , один приемник отказал (таких состояний три):

$$W_1=1; P_1=K_{ot}(t_p)(1-K_{ot}(t_p)).$$

c. Состояние  $i=2$ , отказали два приемника, третий работает с 70% объектов (таких состояний тоже три):

$$W_2=0,7; P_2=K_{ot}(t_p)(1-K_{ot}(t_p))^2.$$

Учитывая количество одинаковых состояний, на основании (3.5) можно записать

$$\begin{aligned} K_{ef} = & K_{ot}(t_p) + \\ & + 3K_{ot}(t_p)(1-K_{ot}(t_p)) + \\ & + 3 \cdot 0,7K_{ef}(t_p)(1-K_{ot}(t_p))^2. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Отметим еще раз преимущество относительных величин  $W_i$  перед абсолютными  $E$  и  $E_0$ : нам удалось найти  $W_i$ , даже не интересуясь видом связи: проводная, тропосферная и т. д. Но если бы мы попытались найти  $E$  и  $E_0$ , хотя бы для того, чтобы найти  $W_i$  делением, нам пришлось бы заняться вопросами устойчивости данного вида связи, радиономехами, прохождением радиоволн и т. п. Очевидно, что для вычисления  $W_i$  такая работа была бы совершенно излишней, так как ее результаты в конечном итоге сокращаются.

### 3.3. Усреднение по требованиям

**Суть метода.** Рассмотрим систему массового обслуживания, предназначенную для обработки некоторого потока требований (заявок на обслуживание), эффективность которой характеризуется либо средним коли-

чеством требований, обслуживаемых за определенное время, либо средней вероятностью обслуживания требования, поступающего на вход системы. Как уже указывалось, это очень широкий класс изделий: к ним относятся, например, системы управления технологическими процессами (требованиями являются единицы выпускаемой продукции) и транспортными средствами (требования — поезда, самолеты, суда), средства связи (требования — передаваемые сообщения) и т. п.

Будем характеризовать входной поток общим числом требований  $n_{\text{вх}}$ , поступивших за время работы изделия  $t_p$ . Пусть  $n_0$  — число требований из  $n_{\text{вх}}$ , обслуживаемых полностью исправной системой,  $n$  — то же для системы с отказами;  $n$  в общем случае  $n_0$  — случайные величины. В этих обозначениях эффективность системы характеризуется одним из двух показателей:

$$E = M[n], \quad (3.15)$$

$$E = P = M[n]/n_{\text{вх}}, \quad (3.16)$$

где  $P$  — средняя вероятность обслуживания требования.

Запишем определение  $K_{\text{эфф}}$ , одинаковое для обоих показателей эффективности:

$$K_{\text{эфф}} = M[n]/M[n_0]. \quad (3.17)$$

Разделим поток требований на группы, включая в одну группу требования с одинаковой вероятностью обслуживания. Практически это требования, обслуживаемые однотипными компонентами системы за одинаковое время. Сюда, например, заведомо относятся поезда, повторяющие один и тот же маршрут ежедневно (т. е. отмеченные в расписании одним номером). При таком разделении

$$n_{\text{вх}} = \sum_j n_{\text{вх}j}, \quad n_0 = \sum_j n_{0j}, \quad n = \sum_j n_j, \\ n_{\text{вх}j} \geq n_{0j} \geq n_j, \quad n_{\text{вх}j} \geq 1,$$

где индексом  $j$  отмечены соответствующие величины для  $j$ -й группы.

Обозначим  $M[n_0] = N_0$  и запишем  $K_{\text{эфф}}$  в виде

$$K_{\text{эфф}} = \frac{M[n]}{N_0} = \frac{M \left[ \sum_j n_j \right]}{N_0} = \frac{\sum_j M[n_j]}{N_0}. \quad (3.18)$$

В свою очередь,  $M[n_j] = n_{\text{вх}j}P_j$ , где  $P_j$  — вероятность обслуживания требований  $j$ -й группы.

Введем вероятность обслуживания требований  $j$ -й группы полностью исправной системой  $P_{0j}$  (она не зависит от надежности системы). Обозначив отношение  $P_j/P_{0j} = K_j$ , можно записать

$$K_{\text{эфф}} = \sum_j \frac{K_j n_{\text{вх}j} P_j}{N_0} = \sum_j \frac{n_{\text{вх}j} P_{0j} K_j}{N_0} = \sum_j \frac{n_{\text{вх}j}}{N_0} K_j. \quad (3.19)$$

Отношение  $n_{\text{вх}j}/N_0$  означает долю требований  $j$ -й группы в общем количестве требований, обслуживаемых полностью исправной системой. Оно также не зависит от надежности. Следовательно,  $K_{\text{эфф}}$  определяется как вероятность  $K_j$ , усредненная по всем этим требованиям [32].

Рассмотрим вероятность  $K_j$ . Согласно исходному определению есть  $K_{\text{эфф}}$  системы, вычисляемый применительно к требованиям  $j$ -й группы, т. е. фактически к одному требованию  $j$ -го типа. Таким образом, оценка системы, обслуживающей множество требований, уже существенно упростилась. При такой оценке многие системы, работающие как узкие места (в том числе круглогодично в течение многих лет), можно считать системами кратковременного действия, так как речь теперь пойдет об интервале обслуживания одного требования  $t_j$ , которое, как правило, значительно меньше общего времени работы изделия  $t_p$ . Отметим, что время  $t_p$  не входит в формулу (3.19), она фактически сократилась. Значит, для расчета  $K_j$  может оказаться приемлемым метод усреднения по состояниям (§ 3.2). Однако возможны и дальнейшие упрощения [8, 26].

Как правило, отдельное требование обслуживается не всей системой, а только некоторой ее частью. Тогда для определения  $K_j$  нужно из состава системы выделить совокупность подсистем, которые участвуют в обслуживании именно данного конкретного требования. Эти подсистемы будем называть контуrom обслуживания (КО). КО различных требований не обязательно состоит из различных подсистем — они могут иметь общие элементы, а в пределе быть полностью идентичными (разница будет только во времени обслуживания). Теперь расчет  $K_j$  дополнительно облегчается меньшим объемом изделия, а отсюда — меньшим числом состояний и т. д. Во многих важных случаях уменьшение объема приводит<sup>1</sup>

к тому, что КО можно считать изделием вида I. Для таких изделий при данном показателе эффективности  $K_{\text{eff}}$  обычно переходит в коэффициент оперативной готовности  $K_{\text{op}}(t_j)$  или вероятность безотказной работы  $P(t_j)$  в зависимости от начальных условий в момент начала обслуживания требований  $j$ -й группы (см. § 3.4, случаи  $a$ ,  $e$ ,  $u$ ). Это следует и из того очевидного положения, что для КО вида I обслуживание не будет сорвано только при условии работоспособности КО в течение всего интервала  $t_j$ .

Тот факт, что величины  $K_j$  выражают вероятности зависимых событий, не препятствует расчету, так как для вычисления математического ожидания это не имеет значения, а их перемножение нигде не применяется.

Время  $t_j$ , на которое рассчитываются упомянутые вероятности, вообще говоря, может отличаться от времени обслуживания  $j$ -го требования. В ряде изделий требования поступают на вход системы значительно раньше того момента, когда можно начинать собственно обслуживание. Так, в систему управления портовым разгрузочным оборудованием сообщение о прибывающем корабле может поступить задолго до начала каких-либо конкретных действий по разгрузке, и он уже будет учтен при составлении предварительного графика работ — формально обслуживание начнется. Однако после этого график будет неоднократно пересмотрен с учетом других кораблей, а оборудование может неоднократно отказать и восстановиться к началу разгрузки данного корабля без ущерба для его обслуживания. Здесь, очевидно,  $t_j$  меньше времени обслуживания. В других же изделиях возможны дополнительные условия, необходимые для обслуживания каждого требования, на первый взгляд не относящиеся к нему. Например, доставка пассажира трамвай к месту назначения возможна лишь при условии, что несколько предыдущих трамваев успели прошли мимо и не остановили движения. Здесь в КО должны включаться все эти трамваи, каждый со своим временем работы, причем общий интервал  $t_j$  будет, естественно, больше времени обслуживания одного пассажира.

Подводя итоги, можно сформулировать правило определения  $t_j$ : оно определяется как интервал, в котором отказ КО (подсистемы) ведет к срыву обслуживания требования.



Рис. 34

Для различных подсистем, входящих в КО, время  $t_j$  может быть различным в зависимости от выполняемых операций.

Выделение КО определяется спецификой системы. Во многих случаях для этого достаточно провести са-

мый простой анализ (см. пример 3.3). Это относится, в частности, к системам типа транспортных, работающих по расписанию. Для систем, работа которых сильно зависит от случайных факторов, можно применить универсальный способ — моделирование без учета отказов. Как правило, при таком моделировании можно не учитывать в целый ряд других факторов, не влияющих на формирование КО.

Сравнительно легко выделить КО в большинстве так называемых нетвичных структур. Так, для нетвичной системы массового обслуживания любого ранга с равноценными элементами все КО одинаковы и каждый состоит из цепочки последовательно соединенных элементов от низшего до высшего ранга иключительно. Отсюда сразу следует сделанный в [10] вывод о том, что КО такой системы равен оперативному ПН указанной цепочки.

**Пример 3.3** Три радиолокатора А, В и С круглосуточно обслуживают объекты, находящиеся между городами О, Е, Е, С и Й по трассам, изображенным жирными линиями на рис. 34. Все рейсы можно разделить на пять групп ( $i=1, \dots, 5$ ), характеризующихся траекториями рейсов по трассе и общем числе рейсов  $n_i(M_i)$  (разделительностью места  $t_{ij}$  и сочетанием обслуживаемых локаторов (табл. 3.1)). Локаторы должныimmerаждать каждый самолет в течение всего рейса и передавать данные в эксплуатационный пункт А, управляющий движением на всех трассах. Кроме того, за несколько часов до начала каждого рейса эксплуатационный пункт начинает организовывать работу по его подготовке, время необходимой кратности работы в последние 0,2 ч. Отказ эксплуатационного пункта в эти 0,2 ч срывает рейс.

Требуется рассчитать коэффициенты эффективности системы, состоящей из объектов А, В, С и линий связи между ними, рассматривая ее как изделие вида I. Показателем эффективности системы считается вероятность полного обслуживания рейса, т. е. выполнения задач по его подготовке, кратности и управлению во всей трассе.

Найдем сеть КО. Для трасс DE и FG они отличаются только линией, в следовательно, и надежностью линий связи АС и ВС. На трассе EF пилоты резервируют друг друга, на трассе ЕЙ они надежны последовательно (исклучая перекрытием точек на трассах

DE, FG и EN проектированы, заслужившие похвалы. Наиболее распространена схема резонатора с концентрическими оболочками  $R_1$  для DE и FG. Оболочки соединены между собой отверстиями с рис. 3.4. Днины связи между резонаторами — как правило, одинаковы. Важно выбрать положение в цепи по наименьшему среднему коэффициенту

卷之三

卷之三

卷之三

卷之三

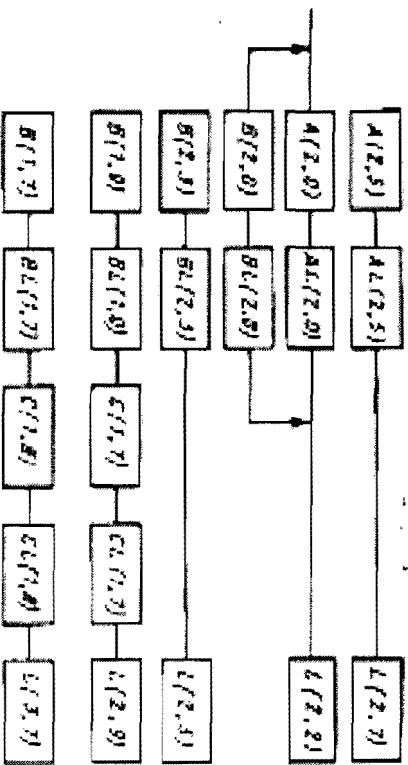
卷之三

卷之三

$$0.20K_1 + 0.35K_2 - 0.10K_3 + 0.10K_4 + 0.20K_5$$

МАКИАВЕЛИЧИИ И МАКИАВЕЛИ

Ко всему прочему, введение конкуренции в подачи неизбежно приведет к тому, что для них придется использовать другие способы расчета. Например, в КОЗ при отказе одного поставщика может быть применена частичная отвязка из-за перерыва в его работе. При этом расчет



卷之三

къ можно было бы въ будущемъ изысканіемъ профессіи методомъ ученія по состояніямъ. Отметимъ, что все это исходитъ изъ замысла автора показать наилучшіи изъ ЛДР КО, и эта попытка, конечно, имѣетъ смыслъ всергентности того, что отдалъ твой наше книжной части системы не только шансъ обрѣзанія. Поэтому съ этимъ изысканіемъ можно связывать любые лекции, приводящіе къ будущемъ (но съ учетомъ ограниченийъ), каковыя въ приведеніи выше съмъ § 32.

турь, то это же тоже можно сделать на основе того, что есть в первом предложении. Поэтому — надо и пе- санав это настойчиво. Это прежде всего относится к спискам, которые они обсуждают впереди. Но это некоторые дела. Основная задача — это выявление неизвестного.

Область применения метода в статистической механике ограничена тем, что метод не показался его эффективность. Курс один ограниченно для некоторых систем, обусловленных тем, что пребывания, потерянные из-за откачек, здесь считаются потерянными окончательно (это основной недостаток метода). Так, не учитывается полнота первоначального излучения другим КО или перестройки системы при отказах (например, возможность изменения трансформации

летов при отказе локатора). Учет подобных особенностей требует изыскания специальных приемов. Однако ошибка, вносимая указанным фактором, приводит только к занижению результата.

Применение метода к другим изделиям, не являющимся системами массового обслуживания в обычном смысле, в ряде случаев оказывается и возможным и целесообразным. Иногда удается, определив соответствующим образом понятие «требование», все-таки свести такие изделия к описанной схеме. Рассмотрим этот прием на примере 3.4, который ранее был решен методом усреднения по траекториям (см. пример 3.1).

**Пример 3.4.** В условиях примера 3.1 будем считать требованиям каждую единицу площади на трассе спутника (ее требуется сфотографировать, т. е. «обслужить»). Тогда эффективность, определяемая как суммарная отнятая площадь, будет равна сумме обслуженных требований, и мы получим право применить усреднение по требованиям.

В КО каждого требования включим оба аппарата и будем рассматривать КО как изделие вида II с четырьмя состояниями. Все КО, таким образом, будут одинаковыми по составу, но различными по вероятностям состояний, зависящим от времени. Можно считать полностью одинаковыми только КО тех требований (снимков), которые близки по времени, а именно сосредоточены в малом интервале  $dt$ . Для них в общем количестве  $dt/t_p$ . Роль  $K$ , теперь выполняет непрерывная функция  $K(t)$ , где  $t$  — текущее время. Для определения этой функции рассмотрим следующие состояния контура — системы:

а) оба аппарата исправны; вероятность этого состояния в момент  $t$  равна  $e^{-2\lambda t}$ ,  $W_0 = 1$ ;

б) один аппарат исправен, другой отказал (таких состояний два), вероятность состояния в момент  $t$  равна  $e^{-\lambda t}(1 - e^{-\lambda t})$ , вес  $W_1 = S_1/S_0 = k$  — это вероятность того, что единица площади («требование») окажется в зоне видимости исправного аппарата.

Усредняя по состояниям, получаем

$$K(t) = e^{-2\lambda t} + 2ke^{-\lambda t}(1 - e^{-\lambda t}). \quad (3.20)$$

Усреднение по требованиям сводится к интегрированию по времени, при этом формула (3.19) принимает вид

$$K_{\text{eff}} = \frac{1}{t_p} \int_0^{t_p} K(t) dt = \frac{1}{\lambda t_p} \left( \frac{1}{2} + k - 2ke^{-\lambda t_p} - \left( \frac{1}{2} + k \right) e^{-2\lambda t_p} \right), \quad (3.21)$$

что совпадает с (3.4). Таким образом, тот же результат получен существенно проще. С увеличением числа устройств это различие усиливается, так как кратность интеграла (3.4) растет линейно, тогда как интеграл (3.21) остается однократным.

### 3.4. Коэффициент сохранения эффективности изделий с двумя уровнями работоспособности

Рассмотрим несколько наиболее распространенных типов изделий и определим  $K_{\text{eff}}$ , если изделие имеет всего два уровня работоспособности. Формула для  $K_{\text{eff}}$  определяется очевидно, видом функции выходного эффекта изделия и особенностями его функционирования. Будем считать, что работа начинается в момент  $t=0$  и заканчивается при  $t=t_p$ . Результаты расчетов приведены в табл. 3.2.

Рассмотрим три вида функций выходного эффекта  $e(\omega, g)$ , считая, что факторы  $\omega$  не зависят от процесса  $x(t)$  т. е. от траектории  $g$ :

— эффект пропорционален суммарному времени безотказной работы, т. е.

$$\epsilon(\omega, g) = A(\omega) \sum_n t_n(g), \quad (3.22)$$

где  $A(\omega)$  — множитель, зависящий от факторов  $\omega$ ;  $t_n(g)$  — продолжительность  $n$ -го отрезка безотказной работы изделия  $\{\Sigma t_n(g) \leq t_p\}$  на  $g$ -й траектории.

— эффект пропорционален суммарному количеству безотказно проработанных интервалов (выполненных операций) длительностью  $t_m$ , которые случайным образом равномерно распределены на интервале  $t_p$ , т. е.

$$\epsilon(\omega, g) = B(\omega) \sum_m m_m(g), \quad (3.23)$$

где  $B(\omega)$  — множитель, зависящий от факторов  $\omega$ ;  $m_m(g)$  — число интервалов длительностью  $t_m$ , вспыхнувших на  $g$ -й траектории.

— эффект принимает некоторое значение  $C(\omega) > 0$ , если изделие проработало безотказно весь интервал  $t_p$ , и равен нулю, если оно отказалось до его окончания, т. е.

$$\epsilon(\omega, g) = \begin{cases} C(\omega) & \text{при } t_p \geq t_f; \\ 0 & \text{при } t_p < t_f, \end{cases} \quad (3.24)$$

где  $C(\omega)$  — величина, зависящая от факторов  $\omega$ ;  $t_f$  — время от начала работы до первого отказа изделия.

Рассмотрим теперь различные варианты технического обслуживания изделия перед работой (в режиме ожидания) и в ходе работы.

Таблица 3.2

Особенности технического обслуживания		Формулы для расчета $K_{\text{эфф}}$ при выходном эффекте		
перед работой	в ходе работы	$\epsilon(\omega, g) = A(\omega) \sum_n t_n(g)$	$\epsilon(\omega, g) = (B\omega) \sum_n m_n(g)$	$\epsilon(\omega, g) = \begin{cases} C(\omega) & \text{при } t \geq t_p \\ 0 & \text{при } t < t_p \end{cases}$
Включено, восстанавливается	Восстанавливается	$K_r$	$K_{\text{ор}}(t_{\text{он}})$	$K_{\text{ор}}(t_p)$
Включено, восстанавливается	Не восстанавливается	$\frac{K_r T}{t_p} (1 - P(t_p))$ (exp)	$\frac{K_r T}{t_p - t_{\text{он}}} (P(t_{\text{он}}) - P(t_p))$ (exp)	$K_{\text{ор}}(t_p)$
К работе допускаются только исправные изделия	То же	$\frac{T}{t_p} (1 - P(t_p))$ (exp)	$\frac{T}{t_p - t_{\text{он}}} (P(t_{\text{он}}) - P(t_p))$ (exp)	$P(t_p)$
Выключено (хранение). К работе допускаются изделия без отбора и ремонта	—	—	—	$P_{xp} P(t_p)$

а. Изделие восстанавливается как перед работой, так и в ходе работы. Эффект определяется по формуле (3.22). Применение выражение по траектории в рассматриваемом случае

$$W(g) := \frac{\int_A(\omega) \left[ \sum_n t_n(g) \right] dQ(\omega)}{\int_A(\omega) t_p dQ(\omega)} = \sum_n t_n(g) / t_p \quad (3.25)$$

$$K_{\text{ор}} = \frac{1}{t_p} \int_0^{\infty} dP(g) = \frac{1}{t_p} M \left[ \sum_n t_n(g) \right] =$$

$$= \frac{K_r t_p}{t_p} = K_r.$$

$$(3.26)$$

б. То же изделие, но с выходным эффектом, определяем (3.23). Запишем общее выражение показателя эффективности для первого случая:

$$E = \int_0^{\infty} \left[ \left( \sum_n m_n(g) \right) dP(g) \right] = E' M \left[ \sum_n m_n(g) \right] =$$

$$= B' \int_0^{\infty} \left( \sum_n m_n(g) \right) dP(g) = B' M \left[ \sum_n m_n(g) \right]. \quad (3.27)$$

Где член  $B'$  определяет результат интегрирования по  $t$ . Таким образом, показатель эффективности с точностью до знаков представляет собой математическое значение количества вынужденных за время  $t$  операций замещения единиц, в изделии, которое предстоит, как правило, каскадного обслуживания. Следовательно, можно применить выражение по требованию, считаю требование отдельного оператора.

Пусть  $t$  — момент начала операции, которой может иметь место следующий интервал длительностью  $t_p - t$ ; для таких операций будет  $dP(t_p - t)$ . Вероятность того, что в течение времени  $t$  будет осуществлено отключение  $(K_r)$ , равна, очевидно, вероятности неравенства между  $t$  и  $t_{\text{он}}$ . Теперь можно записать

$$K_{\text{ор}} = \int_{t=t_{\text{он}}}^{t=t_p} K_r(t_{\text{он}}) \frac{dt}{t_p - t_{\text{он}}} = K_{\text{ор}}(t_p), \quad (3.28)$$

в. То же изделие, но с выходным эффектом, определяемым (3.24). Здесь из всех траекторий одна обладает относительной эффективностью  $W_0=1$  (это траектория полной исправности на интервале  $t_p$ ), а остальные имеют нулевую эффективность. Вероятность этой траектории есть вероятность того, что изделие окажется исправным к началу интервала и не откажет в течение времени  $t_p$ , т. е.  $K_{\text{ор}}(t_p)$ . Из формулы (3.3) сразу получаем

$$K_{\text{оф}} = K_{\text{ор}}(t_p). \quad (3.29)$$

г. Изделие восстанавливается в режиме ожидания, в работе не восстанавливается. Выходной эффект определяется (3.22). Применим формулу (3.3). Считаем, что работа начинается в момент  $t=0$ , момент отказа обозначим через  $\xi$ . Всё траектории изделия, исправного в момент  $t=0$ , равен

$$W(\xi) = \begin{cases} \xi/t_p & \text{при } \xi < t_p; \\ 1 & \text{при } \xi \geq t_p. \end{cases} \quad (3.30)$$

Вероятность каждой такой траектории равна

$$dP(\xi) = K_f(\xi) d\xi, \quad (3.31)$$

где  $f(\xi)$  — плотность распределения наработки до отказа. Запишем (3.3) и применим интегрирование по частям:

$$\begin{aligned} K_{\text{оф}} &= \int_0^\infty W(\xi) dP(\xi) = \frac{K_r}{t_p} \int_0^{t_p} \xi f(\xi) d\xi + K_r \int_{t_p}^\infty f(\xi) d\xi = \\ &= \frac{K_r}{t_p} \int_0^{t_p} P(\xi) d\xi - \frac{K_r}{t_p} \xi P(\xi) \Big|_0^{t_p} + K_r P(t_p) = \\ &= \frac{K_r}{t_p} \int_0^{t_p} P(\xi) d\xi - K_r P(t_p) + K_r P(t_p) = \frac{K_r}{t_p} \int_0^{t_p} P(\xi) d\xi. \quad (3.32) \end{aligned}$$

При экспоненциальном распределении  $P(\xi)$

$$K_{\text{оф}} = \frac{K_r}{t_p} \int_0^{t_p} e^{-t_p/T} dt = \frac{K_r T}{t_p} (1 - e^{-t_p/T}), \quad (3.33)$$

где  $T$  — средняя наработка изделия до отказа.

д. То же изделие, но выходной эффект определяется формулой (3.23). Так же, как и в случае б, применим усреднение по требованиям, считая требованием отдельную операцию. Отличие от б состоит в том, что здесь вероятность того, что выполнение операции не будет сорвано отказом, зависит от времени и равна  $K_r P(t) - K_{\text{ор}}(t)$ . Запишем аналогично (3.28)

$$K_{\text{оф}} = \int_0^{t_p} K_r P(t) + t_p \frac{\partial}{\partial t} \frac{P(t)}{t_p - t_{\text{ор}}} dt, \quad (3.34)$$

что при экспоненциальном распределении наработка до отказа записывается так.

$$\begin{aligned} K_{\text{оф}} &= \int_0^{t_p} \frac{K_r}{t_p - t_{\text{ор}}} e^{-\frac{t+t_{\text{ор}}}{T}} dt = \\ &= \frac{K_r}{t_p - t_{\text{ор}}} \left[ e^{-\frac{t+t_{\text{ор}}}{T}} - e^{-\frac{t_p+t_{\text{ор}}}{T}} \right] = \end{aligned} \quad (3.35)$$

е. То же изделие, но выходной эффект определяется формулой (3.24). Этот случай полностью аналогичен случаю в. Действительно, наличие или отсутствие восстановления и ход работы не имеет значения, так как независимо от него первый же отказ на интервале  $t_p$  выводит изделие к нулю. Следовательно,  $K_{\text{оф}}$  определяется как  $K_{\text{ор}}(t)$ .

ж. В начале работы изделие заведомо исправно. Это возможно, например, если начало работы запускается для устранения отказа или изделия отбирают перед применением. В ходе работы восстановление отсутствует. Выходной эффект определяется (3.22). Формулу для  $K_{\text{оф}}$  получаем из (3.32) или (3.33), полагая  $K_r=1$ .

з. То же изделие, выходной эффект определяется (3.23). Формулу получаем из (3.34) или (3.35), полагая  $K_r=1$ .

и. То же изделие, выходной эффект определяется (3.24). Формулу получаем из (3.29), полагая  $K_r=1$ .

$$K_{\text{оф}} = P(t_p). \quad (3.36)$$

к. Изделие не восстанавливается, перед работой выключено (режим хранения). В начале хранения изделие заведомо исправно. Работа начинается сразу же при возникновении потребности в ней, без отбора или ремонта. Выходной эффект определяется (3.24). Формулу для  $K_{\text{eff}}$  получаем аналогично (3.29) с учетом того, что здесь вероятность исправности изделия к началу работы равна вероятности безотказного хранения  $P_{\text{хр}}$ . Тогда, очевидно,

$$K_{\text{eff}} = P_{\text{хр}} P(t_p). \quad (3.37)$$

Этот случай является одним из немногочисленных примеров непосредственного влияния сохраняемости изделия на результат его работы.

Для проверки проведем два предельных перехода:  $t_{\text{оп}} \rightarrow 0$  и  $t_{\text{оп}} \rightarrow t_p$ . Очевидно, что при этом выходной эффект (3.23) перейдет в (3.22) или в (3.24) соответственно. Нетрудно видеть, что и формулы (3.28), (3.35) переходят в (3.26), (3.33) или в (3.29) соответственно.

Отметим еще раз, что во всех формулах отсутствуют коэффициенты  $A$ ,  $B$  и  $C$ , определяющие абсолютные значения выходного эффекта и показателей эффективности.

#### Выводы

Таким образом, существует по крайней мере два достаточно общих и практических метода расчета  $K_{\text{eff}}$ : область применения которых охватывает широкий круг изделий. Существует и наиболее общий метод — усреднение по траекториям, и его модификация — статистическое моделирование, применение которых ограничено только трудоемкостью расчетов. Это ограничение может, конечно, стать серьезным препятствием для вычисления  $K_{\text{eff}}$  изделий, к которым другие методы неприменимы. В таких случаях, по-видимому, следует снижать точность расчета путем сокращения числа учитываемых состояний, при этом изделие приближается к виду I. Однако до тех пор, пока число таких состояний больше двух, результат будет оставаться более точным, чем результат классического расчета.

Другой важный вывод состоит в том, что общеизвестные вероятностные оперативные ПИ являются частными случаями  $K_{\text{eff}}$ . Для наиболее распространенных изделий вида I  $K_{\text{eff}}$  переходит в  $K_{\text{ог}}$ , реже — в  $K_r$ , еще реже — в  $P(t)$ .

## Глава 4

### ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ИСПЫТАНИЙ НА НАДЕЖНОСТЬ

В зависимости от постановки задачи испытания подразделяются на определительные и контрольные.

*Определительными* принято называть такие испытания, цель которых — исследование, получение максимальной информации об изделии, прежде всего о его показателях надежности и «слабых местах». Для показателей необходима наилучшая точечная оценка  $\bar{R}$  (желательно несмещенная, состоятельная и эффективная). Точность результата характеризуется доверительными границами  $\underline{R}$ ,  $\bar{R}$ , а достоверность — доверительной вероятностью  $\gamma$ , так что выполняются соотношения

$$P\{\underline{R} \leq R \leq \bar{R}\} = \gamma, \quad (4.1)$$

или

$$P\{\bar{R} \geq R\} = \gamma_1, \quad P\{R \leq \underline{R}\} = \gamma_2. \quad (4.2)$$

*Контрольными* называются такие испытания, цель которых — проверка соответствия изделия заданным требованиям. Эти испытания заканчиваются решением о приемке либо забраковании (браковке) изделия. Они базируются на том или ином решающем правиле, точность которого задается приемочным  $R_0$  и браковочным  $R_1$  уровнями заданного показателя  $R$ , а достоверность определяется рисками поставщика  $\alpha$  и потребителя  $\beta$ . Очевидно, что термины приемка и браковка означают лишь вывод о соответствии или несоответствии изделия требованиям по надежности, но не вывод о его пригодности или непригодности вообще.

Несмотря на принципиальные различия в постановке задачи при контрольных и определительных испытаниях, на практике они вполне совместимы, т. е. по одной и той же статистике об отказах можно решить обе задачи, применяя лишь разную обработку данных. В § 4.3 предложен метод контроля с помощью доверительных границ, который в большинстве случаев обходится данными определительных испытаний и не требует другой обработки.

Уже говорилось, что рассматриваемые методы разработаны для случаев, когда показатели надежности  $R$  представляют собой функцию многих переменных  $\theta_i$ :

$$R = R(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i, \dots, \theta_n). \quad (4.3)$$

Очевидно, что эти методы можно распространить и на функции одной переменной. Однако для последних существует целый ряд более удобных и строгих методов (за исключением контроля по доверительным границам), и нет причин от них отказываться. Поиски новых путей актуальны прежде всего при двух и более переменных. На практике это бывает в следующих случаях:

- когда на изделие задан комплексный показатель, обобщающий различные свойства изделия, причем характеристики этих свойств определяются отдельно. Примером является коэффициент готовности  $K_r$ , проверяемый с помощью КЭМ по данным о безотказности и ремонтопригодности ( $T$  и  $T_b$ );
- когда применяется РЭМ (независимо от вида показателя).

Во всех таких случаях в ходе испытаний набирается статистика, необходимая для получения оценок  $\hat{\theta}_i$ .

В дальнейшем предполагается, если нет специальных оговорок, что  $R$  возрастает с увеличением надежности, следовательно,  $R_0 > R_1$ .

*Контроль по одному уровню  $R_1$* , довольно часто применяемый на практике, на наш взгляд, не заслуживает специального рассмотрения по следующим причинам. Этот вариант контроля можно рассматривать как частный случай контроля по двум уровням с той особенностью, что испытатели закрывают глаза на приемочный уровень и риск поставщика. Объективно всегда существует такой уровень надежности  $R_0$ , ниже которого приемка не гарантируется, и незнание его (точнее, нежелание знать) не может, естественно, принести какую-либо пользу. Однако вред оно приносит: тот выигрыш в объеме испытаний, ради которого обычно и применяется этот вариант контроля, получается просто за счет значительного (до десятков раз) увеличения  $R_0$ . Если уж поставщик согласился пойти на сокращение объема испытаний за счет увеличения  $R_0$ , то планирование по двум уровням позволит это сделать сознательно, без грубых расчетов.

#### 4.1. Определительные испытания

**Точечная оценка.** Получение несмешенных точечных оценок на испытаниях сложных изделий является трудной проблемой. Оценки показателей надежности (кроме

простейших  $T$ ,  $T_b$ ,  $\lambda$  и  $\mu$ ) очень часто смешены. Это характерно для КЭМ и РЭМ, где для получения оценок используются нелинейные функции вида (4.3). Наиболее распространенной точечной оценкой для  $R$  является прямая подстановка:

$$\hat{R} = R(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_n), \quad (4.4)$$

где  $\hat{\theta}_i$ ,  $i=1, \dots, n$  — точечные оценки для параметров, входящих в формулу показателя  $R$ . Такая оценка, очевидно, смешена. В то же время никаких других способов вычисления оценок для таких функций не предложено ни для общего, ни даже для частных, но сколько-нибудь распространенных случаев.

Вопрос о величине смещения оценки (4.4) пока исследован мало. Отдельные вычисления показывают, что оно может быть существенным.

На практике смещением чаще всего пренебрегают, тем более, что самая ответственная задача — контроль соответствия заданным требованиям — вполне может решаться и со смешенными оценками (§ 4.2—4.4). Однако величина смещения может быть определена, хотя и приближенно. Один из способов ее определения основан на линеаризации функции  $R(\theta_i)$ . Если оценки параметров  $\hat{\theta}_i$  независимы, то несмешенную оценку функции можно вычислить по формуле

$$\hat{R} = R(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_n) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial^2 R}{\partial \theta_i^2} \right|_{\hat{\theta}_i} D[\hat{\theta}_i], \quad (4.5)$$

где  $D[\hat{\theta}_i]$  — дисперсия оценки  $i$ -го параметра.

Основным препятствием для применения (4.5) является громоздкость вторых производных и отсюда — большая трудоемкость их вычисления. При зависимых  $\hat{\theta}_i$  или при использовании последующих членов разложения формула становится еще сложнее [4].

Другой способ получения несмешенных оценок требует применения ЭВМ, он описан далее (с. 128).

**Оценка доверительных границ.** Рассмотрим построение так называемой доверительной области в координатах  $R$ ,  $\hat{R}$  [4].

Каждому  $j$ -му значению истинного показателя  $R_j$  при данном объеме испытаний соответствует некоторая функция распределения  $F_j[R]$  выборочного значения (оценки)  $R$ . Квантили этой функции  $y_{j(1-\alpha)}$  и  $y_{j\alpha}$  с ве-

роятностями  $1 - \gamma_1$  и  $\gamma_2$  на-  
несены на график рис. 4.1 в  
качестве ординат для не-  
скольких значений  $R_j$ . Эти  
квантили образуют две кри-  
вые  $L_1$  и  $L_2$ , которые ограни-  
чивают доверительную об-  
ласть  $\omega(R)$ .

Допустим теперь, что на испытаниях получено значение показателя  $R^*$ . Чтобы определить, какими могут быть при этом истинные значения показателя, следует провести горизонтальную прямую на уровне  $R^*$  и найти абсциссы точек  $R$  и  $\bar{R}$  ее пересечения с кривыми  $L_1$  и  $L_2$ . Все значения  $R$  за пределами доверительной области маловероятны, значит, исходу испытаний  $R^*$  с определенной вероятностью не противоречат только те значения  $R$ , которые лежат между  $R$  и  $\bar{R}$ . Точнее,

$$P\{R < \bar{R}\} = \gamma_1, \quad P\{R \geq R\} = \gamma_2. \quad (4.6)$$

Таким образом,  $R$  и  $\bar{R}$  являются границами довери-  
тельного интервала для  $R$  с вероятностями  $\gamma_2$  и  $\gamma_1$  соот-  
ветственно.

Построение целесообразно начинать с точки  $R = R^*$ . Другие точки  $R_j$  следует выбирать справа и слева от нее с таким расчетом, чтобы построить плавные кривые  $L_1$  и  $L_2$  по крайней мере до их пересечения с прямой  $\bar{R} = R^*$ .

Однако функции многих переменных имеют ту осо-  
бенность, что одному значению  $R$  соответствует некото-  
рею множество возможных наборов  $\theta_{ij}$ , с которыми свя-  
зано множество различных функций распределения  
 $F_i[R]$ . Поэтому, строго говоря, для тех значений  $R_j$ , по  
которым строятся  $L_1$  и  $L_2$ , нужно рассмотреть возмож-  
ные комбинации параметров  $\theta_{ij}$  и на график нанести  
крайние значения квантилей  $y_{j1}$  и  $y_{j(1-\gamma_1)}$ . Гогда  
равенства (4.6) становятся неравенствами:

$$P\{R < \bar{R}\} \geq \gamma_1, \quad P\{R \geq R\} \geq \gamma_2. \quad (4.7)$$

В таком виде данный метод описан в [12].

Практически в большинстве случаев это означает,  
что для каждого параметра нужно найти наименьшее

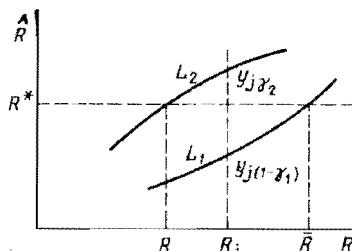


Рис. 4.1

его значение  $\tilde{\theta}_i$ , при котором разность квантилей макси-  
мальная, причем каждый параметр влияет независимо от  
других. Как правило, упомянутая разность монотонна  
по каждому параметру, поэтому ее максимум достигает-  
ся при крайнем значении параметра.

Однако крайние значения  $\theta_i$  могут быть совершенно  
нереальными, например  $T_i = \infty$ ,  $T_{bi} = \infty$  и т. д., несмотря  
на то, что при этом в совокупности они должны обеспе-  
чивать выбранное значение  $R_j$ . Поэтому область пере-  
бора каждого  $\theta_{ij}$  целесообразно ограничить односторон-  
ним доверительным интервалом с высокой доверитель-  
ной вероятностью  $\xi_i$ , т. е. положить  $\underline{\theta}_i = \tilde{\theta}_i$  или  $\bar{\theta}_i = \tilde{\theta}_i$ ,  
где  $\underline{\theta}_i$  и  $\bar{\theta}_i$  — доверительные границы для параметра  $\theta_i$ ,  
определенные по статистике испытаний. Эти границы  
в совокупности образуют доверительную область для  
параметров  $\omega(\theta)$ . При таком построении области  $\omega(R)$   
доверительные вероятности  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  границ  $R$  и  $\bar{R}$  стано-  
вятся условными — при условии, что все  $\theta_i \in \omega(\theta)$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Вероятность выполнения такого условия при  
независимых  $\theta_i$  равна произведению доверительных  
вероятностей  $\xi_i$  границ  $\theta_i$  (или  $\bar{\theta}_i$ ),  $i = 1, \dots, n$ , т. е.

$\xi = \prod_i \xi_i$ . Поскольку вероятность одновременного выпол-  
нения двух событий не больше вероятности любого из  
них, можно записать

$$\begin{aligned} P\{R < \bar{R}\} &\geq P\{R < \bar{R}; \theta_i \in \omega(\theta), i = 1, \dots, n\} = \\ &= P\{\theta_i \in \omega(\theta), i = 1, \dots, n\} P\{R < \bar{R} | \theta_i \in \omega(\theta), i = 1, \dots, n\} = \xi \gamma_1. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Аналогично

$$P\{R \geq R\} \geq \xi \gamma_2.$$

Чтобы сохранить требуемые значения доверительных  
вероятностей  $\xi \gamma_1$  и  $\xi \gamma_2$ , рекомендуется  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  выбирать  
несколько выше их, а  $\xi_i$  принимать равными 0,999 и  
выше — в зависимости от числа параметров  $\theta$ . Очевидно,  
между  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  и  $\xi_i$  существует оптимальное соотношение,  
но этот вопрос мало исследован\*).

\* В таком виде данный метод был предложен И. И. Андреевым  
в 1966 г.

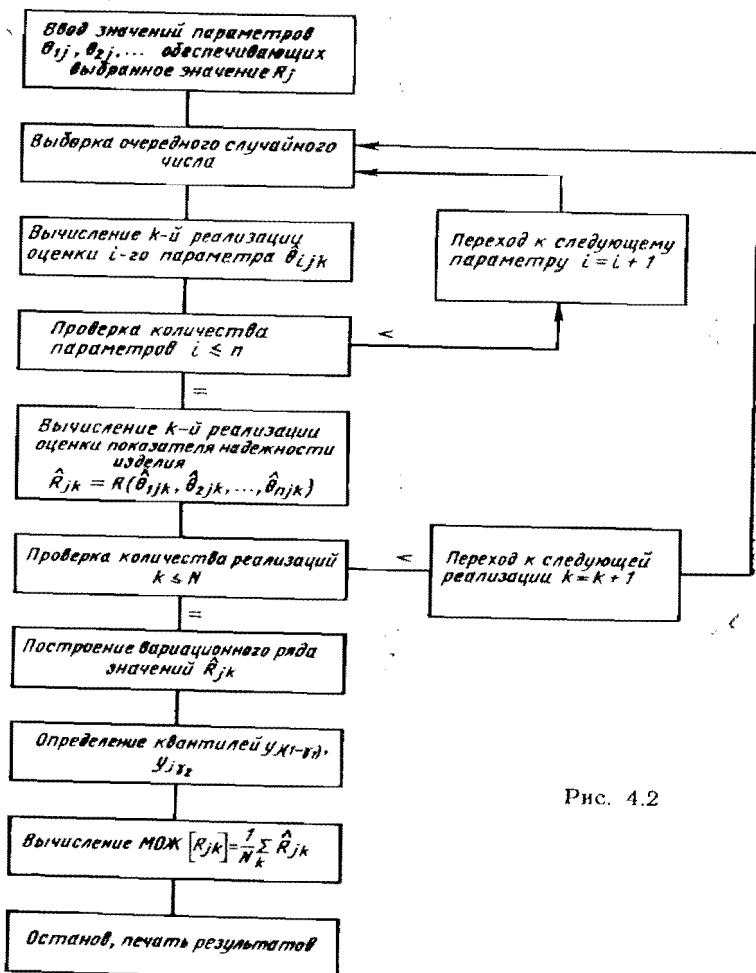


Рис. 4.2

В ряде случаев можно сразу указать, в каком направлении нужно менять параметры при фиксированном  $R_j$ , чтобы разность квантилей была максимальной. Так, если в системе имеются резервированные и нерезервированные устройства, то нужно увеличивать интенсивность отказов последних. В резервированных группах с восстановлением следует увеличивать время восстановле-

ния. При последовательном соединении устройств с разной наработкой нужно увеличивать интенсивность отказов устройств с меньшей наработкой.

Функция распределения  $F[R]$  часто близка к нормальному (при большой статистике заведомо близка). Если и здесь применить линеаризацию [4], то можно приближенно найти дисперсию

$$D[\hat{R}]$$

$$D[\hat{R}] = \sum_i \left( \frac{\partial R}{\partial \theta_i} \Big|_{\bar{\theta}_i, i=1, \dots, n} \right)^2 D[\hat{\theta}_i]. \quad (4.9)$$

После этого точки кривых  $L_1$  и  $L_2$  определяются как квантили нормального распределения. Наибольшая разность квантилей соответствует максимальной дисперсии.

Значительно строже второй способ построения функции — статистическое моделирование процесса испытаний на ЭВМ. По выбранной для данной точки  $R_j$  совокупности параметров  $\theta_{ij}$  с помощью датчика случайных чисел в каждой реализации моделируется совокупность оценок  $\hat{\theta}_{1jk}, \hat{\theta}_{2jk}, \dots, \hat{\theta}_{njk}$  ( $k$  — индекс реализации). Датчик для каждого параметра должен моделировать распределение его оценки в соответствии с планом испытаний, принятым для данного параметра (например, для наработки на отказ —  $\chi^2$ -распределение). По этой совокупности вычисляется  $k$ -я реализация оценки  $R_{jk}$ . После того как вычислено нужное количество реализаций  $N$ , все они располагаются в вариационный ряд в порядке возрастания. Квантиль функции распределения с вероятностью  $1 - y_1$  определяется как значение  $\hat{R}_{jk}$  с номером  $k = N(1 - y_1)$ , квантиль с вероятностью  $y_2$  — как  $\hat{R}_{jk}$  с номером  $k = Ny_2$ . Схема алгоритма такого моделирования изображена на рис. 4.2.

Если усреднить все реализации  $R_k$ , относящиеся к совокупности оценок  $\theta^*_1, \theta^*_2, \dots, \theta^*_n$ , полученной на испытаниях, то результат будет несмешенной точечной оценкой  $R^*$  показателя  $R$ . Это и есть упоминавшийся ранее второй способ получения несмешенных оценок. Для этой цели предназначен последний блок алгоритма на рис. 4.2.

**Пример 4.1.** Испытан один образец восстанавливаемого изделия, состоящего из двух одинаковых устройств, одно из которых используется как нагруженный резерв с полным контролем и иде-

альным переключением. Распределения наработки между отказами и времени восстановления показательные. В начале каждого интервала безотказной работы исправны оба устройства (т. е. после каждого отказа изделие восстанавливается полностью). Применяется РЭМ, т. е. по суммарной статистике об отказах и восстановлениях обоих устройств определяются оценки параметров их надежности  $\hat{\lambda}$  и  $\hat{\mu}$ , после чего для изделия в целом вычисляется оценка  $\hat{T}$  по формуле (см. [10], а также (6.3))

$$\hat{T} = (\hat{\mu} + 3\hat{\lambda})/2\hat{\lambda}^2. \quad (4.10)$$

В ходе испытаний зафиксированы наработка изделия  $t_n=2070$  ч, суммарное (по двум устройствам) число отказов  $r=90$  и суммарное время восстановления 107 ч. Требуется определить точечную оценку и доверительный интервал для наработки на отказ.

Используем нормальное приближение. Дисперсию  $D[\hat{T}]$  вычислим методом линеаризации. При данных испытаниях для оценки изделия был реализован план  $[1, B, t_n]$ , что для оценки параметров  $\lambda$  и  $\mu$  означает планы  $[2, B, t_n]$  и  $[2, B, r]$  соответственно. Поскольку при данных планах  $D[\lambda] = \lambda/2t_n$  и  $D[\mu] = \mu^2/(r-2)$ , применяя (4.9), получаем

$$D[\hat{T}] = (3\hat{\lambda} + 2\hat{\mu})^2/8\lambda^5t_n + \mu^2/4\lambda^4(r-2). \quad (4.11)$$

Теперь необходимо найти наихудшие значения  $\tilde{\lambda}$  и  $\tilde{\mu}$ , максимизирующие дисперсию, а значит, и разность квантилей.

При каждом фиксированном значении  $T$   $\lambda$  и  $\mu$  связаны соотношением (4.10) и уменьшаются или увеличиваются одновременно. Если с помощью (4.10) выразить, например,  $\mu$  через  $\lambda$  и  $T$ , то можно записать учитывая, что  $\lambda \ll \mu$ ,

$$D[\hat{T}] \approx \frac{\mu^2}{2\lambda^5t_n} + \frac{\mu^2}{4\lambda^4(r-2)}; \quad \mu = 2\lambda^2T; \quad D[\hat{T}] \approx \frac{2T^2}{\mu_n} + \frac{T^2}{r-2}. \quad (4.12)$$

Отсюда видно, что дисперсия  $D[\hat{T}]$  максимальна при минимальных  $\lambda$  и  $\mu$ . Определим односторонние доверительные границы для них по данным испытаний с вероятностью  $\delta=0,999$ :

$$\lambda = 1,52 \cdot 10^{-2} \text{ 1/ч}, \quad \mu = 0,590 \text{ 1/ч}. \quad \text{Точечные оценки равны}$$

$\tilde{\lambda}^* = 2,17 \cdot 10^{-2} \text{ 1/ч}, \quad \mu^* = 0,843 \text{ 1/ч};$  им соответствует  $T^* = 960$  ч. Построим график, аналогичный приведенному на рис. 4.1, начиная с точки  $R=T=960$  ч (рис. 4.3). Чтобы границы доверительной области пересеклись с горизонтальной линией  $T=T^*=960$  ч, потребовалось вести построение примерно до 600 ч в одну сторону и до 1500 ч в другую. Во всем этом диапазоне  $T$  наихудшими возможными значениями параметров были  $\underline{\mu}=0,590$  и связанные с  $\mu$  соотношением (4.10) значения  $\lambda(T)$ . Если использовать  $\lambda$ , то  $\mu(T)$  выходят за границу  $\underline{\mu}$ . Эти значения подставлялись в (4.11), и на график

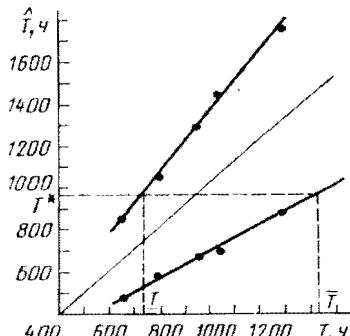


Рис. 4.3

наносились квантили нормального распределения

$$y_{j(1-\gamma_1)} = T_j + u_{1-\gamma_1} \sqrt{D[\hat{T}]}|_{T_j, \underline{\mu}}, \quad y_{j\gamma_1} = T_j + u_{\gamma_1} \sqrt{D[\hat{T}]}|_{T_j, \underline{\mu}}$$

при  $\gamma_1=\gamma_2=0,901$ . Полученные таким образом границы доверительной области пересекались с прямой  $\hat{T}=960$  ч при  $T=740$  и 1450 ч. Это и есть доверительные границы для показателя надежности изделия с доверительной вероятностью  $\gamma_1=\gamma_2=0,9$  каждая.

Другие методы расчета доверительных границ разрабатываются для частных случаев. Среди них наиболее удобен метод прямой подстановки, когда доверительная граница для показателя  $R$  определяется путем подстановки в формулу  $R(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$  доверительных границ для параметров. И. В. Павлову [14] удалось доказать, что достоверность границы  $R$  для многих распространенных структур и показателей  $P(t)$ ,  $K_{\text{ог}}$  и  $K_{\text{аф}}$  при этом остается не хуже достоверности доверительных границ для параметров. Последовательные системы без восстановления с показателем  $P(t)$  хорошо изучены Р. С. Судаковым [15, 29] и некоторыми другими исследователями.

**Планирование определительных испытаний.** Определение необходимого объема испытаний может производиться исходя из желаемой точности оценки. Поскольку точность здесь выбирается «волевым» способом, нет смысла применять и строгие расчеты. Поэтому необходимый объем испытаний целесообразно определять в предположении нормального распределения  $F[R]$  исходя из выбранной дисперсии оценки и применять линеаризацию (4.12). Если выражение (4.12) приравнять выбранному значению дисперсии  $D[R]$ , то оно превратится в уравнение для определения объема испытаний, поскольку объем входит в выражение  $D[\hat{\theta}_i]$ . В качестве показателей истинной надежности, которые тоже входят в эти выражения, необходимо привлекать результаты расчетов, данные по изделиям-аналогам и т. п.

Однако следует отметить, что объем определительных испытаний сложных изделий чаще всего планируется исходя из возможностей испытательной базы, сроков разработки и т. п., но не из требуемой точности. Характерным является совмещение испытаний на надежность с другими работами, испытаниями или эксплуатацией, когда планирование сводится к максимальному использо-

зованию имеющихся возможностей. В качестве примера можно привести оценку надежности аппаратуры опытных образцов АСУ в период, когда на этой аппаратуре осуществляется отладка программы.

#### 4.2. Контрольные испытания. Одноступенчатый контроль с помощью оценочного норматива

Рассмотрим испытания на надежность типа одноступенчатого контроля, когда объем испытаний фиксируется заранее. Применяемые в настоящее время и ставшие уже общепринятыми методы такого контроля [5, 6] для принятия решения используют оценочный норматив, задаваемый в виде допустимого числа отказов, возникших за время испытаний. Критерий приемки формулируется так: если число отказов не превысило этого уровня, изделие принимается, в противном случае оно бракуется. Таким способом можно проверять лишь ПН, однозначно связанные с числом отказов, т. е.  $T$ ,  $\lambda$ ,  $P(t)$ . Учет таких факторов, как время восстановления, задержка в обнаружении отказа, характер отказа (полный или частичный) и т. п., здесь принципиально невозможен. Вообще при контроле показателей — функций многих переменных нет никакой надежды обосновать какие-либо нормативы для каждого из параметров, влияющих на показатель изделия, тем более что они должны быть сложным образом увязаны друг с другом. Более правильно, по-видимому, определять норматив для самого проверяемого показателя.

**Постановка задачи.** Заданы  $R_0$ ,  $R_1$ ,  $\alpha$  и  $\beta$ . Известна функция вида (4.3), связывающая оцениваемый ПН  $R$  с определяющими его параметрами  $\theta_i$ ,  $i=1, \dots, n$ . Требуется определить объем испытаний и оценочный норматив для параметра  $R$ , позволяющие сделать вывод о приемке (браковке) изделия на основе сравнения норматива и точечной оценки ПН, полученной в результате испытаний данного объема. Отметим, что оценочный норматив вместе с объемом определяют план испытаний, обеспечивающий заданные  $\alpha$  и  $\beta$  при заданных  $R_0$  и  $R_1$ .

**Решение задачи.** Пусть  $\hat{R}$  — случайное значение точечной оценки показателя надежности изделия (выборочного показателя), которое может иметь место на испытаниях;  $R^*$  — реальное (частное) значение этой оценки, фактически зафиксированное на испытаниях;

$C$  — оценочный норматив. Критерии приемки и браковки сформулируем следующим образом:

$$R^* \geq C \text{ — приемка,} \quad (4.13)$$

$$R^* < C \text{ — браковка.} \quad (4.14)$$

Определения рисков поставщика и заказчика можно записать в виде условных вероятностей (условия означают, что истинное значение показателя надежности изделия равно  $R_0$  или  $R_1$ ) и приравнять заданным значениям рисков:

$$P\{\hat{R} \geq C |_{R_1}\} = \beta, \quad (4.15)$$

$$P\{\hat{R} < C |_{R_0}\} = \alpha. \quad (4.16)$$

Обозначим через  $F[\hat{R}] = F(y, R, V)$  функцию распределения выборочного показателя  $\hat{R}$  при определенном истинном значении показателя надежности  $R$  и объеме испытаний  $V$ :

$$F(y, R, V) = P\{\hat{R} < y |_{R,V}\}.$$

Тогда (4.15) и (4.16) эквивалентны системе уравнений

$$F(C, R_1, V) = 1 - \beta, \quad (4.17)$$

$$F(C, R_0, V) = \alpha. \quad (4.18)$$

В выражениях (4.17), (4.18)  $C$  играет роль квантиля функции распределения с вероятностью  $1 - \beta$  и  $\alpha$  соответственно. Решая эту систему относительно  $C$  и  $V$ , находим искомый план испытаний  $C^*$ ,  $V^*$ , соответствующий критериям (4.13), (4.14).

При двух и более переменных  $\theta_i$ , определяющих показатель (4.3), решение системы (4.17), (4.18) осложняется тем, что при различных значениях  $\theta_i$   $R$  может иметь одно и то же значение. Иными словами, каждому значению  $R$  (в том числе  $R_0$  и  $R_1$ ) соответствует некоторое множество векторов  $\theta_i$ . Для каждого вектора функция распределения  $F(y, R, V)$  несколько отличается от других. Для получения гарантированной оценки следует рассмотреть упомянутое множество векторов  $\theta_i$  и в уравнении (4.17) использовать ту функцию  $F(C, R, V)$ , у которой квантиль  $C_{1-\beta}$  с вероятностью  $1 - \beta$  максимальна.

Тогда для остальных векторов данного множества соотношение (4.17) при том же  $C_{1-\beta}$  будет выглядеть как неравенство:

$$F(C, R_1, V) \geq 1 - \beta. \quad (4.19)$$

Аналогично в (4.18) следует использовать функцию  $F(C, R_0, V)$ , у которой квантиль с вероятностью  $\alpha$  минимальна, тогда для остальных векторов выполняется неравенство

$$F(C, R_0, V) \leq \alpha. \quad (4.20)$$

В качестве универсальной формулы для вычисления точечной оценки  $\hat{R}$  чаще всего применяется формула вида (4.4). Тот факт, что эта оценка обычно смешена, ничего не меняет, так как в этом случае и полученный норматив  $C^*$  будет относиться именно к этой смешенной оценке.

Если квантили функции  $F(y, R, V)$  определяются с помощью моделирования на ЭВМ, систему (4.17), (4.18) следует решать графически. Этот способ целесообразен и в других случаях, когда аналитическое решение затруднено.

*Нормальное приближение* существенно упрощает решение задачи. Если выборочное значение показателя надежности  $\hat{R}$  распределено по нормальному закону, т. е.

$$F(y) = F_\sigma \left( \frac{y - R}{\sigma[\hat{R}]} \right), \quad (4.21)$$

то формулы (4.17, 4.18) запишутся так:

$$F_\sigma \left( \frac{C - R_1}{\sigma[\hat{R}]} \right) = 1 - \beta; \quad \sigma_1[\hat{R}] = \sigma(R_1, V), \quad (4.22)$$

$$F_\sigma \left( \frac{C - R_0}{\sigma_0[\hat{R}]} \right) = \alpha; \quad \sigma_0[\hat{R}] = \sigma(R_0, V). \quad (4.23)$$

Используем таблицы квантилей нормального распределения:

$$u_{1-\beta} = \frac{C - R_1}{\sigma_1[\hat{R}]}, \quad (4.24)$$

$$u_\alpha = \frac{C - R_0}{\sigma_0[\hat{R}]} \quad (4.25)$$

или

$$R_1 + u_{1-\beta} \sigma_1[\hat{R}] = C; \quad (4.26)$$

$$R_0 + u_\alpha \sigma_0[\hat{R}] = C. \quad (4.27)$$

Чтобы выполнялось неравенство (4.19), в (4.22), (4.24) (4.26) следует использовать функцию  $F(y)$  с максимальным значением квантили  $C_{1-\beta}$ , что при  $\beta < 0,5$  соответствует максимальной дисперсии  $\sigma^2[\hat{R}]$ . Для выполнения (4.20) в (4.23), (4.25), (4.27) должна применяться функция с минимальным значением квантили  $C_\alpha$ . При  $\alpha < 0,5$  это соответствует максимальной дисперсии  $\sigma^2_0[\hat{R}]$ , так как при этом  $(C_\alpha - R_0)/\sigma_0[\hat{R}] < 0$ . Таким образом, при подборе значений  $\theta_i$  следует обеспечить максимальную дисперсию в обоих уравнениях системы.

Пример 4.2. Испытывается один образец восстанавливаемого изделия, задан коэффициент готовности. Точность и достоверность оценки определяются следующими данными  $K_{r0}=0,98$ ;  $K_{r1}=0,96$ ;  $\alpha=\beta=0,1$ . Испытания по плану должны продолжаться до заданного числа отказов  $r$ , т. е. объем испытаний определяется этим числом. Требуется определить  $C^*$  и  $r^*$ . Распределения наработки между отказами и времени восстановления локазательные. Зависимость  $R(\theta_i)$  имеет вид

$$K_r = \mu / (\lambda + \mu), \quad (4.28)$$

где  $\lambda$  — параметр потока отказов;  $\mu$  — интенсивность восстановлений.

На испытаниях вначале определяются оценки  $\hat{\lambda}$  и  $\hat{\mu}$ , затем по формуле (4.28) вычисляется оценка  $\hat{K}_r$ .

Используем нормальное приближение. При выбранном плане испытаний  $(1, B, r)$  выражение для  $\sigma[\hat{K}_r]$  независимо от  $\lambda$  и  $\mu$  имеет вид [11]

$$\sigma[\hat{K}_r] = K^2 r (1 - K_r) \sqrt{2/r}. \quad (4.29)$$

Тогда система уравнений (4.26), (4.27) будет иметь вид

$$K_{r1} + u_{1-\beta} K^2 r_1 (1 - K_{r1}) \sqrt{2/r} = C, \quad (4.30)$$

$$K_{r0} + u_\alpha K^2 r_0 (1 - K_{r0}) \sqrt{2/r} = C. \quad (4.31)$$

Подставляем численные значения:

$$0,96 + 1,28 \cdot 0,96^2 (1 - 0,96) \sqrt{2/r} = C, \quad (4.32)$$

$$0,98 - 1,28 \cdot 0,98^2 (1 - 0,98) \sqrt{2/r} = C. \quad (4.33)$$

Решая систему (4.32), (4.33), получаем ответ:  $C^*=0,973$ ,  $r^*=26$ .

Вместо нормального приближения и формулы (4.29) в данном случае можно использовать точное распределение  $K_T$  (см. приложение 1). При этом получается следующий ответ:  $C^*=0,972$ ,  $t^*=25$ .

**Пример 4.3.** Испытывается один образец восстанавливаемого изделия, состоящего из двух одинаковых устройств, одно из которых используется как нагруженный резерв с полным контролем и идеальным переключением (см. пример 4.1). Заданы два уровня средней наработки на отказ:  $T_0=1300$  ч,  $T_1=650$  ч,  $\alpha=\beta=0,1$ . Испытания проводятся до окончания запланированного времени  $t_n$ . Применяется РЭМ, вычисление  $T$  для изделия в целом проводится по формуле (4.10). Требуется определить  $C^*$  и  $t^*$ .

Как и в примере 4.1, используем нормальное приближение. Поскольку до испытаний число отказов  $r$  неизвестно, примем приближение

$$\mu^2/(r-2) \approx \mu^2/2\lambda t_n, \quad (4.34)$$

и тогда (4.11) преобразуется к виду

$$D[T] = [(3\lambda + 2\mu)^2 + \mu^2]/8\lambda^5 t_n. \quad (4.35)$$

Для составления уравнений (4.26), (4.27) необходимо использовать значения  $D[T]$  при двух значениях  $T$ :  $T_0$  и  $T_1$ . В примере 4.1 мы видели, что при фиксированных  $T$  и  $r$  дисперсия максимальна при минимальных  $\lambda$  и  $\mu$ . Принятое нами предположение (4.34) не меняет этой зависимости. Действительно, считая  $\lambda \ll \mu$ , можно записать

$$D[T] \approx 5\mu^2/8\lambda^5 t_n, \quad (4.36)$$

но так как согласно (4.10)  $\mu \approx 2\lambda^2 T$ ,

$$D[T] \approx 5T^2/2\lambda t_n. \quad (4.37)$$

Очевидно, что  $\lambda$  и  $\mu$  ограничены определенными пределами, и нам достаточно установить один из них. Например, пусть из технических соображений или по аналогии с другими изделиями известно, что среднее время восстановления устройства не может превышать 2 ч, т. е.  $\mu \leq 0,5$  1/ч. Тогда, подобрав по формуле (4.10) соответствующие уровням  $T_0=1300$  ч и  $T_1=650$  ч значения  $\lambda$  1,44·10<sup>-2</sup> 1/ч и 2,08·10<sup>-2</sup> 1/ч, можем записать систему уравнений

$$1300 - 1,28 \sqrt{\frac{2,70 \cdot 10^8}{t_n}} = C, \quad (4.38)$$

$$650 + 1,28 \sqrt{\frac{0,44 \cdot 10^8}{t_n}} = C. \quad (4.39)$$

Решением системы (4.38), (4.39) являются значения  $C^*=840$  ч и  $t^*=2070$  ч.

Время испытаний здесь заведомо завышено, так как приняты минимально возможные  $\lambda$  и  $\mu$ . Однако это окупается возможностью применения РЭМ, что дает существенно большую экономию. Действительно, для испытаний такого изделия общепринятыми методами [6] с той же точностью и достоверностью потребовалось бы 9,477 $T_0=12300$  ч.

Важно отметить, что выигрыш сохраняется даже в том предельном случае, когда из-за отсутствия информации о  $\lambda$  и  $\mu$  в качестве нижней границы для  $\mu$  принимается тривиальная оценка  $\mu=0$ . Урав-

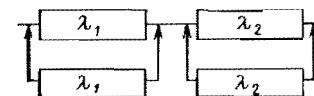


Рис. 4.4

нения (4.38), (4.39) при этом дают результат  $C^*=820$  ч,  $t^*=5200$  ч. Правда, при этом возможно существенное возрастание погрешности нормального приближения.

**Пример 4.4.** Испытывается один образец невосстанавливаемого изделия, состоящего из двух устройств, каждое из которых имеет нагруженный резерв с идеальным переключением (рис. 4.4). Распределения наработки до отказа показательные. При испытаниях отказавшие компоненты заменяются. Задана вероятность безотказной работы:  $P_0(t)=0,98$ ,  $P_1(t)=0,96$ ,  $t=2$  ч,  $\alpha=\beta=0,1$ .

Испытания проводятся до окончания запланированного времени  $t_n$ . Применяется РЭМ, т. е. по суммарной статистике об отказах основных и резервных устройств обоих типов определяются интенсивности отказов  $\widehat{\lambda}_1$  и  $\widehat{\lambda}_2$  соответственно, а затем вычисляется

$$\widehat{P}(t) = (2e^{-\widehat{\lambda}_1 t} - e^{-2\widehat{\lambda}_1 t}) (2e^{-\widehat{\lambda}_2 t} - e^{-2\widehat{\lambda}_2 t}). \quad (4.40)$$

Требуется определить  $C^*$  и  $t^*$ .

Используем нормальное приближение. Дисперсию  $D[\widehat{P}(t)]$  вычислим методом линеаризации:

$$D[\widehat{P}] = \left( \frac{\partial \widehat{P}}{\partial \widehat{\lambda}_1} \right)^2 D[\widehat{\lambda}_1] + \left( \frac{\partial \widehat{P}}{\partial \widehat{\lambda}_2} \right)^2 D[\widehat{\lambda}_2]. \quad (4.41)$$

Поскольку для оценки каждого из параметров  $\widehat{\lambda}_1$  и  $\widehat{\lambda}_2$  используется статистика двух устройств и оценка проводится до окончания времени  $t_n$ , дисперсия  $D[\widehat{\lambda}]$  вычисляется как  $\lambda/2t_n$ . С учетом этого формула для  $D[\widehat{P}]$  имеет вид

$$D[\widehat{P}] = (2e^{-\lambda_1 t} - e^{-2\lambda_1 t})^2 (e^{-\lambda_2 t} - e^{-2\lambda_2 t})^2 2\lambda_1 t_n^2/t_n + (2e^{-\lambda_1 t} - e^{-2\lambda_1 t})^2 (e^{-\lambda_2 t} - e^{-2\lambda_2 t})^2 2\lambda_2 t_n^2/t_n. \quad (4.42)$$

Как указывалось ранее, в уравнениях (4.26), (4.27) следует использовать максимальные дисперсии  $D[P]$  при  $P=0,96$  и  $P=0,98$  соответственно. При  $P=0,98$  переменные  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  могут изменяться от одного крайнего варианта  $\lambda_1=0$ ,  $\lambda_2=0,075$  1/ч (при этом все отказы сосредоточены во второй паре устройств) до другого  $\lambda_1=0,075$  1/ч,  $\lambda_2=0$  (все отказы в первой паре). Функция  $D[P]$ , очевидно, симметрична относительно средней точки  $\lambda_1=\lambda_2=0,053$  1/ч и, как нетрудно убедиться, монотонна по обе стороны от нее. Прямой подсчет показывает, что  $D[P]$  максимальна именно в обоих упомянутых крайних вариантах, где она равна 0,00862/t<sub>n</sub>. Аналогично при  $P=0,96$  максимальная дисперсия равна 0,0231/t<sub>n</sub> при  $\lambda_1=0,112$ ,  $\lambda_2=0$  (или наоборот).

Поэтому система (4.26), (4.27) приобретает вид

$$0,98 - 1,28 \sqrt{0,00862/t_n} - C = 0, \quad (4.43)$$

$$0,96 + 1,28 \sqrt{0,0231/t_n} - C = 0. \quad (4.44)$$

Решением системы является  $C^*=0,972$ ,  $t_{ii}=245$  ч. По сравнению с обычным методом испытаний, при котором изделие рассматривается как одно целое [16], здесь также имеется существенный выигрыш во времени. Действительно, согласно [16] для испытаний такого изделия при тех же исходных данных требуется около 470 циклов длительностью  $t$ , т. е. не менее 940 ч. Оценочный норматив не меняется; согласно [16] для приемки допускается не более 13 циклов с отказами, что соответствует

$$C=(470-13)/470=0,972. \quad (4.45)$$

**Уточнение расчетов в конце испытаний.** По окончании испытаний целесообразно повторить решение уравнений (4.17), (4.18) с использованием полученной информации о параметрах  $\theta_i$ . При этом появляется возможность ограничить область перебора параметров соответствующими доверительными интервалами  $[\underline{\theta}_i, \bar{\theta}_i]$ . Кроме того, исключаются некоторые приближения: например, при планировании времени испытаний неизвестно число отказов, входящее в формулы для дисперсии времени восстановления, а в конце испытаний оно уже известно, и приближений (такого типа, как в примере 4.3) не требуется. Поскольку в конце испытаний их объем пересмотрю не подлежит, по результатам уточненного расчета целесообразно скорректировать приемочный норматив  $C$  и риски  $\alpha$  и  $\beta$  (или один из них). Некоторое изменение рисков вполне допустимо, так как они все равно назначаются «волевым» способом. Возможна и корректировка величин  $R_0$ ,  $R_1$ .

Вследствие того, что при планировании используются крайние значения переменных, приводящие к максимальному объему испытаний, указанные уточнения при реальных исходных данных должны быть чаще всего направлены в сторону увеличения точности или достоверности оценки (уменьшения  $\alpha$  и  $\beta$ , сближения  $R_0$  и  $R_1$ ).

**Пример 4.5.** Вновь рассмотрим испытания, спланированные в примере 4.3. Будем считать, что испытания только что закончились ( $t_{ii}=270$  ч), причем на обоих устройствах зафиксировано в сумме 90 отказов с суммарным временем восстановления 107 ч (данные из примера 4.1). Требуется уточнить критерий принятия решения (т. е. оценочный норматив  $C$ ) и определить риски  $\alpha$  и  $\beta$ , с которыми это решение принимается.

По данным испытаний определяем точечные и интервальные (с вероятностью 0,999) оценки для параметров  $\lambda$  и  $\mu$  (см. пример 4.1).

Нам уже известно, что дисперсия  $D[T]$  максимальна при минимальных значениях  $\lambda$  и  $\mu$ . Минимальными значениями, не противоречащими опытным данным, очевидно, являются  $\mu=0,590$  1/ч и связанные с ним через соотношение (4.10) значения  $\lambda$  ( $1300=-1,57 \cdot 10^{-2}$  1/ч) и  $\lambda$  ( $650=2,25 \cdot 10^{-2}$  1/ч).

Формула для дисперсии теперь снова имеет вид (4.11). Подставляя в нее численные значения, получаем

$$D(1300)=111992; D(650)=20174.$$

Отсюда новая система уравнений:

$$1300 + u_\alpha \sqrt{111992} = C, \quad (4.46)$$

$$750 + u_{1-\beta} \sqrt{20174} = C. \quad (4.47)$$

Считая  $\alpha=\beta$  и  $u_\alpha=-u_{1-\beta}$ , имеем

$$C^*=843, u_{1-\beta}=-u_\alpha=1,364, \alpha=\beta=0,086.$$

Точечная оценка функции  $T(\hat{\lambda}, \hat{\mu})$  равна  $T^*=960$  ч, т. е.  $T^*>C^*$ . Таким образом, изделие принимается, и это решение принято с риском заказчика  $\beta=0,086$ .

**Контроль ПН, убывающих с повышением надежности.** Примером таких ПН является  $\lambda$ , контроль которой строится на критерии, обратном (4.13), (4.14):

$$R^* \leq C — приемка, \quad (4.48)$$

$$R^* > C — браковка. \quad (4.49)$$

Это отличие приводит к изменению исходной системы уравнений: вместо (4.17), (4.18) должно быть

$$F(C, R_1, V) = \beta, \quad (4.50)$$

$$F(C, R_0, V) = 1 - \alpha. \quad (4.51)$$

**Контроль сравнением точечной оценки и заданного значения показателя.** Как указывалось в § 2.3, при больших объемах испытаний допустимо применять в качестве оценочного норматива заданное значение показателя  $R_{\text{треб}}$ , не используя  $R_0$  и  $R_1$ . Очевидно, что уровни  $R_0$  и  $R_1$  при определенных рисках  $\alpha$  и  $\beta$  существуют всегда (просто как точки оперативной характеристики испытаний).

Приведенные примеры показывают, что  $C$  при  $\alpha=\beta$  лежит примерно посередине между заданными  $R_0$  и  $R_1$ , поэтому следует ожидать, что при  $\alpha=\beta$  и  $C=R_{\text{треб}}$   $R_0$  и  $R_1$  размещаются примерно симметрично по обе стороны от  $R_{\text{треб}}$ . При большом объеме испытаний, когда  $R_0$  и  $R_1$  заведомо близки к  $R_{\text{треб}}$ , уточнять их значения нет смысла, и тогда вся процедура планирования испытаний отпадает. Таким образом, разработка весьма сложных строгих методов контроля надежности неожиданно подтвердила право на существование самого старого и притом простейшего метода. Условие его при-

менимости (большой объем) выполняется не так уж редко, в частности, оно выполняется, когда оценка надежности проводится в ходе эксплуатации, где периоды сбора статистики исчисляются кварталами и годами.

Однако при любом объеме испытаний можно выбрать уровни  $R_0$  и  $R_1$ , специально имея в виду обеспечение равенства  $C=R_{\text{треб}}$ . Такой подход легко осуществляется применительно к наработке на отказ  $T$ .

Рассмотрим два варианта постановки задачи.

*Вариант 1.* Задан уровень надежности  $T_{\text{треб}}$ , риски  $\alpha$  и  $\beta$  и отношение  $T_0/T_1$ . Требуется определить приемочный и браковочный уровни так, чтобы при одноступенчатом контроле оценочный норматив  $C$  был равен  $T_{\text{треб}}$ .

Решение.

Уравнения для рисков

$$\alpha = P \{T^* < C \mid T=T_0\}, \quad (4.52)$$

$$\beta = P \{T^* \geq C \mid T=T_1\} \quad (4.53)$$

преобразуем к виду

$$\alpha = P \left\{ \frac{2rT^*}{T} < \frac{2rC}{T} \mid \begin{array}{l} T=T_0 \\ C=T_{\text{треб}} \end{array} \right\} = P \left\{ \frac{2rT^*}{T_0} < \frac{2rT_{\text{треб}}}{T_0} \right\}, \quad (4.54)$$

$$1 - \beta = P \left\{ \frac{2rT^*}{T} < \frac{2rC}{T} \mid \begin{array}{l} T=T_1 \\ C=T_{\text{треб}} \end{array} \right\} = P \left\{ \frac{2rT^*}{T_1} < \frac{2rT_{\text{треб}}}{T_1} \right\}. \quad (4.55)$$

Поскольку случайная величина  $2rT^*/T$  имеет  $\chi^2$ -распределение, уравнениям (4.54) и (4.55) соответствуют уравнения для квантилей

$$\chi^2_\alpha(2r) = 2rT_{\text{треб}}/T_0, \quad (4.56)$$

$$\chi^2_{1-\beta}(2r) = 2rT_{\text{треб}}/T_1, \quad (4.57)$$

из которых следуют соотношения, определяющие величину приемочного и браковочного уровней:

$$T_0 = 2rT_{\text{треб}}/\chi^2_\alpha(2r), \quad (4.58)$$

$$T_1 = 2rT_{\text{треб}}/\chi^2_{1-\beta}(2r). \quad (4.59)$$

Количество отказов  $r$  определяется с использованием квантилей  $\chi^2$ -распределения из соотношения

$$\frac{T_0}{T_1} = \frac{\chi^2_{1-\beta}(2r)}{\chi^2_\alpha(2r)}. \quad (4.60)$$

При этом предполагается план испытаний  $r=\text{const}$ .

*Вариант 2.* Требуется определить уровни  $T_0$  и  $T_1$ , если задан уровень  $T_{\text{треб}}$ , риски  $\alpha$  и  $\beta$  и объем испытаний в виде:

а)  $r=\text{const}$ ; б)  $t_i=\text{const}$  ( $t_i$  — продолжительность испытаний).

Решение.

Исходные уравнения остаются без изменений. В случае а) уровни  $T_0$  и  $T_1$  вычисляются по формулам (4.58) и (4.59), уравнение (4.60) не используется. В случае б) используем формулу для оценки наработки до  $r$ -го отказа

$$t_i = \chi^2_\alpha(2r) T_0 / 2 \quad (4.61)$$

и уравнение (4.56), из которых получим соотношение для определения числа  $r$ :

$$r = t_i / T_{\text{треб}}.$$

Зная  $r$ , по формулам (4.58) и (4.59) вычислим уровни  $T_0$  и  $T_1$ .

#### 4.3. Контрольные испытания. Одноступенчатый контроль с помощью доверительных границ

Предлагаемый в данной главе метод контрольных испытаний использует для приемки и браковки вместо оценочного норматива  $C$  границы доверительного интервала  $\underline{R}$  и  $\bar{R}$ . Метод очень удобен при испытаниях опытных образцов сложных систем, так как позволяет в ряде случаев обходиться без предварительного планирования объема испытаний путем «приспособления» методики испытаний к имеющемуся объему. Когда приемочный и браковочный уровни  $R_0$  и  $R_1$  не заданы заранее, метод существенно облегчает их выбор на этапе испытаний. Кроме того, он удобен при совмещении контрольных испытаний с определительными, где оценка доверительных границ является самостоятельной важной задачей. Основным же его достоинством является то, что он позволяет не только принять или забраковать изделие, но и определить реальный (апостериорный) риск в зависимости от результатов эксперимента, в то время как все другие методы только ограничивают риски заданными величинами.

**Постановка задачи.** Будем считать, что объем испытаний фиксирован, не уточняя пока, как он был выбран. Известен способ вычисления доверительных границ  $\underline{R}$

и  $\underline{R}$  для заданного показателя  $R$  с любыми доверительными вероятностями  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ . Требуется найти решающее правило, позволяющее сделать вывод о приемке или браковке изделия на основе доверительных границ и обеспечивающее заданные риски  $\alpha$  и  $\beta$  при заданных уровнях  $R_0$  и  $R_1$ .

**Решение задачи.** Пусть условия приемки и браковки формулируются неравенствами

$$\underline{R}(R^*, V) \geq R_1, \bar{R}(R^*, V) > R_0 \text{ — условие приемки,} \quad (4.62)$$

$$\bar{R}(R^*, V) \leq R_0, \underline{R}(R^*, V) < R_1 \text{ — условия браковки,} \quad (4.63)$$

где  $R^*$  — результат (исход) испытаний, т. е. полученная точечная оценка показателя  $R$ ;  $\underline{R}$ ,  $\bar{R}$  — нижняя и верхняя односторонние доверительные границы, определенные с доверительными вероятностями  $\gamma_2$  и  $\gamma_1$  соответственно.

Фактически условие приемки означает, что доверительный интервал  $[\underline{R}, \bar{R}]$  целиком смешен вверх по отношению к интервалу  $[R_1, R_0]$ , тогда как условие браковки соответствует его смещению вниз. Отметим, что два других возможных исхода испытаний — интервал  $[\underline{R}, \bar{R}]$  весь внутри заданного  $[R_1, R_0]$  или накрывает его — не позволяют принять решения.

Необходимо установить, существуют ли значения  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ , обеспечивающие заданные риски  $\alpha$  и  $\beta$  при критериях приемки и браковки (4.62) и (4.63).

Риск поставщика  $\alpha$  по определению есть вероятность выполнения условия браковки при уровне надежности изделия, равном  $R_0$ . В рассматриваемом случае это определение записывается так:

$$\alpha = P\{\bar{R}(R^*, V) \leq R_0 |_{R=R_0}, \underline{R}(R^*, V) < R_1 |_{R=R_0}\}. \quad (4.64)$$

Поскольку вероятность совместного осуществления двух событий не может быть больше вероятности любого из них, справедливо неравенство

$$\alpha \leq P\{\bar{R}(R^*, V) \leq R_0 |_{R=R_0}\}, \quad (4.65)$$

которое, очевидно, эквивалентно

$$\alpha \leq P\{\bar{R}(R^*, V) \leq R\}. \quad (4.66)$$

Согласно определению доверительной границы  $\bar{R}$

$$P\{\bar{R}(R^*, V) \leq R\} = \gamma_1. \quad (4.67)$$

Подставляя (4.67) в (4.66), получаем

$$\alpha \leq 1 - P\{\bar{R}(R^*, V) \leq R\} = 1 - \gamma_1. \quad (4.68)$$

Аналогично запишем определения риска потребителя  $\beta$  и нижней доверительной границы  $\underline{R}$ :

$$\begin{aligned} \beta &= P\{\underline{R}(R^*, V) \geq R_1 |_{R=R_1}, \bar{R}(R^*, V) > R_0 |_{R=R_1}\} \leq \\ &\leq P\{\underline{R}(R^*, V) \geq R_1 |_{R=R_1}\} = P\{\underline{R}(R^*, V) \geq R\}, \end{aligned} \quad (4.69)$$

$$P\{\underline{R}(R^*, V) \geq R\} = \gamma_2. \quad (4.70)$$

Подставляя (4.70) в (4.69), получаем

$$\beta \leq 1 - \gamma_2. \quad (4.71)$$

Таким образом, для того чтобы обеспечить заданные риски  $\alpha$  и  $\beta$  при предложенных условиях приемки и браковки, достаточно определить границы доверительного интервала со следующими доверительными вероятностями:  $\underline{R}$  — с вероятностью  $1 - \beta$ ,  $\bar{R}$  — с вероятностью  $1 - \alpha$ .

Мы рассмотрели два из четырех возможных исходов испытаний. Как видно из дальнейшего, при определенных условиях исключаются те два исхода, при которых нет возможности вынести решение, т. е. интервал  $[\underline{R}, \bar{R}]$  уже не может попасть целиком внутрь  $[R_1, R_0]$  или накрыть его. Обеспечить выполнение таких условий можно двумя путями: планированием объема испытаний и корректировкой требований к точности (достоверности) оценки в конце испытаний (испытания без плана).

*Планирование испытаний* в данном случае — это отыскание такого минимального объема испытаний  $V$ , при котором независимо от исхода испытаний  $R^*$  выполняется одно и только одно из условий приемки и браковки. Воспользуемся важным свойством доверительных границ показателей надежности, относящимся, по-видимому, ко всем ПН при любых методах испыта-

ний, — монотонностью. Будем считать, что  $R(R^*, V)$  и  $\bar{R}(R^*, V)$  монотонны по обоим аргументам: обе функции возрастают с увеличением  $R^*$  и приближаются к  $R^*$  с увеличением  $V$ . При таком (очень слабом) ограничении покажем, что если для некоторого исхода испытаний  $R^{**}$  при некотором фиксированном объеме  $V^*$  имеет место

$$R(R^{**}, V^*) = R_1 \quad (4.72)$$

$$\bar{R}(R^{**}, V^*) = R_0. \quad (4.73)$$

то при всех прочих  $R^*$  выполняется одно и только одно из соотношений (4.62), (4.63). Действительно, при  $R^* > R^{**}$  в силу монотонности  $R$  и  $\bar{R}$  выполняется только (4.62), а при  $R^* < R^{**}$  — только (4.63).

Докажем, что  $V^*$  — это минимальный объем. Действительно, при любом меньшем объеме  $V < V^*$  по крайней мере при одном исходе испытаний  $R^* = R^{**}$  не выполнялось бы ни (4.62), ни (4.63) — границы  $R$  и  $\bar{R}$  раздвинулись бы вниз и вверх от  $R_1$  и  $R_0$  соответственно. При увеличении  $V$  также не выполняется ни (4.62), ни (4.63) — границы сдвигаются внутрь интервала  $[R_1, R_0]$ . Таким образом, существует только одно значение  $V$ , удовлетворяющее поставленным требованиям, и его следует определять решением системы из двух уравнений (4.72), (4.73).

Решением данной системы определяется также значение  $R^{**}$ , которое в предлагаемом методе не используется. Однако его можно было бы использовать как оценочный норматив  $C$  для  $R^*$  в обычном виде (4.13), (4.14). Мы уже видели, что при  $V = V^*$  и  $R^* > R^{**}$  непременно выполняется условие приемки (4.62), а при  $R^* < R^{**}$  — условие браковки (4.63). В таком виде метод полностью идентичен описанному в § 4.2, но тогда  $V^*$  и  $R^{**}$  должны быть равны  $V^*$  и  $C^*$ , определенным из системы уравнений (4.17), (4.18). Покажем, что это действительно так.

Построим доверительную область в координатах  $R$  (истинное значение ПН) и  $\bar{R}$  (оценка ПН на испытаниях), как описано в § 4.1. Доверительные границы  $R$  и  $\bar{R}$  равны абсциссам точек пересечения прямой  $R = \bar{R}^*$  с кривыми  $L_1$  и  $L_2$ . При планировании (4.72), (4.73) абсциссы точек пересечения равны  $R_1$  и  $R_0$ , причем  $\gamma_1 = 1 - \alpha$  и  $\gamma_2 = 1 - \beta$ . Ординаты этих точек есть кван-

тили функции распределения  $F[\bar{R}]$ , вычисленные при одинаковом объеме  $V$  в предположении истинной надежности изделия  $R = R_1$  и  $\bar{R} = R_0$  и притом равные между собой. Это записывается так:

$$F(y, R_1, V) = 1 - \beta, \quad (4.74)$$

$$F(y, R_0, V) = \alpha, \quad (4.75)$$

что полностью эквивалентно (4.17), (4.18), с той разницей, что переменная  $y$  там обозначалась  $C$  (она с самого начала имела физический смысл оценочного норматива). Решение  $R^{**}, V^*$  системы (4.74), (4.75), очевидно, есть решение  $C^*, V^*$  системы (4.17), (4.18).

Что касается изменения функций распределения  $F[\bar{R}]$  при одном и том же значении  $R$ , но различных сочетаниях  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ , соответствующих этому значению, то здесь остается в силе прием, описанный в § 4.2, т. е. применение наихудших сочетаний. Это соответствует наиболее широким доверительным границам и завышенному объему испытаний, т. е. наиболее осторожной оценке.

*Испытания без плана* нередко встречаются при контроле надежности опытных образцов и почти всегда — при контроле надежности в ходе эксплуатации. Очень важным достоинством контроля по доверительным границам является то, что критерии приемки и браковки применимы при любых объемах испытаний, а не только при запланированном  $V$ . Действительно, если в конце испытаний было выполнено одно из условий (4.62), (4.63), то можно принимать решение о приемке (браковке), причем риск ошибочного решения гарантировается (не более  $1 - \gamma_1, 1 - \gamma_2$ ) независимо от значения  $V$ . Следовательно, планирование здесь не так уж необходимо. Напомним для сравнения, что при обычном одноступенчатом контроле при завышенном  $V$  ( $V > V^*$ ) решение принять невозможно, а при недостаточном  $V$  ( $V < V^*$ ) только в некоторых случаях возможно решение о браковке.

Роль планирования при данном методе, как указывалось, сводится к тому, чтобы обеспечить к концу испытаний выполнение одного из условий (4.62), (4.63). Если же испытания не планировать, то к концу испытаний может не выполниться ни одно из них. В этом случае можно применить корректировку требуемой точ-

ности или достоверности решения  $(R_0, R_1, \alpha, \beta)$ . На практике удобнее менять риски  $\alpha$  и  $\beta$ . Если в конце испытаний  $R > R_1$  и  $\bar{R} < R_0$  (объем больше требуемого, интервал  $[R, \bar{R}]$  внутри  $[R_1, R_0]$ ), риски следует уменьшить. Тогда доверительные вероятности  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  возрастут и доверительные границы раздвинутся. Если  $R < R_1$  и  $\bar{R} > R_0$  (объем недостаточен, интервал  $[R, \bar{R}]$  накрывает  $[R_1, R_0]$ ), риски следует увеличить. Очевидно, всегда можно подобрать такие значения рисков, чтобы выполнялось одно из условий (4.62), (4.63), поскольку вероятность точного совпадения  $R = R_1$  и  $\bar{R} = R_0$  равна нулю (интервал  $[R, \bar{R}]$  наверняка как-то смещен относительно  $[R_1, R_0]$ ). Как указывалось в § 4.2, некоторое изменение рисков вполне допустимо, если только менять  $\alpha$  и  $\beta$  одинаково, не ущемляя ничьих интересов.

**Другая постановка задачи.** Если вообще выбирать риски не заранее, а в конце испытаний, то описанная процедура может рассматриваться как решение задачи в несколько иной постановке, а именно: с какими рисками можно принять или забраковать изделие при данном результате испытаний? При такой постановке по окончании испытаний  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  подбираются так, чтобы при  $\gamma_1 = \gamma_2$  доверительный интервал  $[R, \bar{R}]$  одной границей выходил за  $[R_1, R_0]$ , а другой совпадал с  $R_1$  или  $R_0$ , т. е. чтобы выполнялось равенство  $R = R_1$  при  $\bar{R} > R_0$  или  $\bar{R} = R_0$  при  $\bar{R} < R_1$ .

В первом случае изделие принимается, и согласно (4.69)–(4.71) можно утверждать, что изделие с истинной надежностью  $R = R_1$  при таких результатах испытаний было бы принято с вероятностью  $\beta$ , не превышающей  $1 - \gamma_2$ . Во втором случае изделие бракуется, причем риск  $\alpha \leq 1 - \gamma_1$ .

Такие риски естественно называть апостериорными в отличие от априорных — обычных рисков, не зависящих от результатов эксперимента.

Если испытания заранее спланированы согласно (4.72), (4.73), то, очевидно, апостериорные риски могут быть только меньше априорных. Вероятности  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  будут, очевидно, наибольшими из всех, при которых положение доверительного интервала по отношению к  $R_0$  и  $R_1$  позволяет принять решение. Они не обязательно должны быть равными, но соотношение между ними должно быть согласовано поставщиком и потребителем.

При всех способах контроля надежности вероятность ошибочных решений тем меньше, чем больше реальная надежность отличается от требуемой. Однако только при данной процедуре это уменьшение оценено количественно. Разумеется, мы предполагаем, что объем испытаний не слишком мал, иначе потребуется увеличение рисков до неприемлемых значений. Если это все же случится, то в конце испытаний придется сделать вывод о том, что объем испытаний был недостаточен для принятия решения о соответствии изделия требованиям по надежности.

**Контроль при одном заданном значении ПН.** На практике обычно задают в ТЗ только одно значение показателя  $R_{\text{треб}}$ , не указывая приемочного и бракового уровней. Последние выбираются позже, на этапе разработки и согласования программы испытаний. Проблема рационального выбора  $R_0$  и  $R_1$  достаточно сложна, но контроль по доверительным границам может существенно упростить ее. Для этого следует перенести выбор  $R_0$  и  $R_1$  на конец испытаний, которые, естественно, занимают все выделенное время и используют статистику со всех образцов.

В конце испытаний выбираются  $\alpha$  и  $\beta$ , определяются  $R$  и  $\bar{R}$ . Далее возможны следующие решения:

- а) если  $R \geq R_{\text{треб}}$ , изделие принимается,
- б) если  $\bar{R} \leq R_{\text{треб}}$ , изделие бракуется,
- в) если  $R < R_{\text{треб}} < \bar{R}$ , то испытательная комиссия решает вопрос, нельзя ли использовать  $R$  в качестве  $R_1$ , а  $\bar{R}$  в качестве  $R_0$ . Иначе говоря, является ли уровень  $R$  таким, что при этом уровне надежности изделие может быть принято с вероятностью  $\beta$ ? Является ли уровень  $\bar{R}$  таким, что при этом уровне надежности изделие должно приниматься с вероятностью  $1 - \alpha$ ? Если комиссией решено, что  $R_1 > R$  и  $R_0 > \bar{R}$ , изделие бракуется. Если решено, что  $R_1 < R$  и  $R_0 < \bar{R}$ , оно принимается. В обоих случаях уровни  $R_1$  и  $R_0$  можно не устанавливать, достаточно только решить, лежат они выше или ниже доверительных границ;

г) если решения а)–в) невозможны, следует попробовать изменить риски и применить вариант в);

д) если изменение рисков также не позволяет принять решение, следует сделать вывод, что объем испытаний недостаточен для контроля надежности с приемлемой точностью и достоверностью.

Отметим, что решения такого типа возможны и при испытаниях серийных изделий, но более реальны они при испытаниях опытных образцов, где работают достаточно квалифицированные и полномочные комиссии.

#### 4.4. Контрольные испытания. Последовательный метод

Рассмотрим испытания типа последовательного контроля, применение которого позволяет рассчитывать на серьезное сокращение объема испытаний (в среднем) по сравнению с одноступенчатым контролем. Применительно к показателям — функциям многих переменных оказалось возможным разработать метод последовательного контроля, аналогичный классическому методу Вальда [3].

**Постановка задачи.** Требуется найти некоторое правило, которым следует руководствоваться на каждой  $m$ -й стадии эксперимента (в момент  $t_m$  при объеме  $V_m$ ) при принятии одного из трех решений: приемка изделия; браковка; продолжение испытаний. Моменты  $t_m$  могут быть как угодно близкими. На каждой стадии первичным результатом эксперимента является статистика по надежности изделия (компонентов изделия), накопленная к моменту  $t_m$ : данные о наработке (наработках), количество отказов, времена восстановления и т. д. Зависимость  $R(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$  известна. Значения  $R_0$ ,  $R_1$ ,  $\alpha$  и  $\beta$  заданы. Как обычно, будем обозначать через  $\hat{R}_m$  случайное значение точечной оценки ПН изделия (выборочного показателя), которое может иметь место на  $m$ -й стадии испытаний, и через  $R^*_{m*}$  — реальное частное значение этой оценки, фактически зафиксированное на  $m$ -й стадии. Оценка вычисляется подстановкой в формулу  $R(\theta_i)$  оценок параметров  $\hat{\theta}_{im}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Предлагаемое решающее правило использует значение  $\hat{R}^*_{m*}$ , полученное на  $m$ -й стадии:

$$R^*_{m*} = R(\hat{\theta}^*_{1m}, \hat{\theta}^*_{2m}, \dots, \hat{\theta}^*_{nm}), \quad (4.76)$$

где  $\hat{\theta}^*_{1m}, \hat{\theta}^*_{2m}, \dots, \hat{\theta}^*_{nm}$  — оценки параметров  $\theta_i$ , полученные по статистике, имеющейся к моменту  $t_m$ .

Очевидно, что в момент  $t_m$  суммируется и статистика, накопленная к моментам  $t_1, t_2, \dots, t_{m-1}$ . Поэтому «вторичные» результаты эксперимента, т. е. выборочные значения  $\hat{R}_1, \hat{R}_2, \dots, \hat{R}_m$ , существенно зависят, причем

каждое последующее точнее предыдущего. Если испытывается несколько изделий, то исходная статистика суммируется. Непосредственно применить результаты [3] здесь нельзя, так как там рассматривался главным образом случай независимых наблюдений и отчасти — случай зависимых (см. [3], § 3.2), но никак не объединяемых наблюдений. Поэтому основные рассуждения Вальда для нашей задачи необходимо повторить с самого начала, чтобы выяснить, каким образом можно применять их для таких испытаний.

**Решение задачи.** Пусть

$$f(\hat{R}_m) = P\{\hat{R}_m < y |_{R, V_m}\} = f(y, R, V_m)$$

— функция плотности распределения выборочной оценки  $\hat{R}_m$ ; очевидно, эта функция зависит и от момента  $t_m$ . Будем рассматривать непрерывные распределения как наиболее распространенный случай, однако это не является ограничением. Обозначим через  $R_0$  и  $R_1$  гипотезы о том, что истинное значение контролируемого показателя равно приемочному либо браковочному уровню. Следовательно, распределение  $\hat{R}_m$  задается выражением  $f(y, R_0, V_m)$ , когда справедлива гипотеза  $R_0$ , и выражением  $f(y, R_1, V_m)$ , когда справедлива  $R_1$ .

Для проверки гипотезы  $R_0$  относительно  $R_1$  выберем две величины  $A$  и  $B$  ( $A > B > 0$ ). На каждой стадии эксперимента, получив оценку  $\hat{R}^*_{m*}$ , будем вычислять отношение вероятностей  $f(R^*_{m*}, R_1, V_m)/f(R^*_{m*}, R_0, V_m)$ . Если

$$f(R^*_{m*}, R_1, V_m)/f(R^*_{m*}, R_0, V_m) \leq B, \quad (4.77)$$

то будем принимать гипотезу  $R_0$ . Если

$$f(R^*_{m*}, R_1, V_m)/f(R^*_{m*}, R_0, V_m) \geq A, \quad (4.78)$$

то будем принимать гипотезу  $R_1$ . Если же

$$A > f(R^*_{m*}, R_1, V_m)/f(R^*_{m*}, R_0, V_m) > B, \quad (4.79)$$

то будем продолжать эксперимент и проводить дополнительные наблюдения.

Постоянные  $A$  и  $B$  должны быть определены так, чтобы при гипотезах  $R_0$  и  $R_1$  обеспечивались заданные риски  $\alpha$  и  $\beta$ . Рассмотрим условие (4.77). Оно обеспечивает в случае приемки соотношение  $Bf(R^*_{m*}, R_0, V) \geq f(R^*_{m*}, R_1, V_m)$ . Величина  $f(R^*_{m*}, R_1, V_m)$  здесь равна

условной (при условии  $R_1, V_m$ ) вероятности такого исхода испытаний  $R^*_m$ , при котором изделие принимается. По определению эта вероятность есть риск заказчика, а по условию задачи требуется, чтобы он был равен  $\beta$ . Величина  $f(R^*_m, R_0, V_m)$  при этом равна вероятности приемки изделия, когда верна гипотеза  $R_0$ . Если процесс рано или поздно окончится, то вероятности приемки и браковки в сумме равны 1, и тогда  $f(R^*_m, R_0, V_m) = 1 - \alpha$ . Ниже будет показано, что в большинстве случаев процесс действительно оканчивается с вероятностью 1. Таким образом, получаем оценку для  $B$ :

$$B \geq \beta(1 - \alpha). \quad (4.80)$$

Аналогично из условия браковки (4.68) получаем оценку для  $A$ :

$$A \leq (1 - \beta)/\alpha. \quad (4.81)$$

Как показано в [3], на практике всегда можно использовать вместо  $A$  и  $B$  только что полученные оценки (4.80) и (4.81), а в случае, когда возможны непрерывные наблюдения, неравенства (4.77), (4.78), а вслед за ними и (4.80), (4.81) вообще обращаются в равенства. Рассматриваемые испытания как раз близки к последнему случаю, так как здесь в число наблюдений обычно входит наработка изделия, как правило, непрерывная величина.

В отличие от [3] в рассматриваемом случае дело осложняется неоднозначностью функции  $f(y, R, V_m)$  при различных сочетаниях параметров  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ . Чтобы учесть это обстоятельство, в неравенствах (4.77), (4.78) следует применять крайние значения  $f(R^*_m, R, V_m)$ , соответствующие наихудшим сочетаниям параметров. Тогда условие приемки должно записываться так:

$$\sup_{\omega_1} f(R^*_m, R_1, V_m) / \inf_{\omega_0} f(R^*_m, R_0, V_m) \leq \beta/(1 - \alpha), \quad (4.82)$$

а условие браковки

$$\inf_{\omega_1} f(V^*_m, R_1, V_m) / \sup_{\omega_0} f(R^*_m, R_0, V_m) \geq (1 - \beta)/\alpha, \quad (4.83)$$

где  $\omega_1$  — область возможных сочетаний параметров  $\theta_i$ , соответствующих  $R=R_1$ ;  $\omega_0$  — то же для  $R=R_0$ .

Очевидно, этот прием должен приводить к увеличению объема наблюдений по сравнению с минимально необходимым, однако это увеличение в большинстве

случаев должно намного перекрываться той экономией, которую обеспечивает применение данного метода.

Вернемся к вопросу о вероятности того, что процесс рано или поздно окончится. Легко показать, что она равна 1, если функция  $f(y, R, V_m)$  хотя бы асимптотически приближается к плотности нормального распределения. Действительно, при этом  $\lim_{m \rightarrow \infty} f(y, R_0, V_m) = 1$  в непосредственной близости от точки  $y=R_0$  и  $\lim_{m \rightarrow \infty} f(y, R_0, V_m) = 0$  в остальных точках (распределение стягивается к точке  $y=R_0$ ). В то же время  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(y, R_1, V_m) = 1$  около точки  $R_1$  и  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(y, R_1, V_m) = 0$  в остальных точках. Таким образом, для значений  $R^*_m$  в окрестности точки  $y=R_0$  отношение вероятностей  $f(R^*_m, R_1, V_m) / f(R^*_m, R_0, V_m)$  по мере увеличения  $m$  рано или поздно станет меньше любой наперед заданной величины, и для них будет выполнено условие приемки. Аналогично для значений  $R^*_m$ , близких к точке  $y=R_1$ , отношение вероятностей рано или поздно превысит любую заданную величину, и для них будет выполнено условие браковки. В то же время вероятность исходов испытаний  $R^*_m$ , лежащих далеко от  $R_1$  и  $R_0$ , где о величине отношения вероятностей трудно судить, стремится к нулю как при гипотезе  $R_1$ , так и при гипотезе  $R_0$ . Иными словами, при бесконечном объеме испытаний возможны только результаты, бесконечно близкие к  $R^*_m=R_0$  или  $R^*_m=R_1$ , где заведомо выполняются условия приемки или браковки соответственно.

Нетрудно видеть, что, как и при одноступенчатом контроле, смещение оценки не влияет на результат.

**Планирование испытаний.** При последовательном контроле планирование направлено лишь на то, чтобы упростить сам процесс испытаний. Для этого целесообразно заранее определить зоны приемки, браковки и продолжения испытаний в пространстве  $t_m$  (или  $V_m$ ),  $R_m$ . Тогда на каждой стадии опыта потребуется вычислять только значение  $R^*_m$  и наносить его на график, а решение будет определяться в зависимости от того, в какую область попадет наносимая точка. Исходя из (4.77) точки границы зоны приемки  $R_{m \text{ пр}}$  должны удовлетворять соотношению

$$\beta f(R_{m \text{ пр}}, R_0, V_m) = (1 - \alpha) f(R_{m \text{ пр}}, R_1, V_m). \quad (4.84)$$

Очевидно, что для всех одновершинных распределений выше этой границы (т. е. в области  $\hat{R}_m > R_{m\text{бр}}$ ) условие приемки будет выполнено (см. рис. 4.5).

Точно так же, исходя из (4.78), можно записать для границы зоны браковки  $R_{m\text{бр}}$ :

$$\alpha f(R_{m\text{бр}}, R_1, V_m) = \\ = (1-\beta) f(R_{m\text{бр}}, R_0, V_m). \quad (4.85)$$

В соотношениях (4.84), (4.85) переменную  $V_m$  можно заменить переменной  $t_m$ , так как они однозначно связаны. Таким образом, (4.84) и (4.85) представляют собой уравнения некоторых кривых на плоскости  $V_m, R_m$  или  $t_m, R_m$ , разделяющих область возможных исходов испытаний на три зоны: приемки, браковки и продолжения испытаний.

*Ограничение (усечение) испытаний* может производиться, по-видимому, как обычно, методом одноступенчатого контроля [3], т. е. в данном случае — методом, описанным в § 4.2 или 4.3.

Примером применения последовательного метода является построение зон приемки и браковки для  $K_r$ , описанное в приложении 2. Усечение зон в этом случае следует производить с помощью таблиц планов одноступенчатого контроля  $K_r$ , приводимых в приложении 1.

#### 4.5. Упрощенные методы контроля надежности сложных изделий при серийном производстве

Как уже упоминалось, при испытаниях серийно выпускаемых изделий первостепенной задачей является сокращение объема испытаний. Кроме того, существенное значение имеют чисто методические упрощения, позволяющие заводскому персоналу проводить испытания без привлечения высококвалифицированных специалистов-математиков, по возможности без ЭВМ, без сложных специальных экспериментов и т. д. Ниже перечисляются возможные пути решения этих задач.

*Применение РЭМ* остается одним из наиболее реальных и эффективных методов ускоренных испытаний и для серийных изделий с резервом. Однако здесь воз-

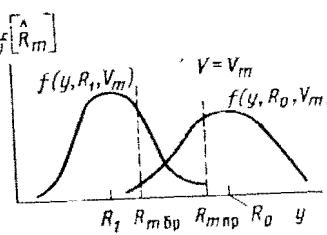


Рис. 4.5

можны серьезные упрощения. Действительно, при испытаниях серийного изделия главная цель — проверить те факторы, которые зависят от завода-изготовителя. Можно не проверять, например, показатели системы контроля и перехода на резерв, определяемые конструкцией, схемами и т. п., но не технологией и не качеством изготовления. То же относится и ко времени восстановления с тем дополнением, что на это время влияет еще и квалификация обслуживающего персонала, которая при испытаниях на заводе может только исказить результат по сравнению с эксплуатационными условиями. Естественно привлечь для оценки этих показателей статистику, накопленную во время испытаний опытных образцов, в ходе эксплуатации предыдущих экземпляров изделия или из других (достоверных) источников. Тогда можно считать, что указанные показатели известны, и на испытаниях серийных изделий их не определять. В формулы для планирования испытаний (формулы доверительных границ, дисперсии  $D[\hat{R}]$  и т. д.) должны входить параметры, характеризующие погрешность имеющихся оценок таких показателей. Например, если применяется нормальное приближение, а  $D[\hat{R}]$  вычисляется методом линеаризации, то в формулы для планирования должны входить постоянные слагаемые вида  $(\partial\hat{R}/\partial\theta_i)^2 \times D[\hat{\theta}_i]$ . Если имеющаяся статистика достаточно велика, то этими слагаемыми можно вообще пренебречь из-за малости  $D[\hat{\theta}_i]$ . Это эквивалентно знанию точного значения  $\theta_i$ .

Описанный прием помимо того, что он снимает с завода-изготовителя ответственность за не зависящие от последнего характеристики, существенно упрощает процесс испытаний. В тех же случаях, когда имеющаяся по этим характеристикам статистика настолько велика, что их можно считать известными точно, упрощается и процесс разработки методики. Это связано с тем, что все известные параметры в выражении  $R(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$  становятся постоянными коэффициентами. Если, например, применяется линеаризация, то отпадает необходимость вычислять производные по этим параметрам.

*Метод эквивалентной схемы* применяется как метод ускоренных испытаний для изделий с резервом, состоящих из однотипных блоков (устройств). Суть его состоит в том, что изделие из  $n$  основных и  $m$  резервных

блоков с интенсивностью отказов каждого блока  $\lambda$  рассматривается на испытаниях как последовательная цепочка из  $m+n$  блоков с интенсивностью отказов  $\Lambda = \lambda(m+n)$ . Очевидно, что при оценке такой цепочки учитываются отказы всех блоков, как основных, так и резервных. Все остальные параметры, входящие в формулы резервирования, считаются известными. При этом очевидно, что показатель надежности изделия  $R$  однозначно определяется величиной  $\Lambda$ . Поэтому нетрудно пересчитать уровни  $R_0$  и  $R_1$  в соответствующие уровни  $\Lambda_0$  и  $\Lambda_1$ , и все испытания сводятся к контролю величины  $\Lambda$  общепринятыми методами. Риски при этом не меняются. Данный метод использует ту же статистику, что и обычный РЭМ, поэтому сокращение объема испытаний здесь такое же, однако сама испытательная процедура предельно проста — суммируются все отказы.

Следует отметить, что такое упрощение неприменимо к изделиям, состоящим из разнотипных блоков. В последовательной эквивалентной схеме влияние всех блоков на общую надежность схемы одинаково, тогда как в реальном изделии оно различно. Поэтому в эквивалентной схеме снижение надежности более важных устройств может компенсироваться повышением надежности второстепенных, и контроль цепочки по показателю  $\Lambda$  не может заменить контроля по показателю  $R$ .

Учет *предшествующей информации* является перспективным способом сокращения объема испытаний в условиях серийного производства. Известно несколько вариантов учета этой информации.

а. Сложение уже имеющейся статистики со статистикой, полученной в ходе испытаний. Если до испытаний статистика имеется только по отдельным компонентам изделия, то после сложения наработки этих компонентов заведомо будут большие остальных. Следовательно, контроль надежности изделия должен проводиться с помощью РЭМ.

б. Сложение статистики по группе из  $N$  последовательно выпускаемых изделий. Выводы, сделанные по этой статистике, относятся ко всей группе. Методы испытаний выбираются исходя из ПН и специфики изделия. Основной проблемой здесь является организация возврата или доработки первых изделий забракованных групп: как правило, к моменту окончания испытаний последних изделий первые будут уже отправлены по-

потребителю. График может быть скользящим: каждое очередное изделие объединяется с  $N-1$  предыдущими.

в. Корректировка точности или достоверности контроля в зависимости от результатов предыдущих испытаний. Если в течение достаточно длительного периода производство выпускает изделия, соответствующие требованиям, то можно пойти на то или иное ослабление контроля. Проще всего менять риски по договоренности между поставщиком и потребителем, т. е. так же, как они устанавливаются первоначально. Однако существует ряд процедур, предписывающих менять риски (или непосредственно планы контроля) таким образом, чтобы обеспечивалась оптимальность по тому или иному определенному критерию (работы Ф. И. Кузьмина, М. И. Лондера, Б. Г. Азарова). Однако известные варианты таких процедур применимы только к ПН — функциям одной переменной.

#### Выводы

Таким образом, для сложных изделий существуют достаточно общие, хотя зачастую лишь приближенные методы как определительных, так и контрольных испытаний. В числе последних имеется, как обычно, одноступенчатый и последовательный контроль, включающий в себя известные методы [3, 5, 6] как частный случай при показателе — функции одной переменной.

Проблема испытаний сложных изделий обусловила появление еще одного метода, основанного на использовании доверительных границ и полезного для любых изделий (прежде всего для оценки надежности в ходе эксплуатации). Его следует рассматривать как логическое дополнение к последовательному контролю, так как здесь не только само решение о приемке или браковке, но и риски  $\alpha$  и  $\beta$  определяются результатами эксперимента. Классический одноступенчатый контроль использует эти результаты лишь для принятия решения. Последовательный метод Вальда в свое время явился значительным шагом вперед прежде всего потому, что поставил в зависимость от результатов эксперимента не только решение, но и требуемый объем испытаний  $V$  при фиксированных  $R_0$ ,  $R_1$ ,  $\alpha$  и  $\beta$ . Использование же доверительных границ позволяет в зависимости от результатов эксперимента при фиксированных  $R_0$ ,  $R_1$  и  $V$

принимать решение и определять риски, обеспечивающие при этом. По-видимому, возможны и другие сочетания фиксируемых и случайных величин из взаимосвязанных  $R_0$ ,  $R_1$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $V$ .

## Глава 5

### ПРЯМОЙ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ МЕТОД ИСПЫТАНИЙ НА НАДЕЖНОСТЬ

Рассмотрим теперь вопросы планирования и проведения таких испытаний на надежность, когда наблюдают конкретные реализации самой оцениваемой величины, а расчеты применяют только для усреднения результатов. Ранее мы называли метод, удовлетворяющий этому требованию, прямым экспериментальным методом (ПЭМ). В § 5.1 и 5.2 будет рассмотрен ПЭМ при его использовании по прямому назначению, т. е. для оценки и контроля надежности, причем в § 5.2 выделен особо сложный случай с зависимыми опытами. В § 5.3 включен ряд побочных результатов, которые удалось получить с помощью тех же методик, но примененных для решения других задач.

#### 5.1. Применение прямого экспериментального метода

*Оценка средней наработки на отказ с помощью ПЭМ.* В этом случае наблюдаемой величиной являются интервалы между отказами, которые затем просто усредняются. То же относится к оценке среднего времени восстановления и ряда других технических показателей типа среднего времени. Примерно так же оцениваются показатели типа интенсивности. Подавляющая часть литературы по испытаниям на надежность посвящена именно таким испытаниям.

*Оценка вероятностных показателей* с помощью ПЭМ менее изучена, и, кроме того, она представляет особый интерес при оценке сложных изделий, оперативный показатель надежности которых очень часто имеет смысл

вероятности какого-либо события. Мы уже видели в § 1.3, что коэффициент сохранения эффективности  $K_{\text{эфф}}$  для изделий, эффективностью которых является вероятность выполнения определенной задачи  $P$ , представляет собой безусловную вероятность того, что выполнение задачи не будет сорвано из-за отказов. Частным случаем такого показателя могут быть и  $K_r$ ,  $P(t)$ ,  $K_{\text{ог}}$ . Для сложных изделий характерны и технические вероятностные показатели: вероятность обнаружения отказа, вероятность успешного перехода на резерв (см. § 6.1) и т. п. Поэтому далее рассматривается оценка только вероятностных показателей.

**Суть метода.** Поскольку оцениваемый показатель есть вероятность некоторого события, испытания представляют собой  $N$  опытов, воспроизводящих условия этого события и проверку его фактического наличия или отсутствия. Так, при оценке  $K_r$  организуется нормальное функционирование изделия, а опыты состоят в проверке готовности изделия к работе (работоспособности) в различные моменты времени. Результатом испытаний является количество случаев  $n$ , когда рассматриваемое событие фактически имело место (успех опыта). Оценка для показателя  $\hat{R}$  определяется как отношение

$$\hat{R} = n/N. \quad (5.1)$$

Для оценки  $K_{\text{эфф}}$  ПЭМ может применяться по-разному в зависимости от специфики изделия и организации испытаний. Возможность и форма его применения сильно зависят, в частности, от того, насколько подробно можно провести анализ причин срыва выполнения задачи. Сравнительно просто применить ПЭМ для оценки  $K_{\text{эфф}}$  при  $E_0 = P_0 = 1$ , т. е. когда исправное изделие заведомо выполняет задачу и его эффективность определяется одной только надежностью ( $E = K_{\text{эфф}}$ ). Такие изделия нередки в народном хозяйстве. Для них опыты должны имитировать выполнение задачи, и тогда в (5.1) вместо  $N$  подставляется общее число таких опытов, а вместо  $n$  — число случаев успешного выполнения задачи.

Рассмотрим еще один вариант оценки  $K_{\text{эфф}}$  с помощью ПЭМ. Он предназначен для использования в сочетании с широко распространенным способом определения  $P_0$ . Здесь также проводится  $N$  опытов, имитирующих выполнение задачи. Они могут проводиться по

одному или группами (сеансами), в них могут участвовать от одного до  $N$  изделий. Допустим, что анализ результатов опытов позволяет разделить их на следующие группы:

а) выполнение задачи —  $k$  случаев;

б) невыполнение из-за отказов, в том числе из-за совместного действия отказов с другими факторами —  $l$  случаев;

в) невыполнение из-за действия других факторов при отсутствии вредного действия отказов —  $m$  случаев.

Для определения  $P_0$ , строго говоря, следовало бы использовать только те опыты, в ходе которых изделие было полностью исправно. Однако та практике к ним добавляют еще и опыты с отказами, не повлиявшими на результат выполнения задачи. Тогда используются опыты групп а) и в), а в качестве оценки  $P_0$  вида (5.1) применяется отношение  $k/(k+m)$ . Для определения  $K_{\text{эф}}$  как оценки безусловной вероятности нессырва опыта отказами можно (а значит, и нужно) использовать все проведенные опыты, считая успешными опыты тех же групп а) и в), т. е. вычислять отношение  $(k+m)/N$ . Это несменениальная оценка. Действительно, в среднем  $k = NP_0K_{\text{эф}}$ ,  $l = N(1 - K_{\text{эф}})$ ,  $m = N(1 - P_0)K_{\text{эф}}$ , и тогда можно записать

$$M\left[\frac{k+m}{N}\right] = \frac{NP_0K_{\text{эф}} + N(1 - P_0)K_{\text{эф}}}{N} = K_{\text{эф}}. \quad (5.2)$$

Таким образом, в данном случае для вычисления точечной оценки  $K_{\text{эф}}$  по (5.1) в качестве  $n$  следует использовать сумму  $k+m$ . Отметим, что для определения  $K_{\text{эф}}$  здесь не требуется никаких специальных испытаний. Существенно еще и то, что оценка  $P_0$  при этом никак не используется и изложенная методика применима и тогда, когда опыты направлены на определение не  $P_0$ , а набора частных характеристик изделия (типа точности, производительности и т. п.). Важно лишь, чтобы опыты имитировали выполнение задачи.

**Условия применения метода.** Для ПЭМ необходимо, чтобы изделие испытывалось в полном составе (какие-либо пересчеты практически невозможны) и чтобы была хорошо имитирована реальная работа изделия, т. е. обеспечивалась полная нагрузка и т. п. Здесь не требуется непрерывный строгий учет наработки, отказов и восстановлений: нужна только фиксация результатов

опытов. Главным достоинством ПЭМ при оценке  $K_{\text{эф}}$  является то, что он не требует знания связи между техническим состоянием изделия и его выходным эффектом — не нужно ни понятия «отказ», ни «весовых» коэффициентов и т. п. Таким образом ликвидируются все возможные систематические ошибки, вносимые тем или иным моделированием этой связи, а вся процедура испытаний упрощается.

Последний фактор особенно важен при испытаниях изделий, у которых возможны кратковременные самоустраниющиеся неисправности — сбои. Если сбои фиксируются независимо от выполнения задачи (например, в ЭВМ — схемным контролем), то оценка их влияния на работу изделия исключительно сложна. Даже для изделий с двумя уровнями работоспособности, где сбои нужно разделить всего на две группы: отказы и прочие неисправности, это удается сделать очень редко и очень грубо. ПЭМ существенно упрощает проблему, так как сбои здесь учитываются автоматически.

Основным недостатком ПЭМ является то, что он имеет пониженную точность (достоверность) по сравнению с КЭМ или РЭМ, основанными на обычном непрерывном сборе статистики. Можно сказать, что при отсутствии систематической ошибки ПЭМ приводит к большей случайной ошибке (см. § 5.3). Однако поскольку ПЭМ не исключает сбора статистики, эти методы целесообразно совмещать.

При определении вероятностных показателей испытательного характера ПЭМ зачастую является единственным приемлемым методом. Например, полноту контроля изделия экспериментально можно определить только путем фиксации факта обнаружения или необнаружения системой контроля каждого возникшего отказа, после чего оценка вероятности обнаружения вычисляется по (5.1) как отношение числа обнаруженных отказов  $n$  к общему их количеству  $N$ . Почти все сказанное в данной главе о ПЭМ относится и к таким показателям (с некоторыми очевидными поправками).

**Факторы, искажающие результаты испытаний.** Одним из них является специальная подготовка, проводимая перед запланированным опытом, чтобы отказы не сорвали дорогостоящий эксперимент (напомним, что при оценке  $P_0$  опыты с отказами считаются незачетными). Эта подготовка заключается в дополнительных

проверках, регулировках, профилактике и т. д. Она не только мешает применению ПЭМ, но делает невозможными испытания на надежность вообще, так как меняет надежность изделия по сравнению с эксплуатационной.

Другим важным фактором, влияющим на результат, является отмена запланированного опыта, если непосредственно перед его началом в изделии обнаружена неисправность, устраниТЬ которую к началу опыта, по-видимому, не удастся. Если есть уверенность, что устранить неисправность вовремя невозможно, а при этом опыт будет наверняка сорван, то можно учитывать отмененный опыт (опыты) как сорванный из-за отказа. Если такой уверенности нет, следует, невзирая на обнаруженную неисправность, все же начинать эксперимент в запланированное время, принимая меры к восстановлению изделия, как в обычной работе. Все опыты, проведенные в таком эксперименте, затем учитываются параллельно с другими.

Требовать выполнения последнего условия на испытаниях не всегда разумно, так как стоимость экспериментов по определению  $P_0$  зачастую очень высока. Следует также иметь в виду, что для оценки  $K_{\text{eff}}$  есть и другие способы, тогда как  $P_0$  обычно оценивается только прямым экспериментом.

**Определительные испытания.** Если опыты независимы, т. е. вероятность исхода каждого опыта не меняется в зависимости от исходов предыдущих, то такие испытания представляют собой классическую схему Бернулли. Поскольку вероятность успеха в единичном опыте определяется оцениваемым показателем  $R$ , вероятность  $n$  успехов из  $N$  опытов  $p_n(R)$  распределена по биномиальному закону с параметром  $R$ :

$$p_n(R) = C_N^n R^n (1-R)^{N-n}. \quad (5.3)$$

Формула (5.1) представляет собой точечную оценку параметра биномиального распределения, причем несмещенную, состоятельную и эффективную.

Для оценки доверительных границ здесь применим общий метод, рассмотренный в § 4.1, т. е. построение доверительной области  $\omega(R)$ . Такие области построены для ряда значений доверительных вероятностей  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  и малых значений  $N$  в [4]. При возрастании  $N$  биномиальное распределение приближается к нормальному, и

тогда доверительные границы определяются по известным формулам:

$$\bar{R} = R^* + u_{\gamma_1} \sqrt{R^*(1-R^*)/N}, \quad (5.4)$$

$$\underline{R} = R^* + u_{1-\gamma_2} \sqrt{R^*(1-R^*)/N}, \quad (5.5)$$

где  $u_{\gamma_1}$  и  $u_{1-\gamma_2}$  — квантили нормального распределения.

Согласно [4] формулы (5.4), (5.5) можно применять при  $NR > 10$  и  $N(1-R) > 10$ .

Точечные и интервальные оценки для зависимых опытов подробно рассматриваются в § 5.2.

**Контрольные испытания.** Для независимых опытов имеются удобные таблицы, предназначенные для контроля  $P(t)$  [16]. План определяет необходимое количество опытов  $N$  и допустимое число срывов  $N-p$ . Поскольку таблицы отражают лишь особенности биномиального распределения, специфика показателя  $P(t)$  в них отсутствует и они пригодны для контроля любого другого вероятностного показателя без всяких изменений. Разница будет лишь в постановке эксперимента.

Для случая зависимых опытов необходимо применять общие методы, представленные в гл. 4, с использованием точечных и интервальных оценок (§ 5.2).

## 5.2. Прямой экспериментальный метод при зависимых опытах

Независимые опыты охватывают сравнительно небольшой класс испытаний изделий разового действия. Для изделий многоразового действия независимость обеспечивается только при проведении опытов по одному и с большими интервалами. Если изделие выполняет несколько задач одновременно или с небольшим сдвигом по времени, то, очевидно, при срыве одной из задач, свидетельствующем о неисправности изделия, возрастает вероятность срыва других задач, выполняемых одновременно с сорванной и вскоре после нее. Наоборот, при успешном выполнении одной задачи возрастает вероятность успеха других. В изделиях с двумя уровнями работоспособности эта зависимость имеет простейший характер: если восстановления нет, то срыв задачи из-за отказа однозначно определяет срыв всех одновре-

менно выполняемых и всех последующих задач, если восстановление есть — срывается все, что выполнялось одновременно, а вероятность выполнения последующих задач возрастает со временем от нуля до стационарного значения. В изделиях с многими уровнями зависимость сложнее; частичные отказы срывают лишь часть задач, причем другие могут успешно выполняться.

**Цепь Маркова.** Когда вероятность успеха в  $i$ -м опыте зависит только от исходов  $S$  предыдущих, последовательность таких опытов называется цепью Маркова  $S$ -го порядка. Попытаемся оценить порядок цепи Маркова в испытаниях на надежность.

В восстанавливаемых изделиях с двумя уровнями, у которых наработка между отказами и время восстановления распределены экспоненциально, функционирование в какой-либо момент времени не зависит от предыстории. Это приводит к тому, что исход каждого опыта зависит только от исхода одного предыдущего. Если же опыты достаточно разнесены во времени, то и этой зависимостью можно пренебречь при условии, что в промежутках между опытами в течение времени  $\Delta t$  процесс отказов и ремонтов идет своим чередом. О зависимости можно судить по нестационарному коэффициенту готовности  $K_r(\Delta t)$ , сравнивая его со стационарным  $K_r = \mu / (\lambda + \mu)$ :

$$K_r(\Delta t) = (\mu + \lambda e^{-\Delta t(\lambda + \mu)}) / (\lambda + \mu); \quad (5.6)$$

при исправности в начале интервала  $\Delta t$  и

$$K_r(\Delta t) = (\mu - \mu e^{-\Delta t(\lambda + \mu)}) / (\lambda + \mu) \quad (5.7)$$

при отказе в начале  $\Delta t$ .

Очевидно, что если  $K_r(\Delta t)$  близок к  $K_r$ , то процесс функционирования за время  $\Delta t$  успевает стать стационарным в том смысле, что вероятность исправности в конце интервала уже равна стационарному значению и не зависит от состояния изделия в начале. Тогда задача сводится к предыдущей (§ 5.1). Если же  $K_r(\Delta t)$  существенно отличается от  $K_r$ , то зависимостью соседних опытов пренебречать нельзя и последовательность опытов нужно рассматривать как цепь Маркова первого порядка.

В невосстанавливаемых изделиях с двумя уровнями совокупность опытов вырождается: сначала одни успе-

хи, а после первого срыва — одни неудачи, и продолжать опыты нет смысла.

В восстанавливаемых изделиях с двумя уровнями с неэкспоненциальными распределениями последовательность опытов может представлять собой цепь Маркова более высокого порядка. Например, в каналах связи отказы (прерывания) группируются вследствие зависимости между ними, и здесь последовательность опытов, очевидно, можно рассматривать как цепь Маркова некоторого конечного порядка  $S$ . Если же в изделии имеет место быстрое (по сравнению с временем между опытами) старение или износ, то вероятность успеха в каждом опыте зависит сложным образом от исходов всех предыдущих и их количества, связанного с продолжительностью испытаний. В таком случае последовательность вообще нельзя считать цепью Маркова.

В изделиях с многими уровнями ко всем упомянутым обстоятельствам добавляется еще и то, что различные задачи могут выполняться различными частями изделия и их сочетаниями. Можно утверждать, что совокупность опытов в этом случае будет суперпозицией цепей Маркова, относящихся к разным частям изделия. Между опытами одной цепи вклиняются опыты другой, повысив порядок цепи Маркова, но не изменив ее суть. С другой стороны, опыты разных цепей слабее связаны друг с другом, а зависимость может оказаться пре-небрежимо малой (хотя оценить это можно только на глаз).

Приведенные соображения позволяют, зная специфику изделия, определять применимость к нему того или иного метода (или отдельной формулы). Насколько нам известно, в литературе до сих пор ПЭМ исследовался лишь в предположении о независимости опытов. Поэтому рассмотрение даже простого варианта зависимости — цепи Маркова представляет собой значительный интерес.

**Точечная оценка.** Как и при независимых опытах, точечная оценка определяется отношением  $n/N$ . Рассмотрим это положение вначале для цепей Маркова первого порядка. Обозначим переходные вероятности цепи через  $\alpha$  (вероятность успеха после успеха) и  $\beta$  (вероятность успеха после срыва), через  $p_1$  — вероятность успеха в первом опыте и  $p_k$  — в  $k$ -м. Используем

теорему, доказанную Марковым [23] и выражающую закон больших чисел для таких цепей:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} p \left\{ \left| \frac{n}{N} - \frac{1}{N} \sum_1^N p_k \right| < \epsilon \right\} = 1, \quad (5.8)$$

где  $\epsilon$  — любое малое число. Поскольку  $\frac{1}{N} \sum_1^N p_k$  есть

усредненная вероятность успеха  $\bar{p}$ , то согласно (5.8) можно утверждать, что с возрастанием числа опытов  $n/N$  стремится к  $\bar{p}$  по вероятности. Следовательно,  $n/N$  можно принять в качестве оценки для  $\bar{p}$ , и она будет состоятельной. Известно [23], что

$$p_k = \left( p_1 - \frac{\beta}{1-\delta} \right) \delta^{k-1} + \frac{\beta}{1-\delta}, \quad \delta = \alpha - \beta, \quad (5.9)$$

и с увеличением  $k$   $p_k$  все меньше зависит от  $k$  и от начальной вероятности  $p_1$  (в пределе не зависит вообще):

$$\lim_{k \rightarrow \infty} p_k = \frac{\beta}{1-\alpha+\beta} = \frac{\beta}{1-\delta} = p_\infty. \quad (5.10)$$

В зависимости от специфики изделия истинная эксплуатационная надежность  $R$  может характеризоваться либо предельной вероятностью успеха  $p_\infty$ , либо вероятностью  $\bar{p}$ , усредненной по некоторой совокупности опытов  $1 \leq k \leq N^*$  с начальной вероятностью, задаваемой определенными физическими условиями. Рассмотрим сначала второй случай. Примером может быть самолет, покидающий аэродром при полной исправности бортовой аппаратуры и в ходе полета выполняющий  $N^*$  задач. Если на испытаниях условия работы воспроизводятся с достаточной точностью, т. е. опыты проводятся сеансами по  $N^*$  подряд, то для любого числа сеансов  $m$

$$\frac{1}{N} \sum_1^N p = \frac{1}{mN^*} \left( \sum_1^{N^*} p_k + \dots + \sum_{(m-1)N^*+1}^{mN^*} p_k \right) = \bar{p}, \quad (5.11)$$

поскольку все члены суммы в скобках равны. Из (5.11) и (5.8) следует, что в данном случае отношение  $n/N$  можно применять в качестве оценки  $R$  для показателя надежности изделия.

Рассмотрим теперь первый случай:  $R=p_\infty$ . Запишем (5.9) в других обозначениях:

$$p_k = p_\infty + (p_1 - p_\infty) \delta^{k-1} = p_\infty + \xi_k, \quad (5.12)$$

где  $\xi_k \rightarrow 0$  при  $k \rightarrow \infty$ .

Тогда

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \bar{p} = \lim_{N \rightarrow \infty} \left( p_\infty + \frac{1}{N} \sum_1^N \xi_k \right) = p_\infty, \quad (5.13)$$

т. е. при больших  $N$  можно пренебречь вторым членом в скобках и применять отношение  $n/N$  как оценку для  $R$ . Это эквивалентно пренебрежению начальной вероятностью  $p_1$ , точнее, ее отличием от  $p_\infty$  (при  $p_1=p_\infty$   $p_k=p_\infty$  для любого  $k$ ).

Однако при небольшом числе опытов начальной вероятностью нельзя пренебречь, так как она влияет на все вероятности  $p_k$  качественно одинаково (в одну и ту же сторону) и вносит в оценки определенное смещение. Смещение особенно существенно, если опыты проводятся сеансами, причем в каждом начальная вероятность  $p_1 \neq p_\infty$ . Здесь оценка не будет даже асимптотически несмещенной.

Учесть начальную вероятность каким-либо расчетом не представляется возможным. Поэтому необходимо, чтобы на испытаниях было всегда обеспечено равенство  $p_1=p_\infty$ . Для этого необходимо строго соблюдать указания § 5.1 относительно специподготовки перед сеансами и отмены сеанса при обнаружении неисправностей.

Существует целый ряд теорем, из которых вытекает справедливость закона больших чисел для цепей Маркова как угодно большого, но ограниченного порядка.

В свою очередь, закон больших чисел означает, что при большом числе опытов отношение  $n/N$  стремится к вероятности успеха в единичном опыте. Смещение при конечном числе опытов здесь возможно по причинам, указанным выше, но не исключены и другие факторы. Количественные оценки здесь пока отсутствуют.

**Доверительные границы.** При большом числе опытов распределение оценки  $\hat{R}=n/N$  приближается к нормальному (центральная предельная теорема для цепей Маркова первого порядка). Дисперсия этого распределения равна

$$D[\hat{R}] = \frac{R(1-R)(1+\alpha-\beta)}{N(1-\alpha+\beta)} = \frac{R(1-R)(1+\delta)}{N(1-\delta)}. \quad (5.14)$$

Тогда для определения доверительных границ можно использовать (5.4), (5.5), однако подкоренное выражение следует умножить на величину

$$\kappa = \frac{1 + \alpha - \beta}{1 - \alpha + \beta} = \frac{1 + \delta}{1 - \delta}. \quad (5.15)$$

Этот множитель показывает, во сколько раз больше должно быть число зависимых опытов по сравнению с независимыми при прочих равных условиях. На рис. 5.1 приведен график функции  $\kappa(\delta)$ . Если  $\alpha$  превышает  $\beta$  всего на 0,1 ( $\delta=0,1$ ), то это эквивалентно уменьшению числа опытов на 20%, если на 0,2 — уменьшению в 1,5 раза.

Отметим, что (5.14) и рис. 5.1 характеризуют не только показатели надежности, но и другие вероятностные показатели (например,  $P_0$ ). Интересно, что при других показателях возможен случай  $\alpha < \beta$ , когда зависимость опытов уменьшает дисперсию и повышает достоверность (левая часть графика на рис. 5.1).

Определение переходных вероятностей часто приходится проводить по результатам того же эксперимента, т. е. из той же цепи опытов. Тогда для оценки доверительных границ необходимо применять общий метод, описанный в § 4.1. При построении доверительной области можно использовать нормальное распределение  $R$  с дисперсией (5.14). Чтобы обеспечить максимальную разность квантилей, необходимо применять максимальное значение  $D[R]$ , которое достигается при максимуме  $\delta$ . Поэтому нужно найти верхнюю доверительную границу  $\bar{\delta}$  для  $\delta$ , задавшись некоторой доверительной вероятностью  $\xi$ , и подставить ее в (5.14). При большом числе опытов формулы для  $R$ ,  $\bar{R}$  будут, очевидно, аналогичны (5.4), (5.5).

Для оценки  $\alpha$  и  $\beta$  необходимо определить число пар опытов, следующих друг за другом, причем отдельно совокупности пар, начинаяющихся успехом (всего  $N_+$ ) и срывом ( $N_-$ ). Если  $n_+$  — число успехов во втором опыте

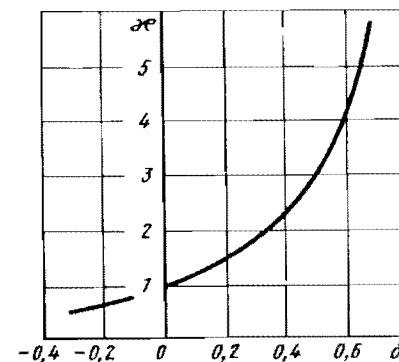


Рис. 5.1

те пары из первой совокупности, а  $n_-$  — то же для пар второй совокупности, то

$$\hat{\alpha} = n_+/N_+, \hat{\beta} = n_-/N_-, \hat{\delta} = \hat{\alpha} - \hat{\beta}. \quad (5.16)$$

Рассматривая обе последовательности опытов-пар, легко убедиться, что эти опыты уже независимы (это следствие того, что в цепи Маркова первого порядка зависимы только два соседних опыта). Поэтому определение  $\alpha$  и  $\beta$  сводится к схеме Бернулли. Если число пар достаточно для применения нормального закона к  $\hat{\alpha}$  и  $\hat{\beta}$ , то можно считать, что  $\hat{\delta}$  также распределено нормально с суммарной дисперсией

$$D[\hat{\delta}] = D[\hat{\alpha}] + D[\hat{\beta}].$$

Тогда аналогично (5.4) можно записать

$$\bar{\delta} = \alpha^* - \beta^* + u_t \sqrt{\frac{\alpha^*(1-\alpha^*)}{N_+} + \frac{\beta^*(1-\beta^*)}{N_-}}. \quad (5.17)$$

Доверительные границы для  $R$ :

$$\bar{R} = R^* + u_{t'}, \sqrt{\frac{R^*(1-R^*)(1+\delta)}{N(1-\delta)}}, \quad (5.18)$$

$$\underline{R} = R^* + u_{1-t'}, \sqrt{\frac{R^*(1-R^*)(1+\delta)}{N(1-\delta)}}, \quad (5.19)$$

причем результирующие доверительные вероятности

$$\gamma_1 \geq \xi \gamma'_1, \quad \gamma_2 \geq \xi \gamma'_2.$$

Необходимо еще раз напомнить, что в приведенных выкладках неоднократно применялись положения, справедливые только при большом количестве опытов. Поскольку оценка нужного количества опытов отсутствует, в реальных испытаниях полученные результаты следует использовать с осторожностью.

**Пример 5.1.** Испытывается система управления полетами самолетов в некоторой зоне. Проведено 200 опытов, состоящих в радиолокационном сопровождении самолета на всей его трассе в пределах данной зоны, принятии решений по безопасности полета, передаче их на борт и т. д. Если система вследствие отказов выполнила не все необходимые действия по данному рейсу, опыт считался

сорванным, если отказы не повлияли на работу по данному рейсу, опыт считался успешным. Поток рейсов был нерегулярным, число одновременно обслуживаемых самолетов — случайное. В периоды, когда самолетов не было, система не выключалась, а продолжала работать в режиме ожидания. Зафиксировано 170 опытов-рейсов, успешных в указанном смысле. Из 169 опытов-пар, начинавшихся успешным опытом, в 150 случаях был успешным и второй. Из 30 пар, начинавшихся срывом, в 20 случаях второй опыт удался. Последний опыт был успешным, он пару не образует. Определяется показатель надежности системы — коэффициент сохранения эффективности  $K_{\text{эфф}}$ .

Определяем точечные оценки  $K_{\text{эфф}}$  и переходных вероятностей:  $K_{\text{эфф}}^* = 170/200 = 0,85$ ;  $\alpha^* = 150/169 = 0,89$ ;  $\beta^* = 20/30 = 0,67$ ;  $\delta^* = 0,22$ .

Согласно [4] распределения  $\hat{\alpha}$  и  $\hat{\beta}$  можно считать нормальными, так как

$$169\alpha^* > 169(1-\alpha^*) = 18,6 > 10, \quad 30\beta^* > 30(1-\beta^*) = 10$$

(вопрос о применимости нормального распределения для  $\hat{\delta}$  и  $K_{\text{эфф}}$  оставляем открытым, так как нет критериев проверки). Применяем для расчета  $\hat{\delta}$  формулу (5.17), выбрав  $\xi = 0,99$ :

$$\hat{\delta} = 0,89 - 0,67 + 2,33 \sqrt{0,89 \cdot 0,11 / 169 + 0,67 \cdot 0,33 / 30} = 0,57.$$

Эквивалентное количество независимых опытов

$$N_{\text{экв}} = N(1 - \hat{\delta}) / (1 + \hat{\delta}) = 200 \cdot 0,43 / 1,57 = 55.$$

Доверительный интервал для  $K_{\text{эфф}}$  согласно (5.18), (5.19) при  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0,91$

$$\bar{K}_{\text{эфф}} = 0,85 + 1,35 \sqrt{0,85 \cdot 0,15 \cdot 1,57 / 200 \cdot 0,43} = 0,92;$$

$$\underline{K}_{\text{эфф}} = 0,85 - 1,35 \sqrt{0,85 \cdot 0,15 \cdot 1,57 / 200 \cdot 0,43} = 0,78.$$

При этом  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0,91 \cdot 0,99 = 0,90$ .

**Другая приближенная оценка доверительных границ** возможна при проведении опытов сеансами, разнесеными по времени (или пространству) так, что опыты разных сеансов заведомо независимы. Здесь мы имеем по меньшей мере  $L$  независимых опытов ( $L$  — число сеансов), т. е. по одному (первому) в каждом сеансе. Учитывая, что остальные опыты только повышают точность результата, их при оценке доверительных границ можно отбросить, т. е. вместо  $N$  в расчетах использовать  $L$ . Это позволяет применять формулы для независимых опытов. Благодаря дополнительной информации о независимости сеансов такая оценка может оказаться точнее описанной.

### 5.3. Другие применения прямого экспериментального метода

**ПЭМ при моделировании.** Прием, эквивалентный ПЭМ, применяется иногда для того, чтобы по реальной или смоделированной статистике о наработке, отказах и восстановлениях изделия определить его вероятностные показатели. Для этого строится временная диаграмма работы изделия, отражающая смену состояний. Затем с помощью ЭВМ имитируется  $N$  опытов, подобных вышеописанным. Например, для оценки  $K_{\text{ог}}(t)$  на диаграмму случайным образом накладывается  $N$  отрезков длиной  $t$  и подсчитываются те из них, которые полностью укладываются на участки исправности изделия (это и будет число успехов  $n$ );  $K_{\text{ог}}$  определяется как отношение  $n/N$ .

Такое моделирование целесообразно даже для изделий с двумя уровнями, если законы распределения случайных величин неизвестны (например, после предыдущего моделирования каких-либо процессов) или при сложной диаграмме работы изделия. Последняя сильно усложняется, если учитываются различные факторы, как-то: неполный или периодический контроль; профилактика, из которой изделие при необходимости выходит за календарное время; заблаговременное предупреждение о начале работы, позволяющее вовремя прекратить профилактику; хранение с отказами и т. п.

Недостатком метода является то, что он вносит в оценку случайную ошибку, связанную с конечным числом экспериментов-имитаций. Эту ошибку, очевидно, можно оценить с помощью формул, предложенных в данной главе. Часто применяемые для этой цели формулы для независимых опытов, как показано выше, могут дезориентировать исследователя, ложно свидетельствуя о высокой точности моделирования.

**ПЭМ для оценки показателей, не связанных с надежностью.** Все сказанное в § 5.1 и 5.2, очевидно, относится не только к показателям надежности, но и к любым вероятностным показателям. Разница состоит лишь в том, что при других показателях возможен случай  $\alpha < \beta (\delta < 0)$ , когда зависимость опытов уменьшает дисперсию и повышает достоверность (левая часть графика на рис. 5.1). Действительно, если, например, опыт обслуживание какой-либо заявки сорван не из-за отказа, а из-за занятости канала обслуживания, то

вероятность успеха в следующем опыте может и возрасти — канал должен освободиться. Можно представить себе предельный случай: заявки поступают так часто, что изделие успевает их обслужить через одну, успехи чередуются со срывами. Тогда для оценки вероятности обслуживания достаточно всего нескольких первых опытов.

**Вывод формул для оценок КЭМ.** Важнейшими атрибутами КЭМ являются непрерывный контроль состояния изделия и предположение о том, что этот контроль позволяет уверенно судить о работоспособности изделия. Для ПЭМ первое эквивалентно бесконечному числу опытов, случайным образом распределенных на интервале испытаний, второе — возможности предсказать успех или срыв опыта, не проводя его. Так, для изделий с двумя уровнями работоспособности это означает несомненный срыв всех опытов длительностью  $t_{\text{оп}}$ , начавшихся в интервале  $[t - t_{\text{оп}}, t + t_{\text{в}}]$ , если отказ продолжался с момента  $t$  до  $t + t_{\text{в}}$ . В этом случае, проводя испытания косвенным методом, оценки для ПН можно получить по формулам ПЭМ как предел при  $N \rightarrow \infty$ .

Рассмотрим восстанавливаемое изделие с двумя уровнями, для которого требуется определить  $K_{\text{ог}}(t_{\text{оп}})$ . За время испытаний  $T_{\text{и}}$  зафиксировано суммарное время безотказной работы  $T_{\Sigma}$  и  $r$  отказов. В момент окончания испытаний изделие было исправно. Пусть распределения времени работы и восстановления экспоненциальны, тогда наша гипотетическая цепь опытов будет цепью Маркова первого порядка.

Применение ПЭМ дало бы следующий результат:

$$\hat{K}_{\text{ог}}(t_{\text{оп}}) = [T_{\Sigma} - (r + 1)t_{\text{оп}}]/(T_{\Sigma} - t_{\text{оп}}), \quad (5.20)$$

так как вероятность успеха в опыте, начало которого равномерно распределено на интервале  $T_{\Sigma} - t_{\text{оп}}$ , равна вероятности того, что отрезок  $t_{\text{оп}}$  полностью разместится на интервале работоспособности. Формула (5.20) справедлива для  $t_{\text{оп}}$ , достаточно малых, чтобы не «накрыть» сразу несколько отказов. Переход к пределу  $N \rightarrow \infty$  здесь лишь обеспечивает тождество выборочной оценки и истинного  $K_{\text{ог}}(t_{\text{оп}})$ .

Применение КЭМ дает следующую (смещенную) оценку:

$$\hat{K}_{\text{ог}}(t_{\text{оп}}) = \frac{\hat{T}}{\hat{T} + \hat{f}_b} e^{-t_{\text{оп}}/\hat{f}} = \frac{T_{\Sigma}}{T_{\Sigma}} e^{-r t_{\text{оп}}/T_{\Sigma}} \approx \frac{T_{\Sigma} - r t_{\text{оп}}}{T_{\Sigma}}. \quad (5.21)$$

Таким образом, точечные оценки близки, а при  $t_{\text{оп}}=0$  (т. е. при  $K_{\text{ог}}=K_{\Gamma}$ ) в точности совпадают.

Доверительный интервал можно определить по формулам § 5.2. Исходные данные:  $N$  — число опытов;  $NR$  — число успехов \*);  $NR-r$  — число пар успех-успех;  $N(1-K)$  — число срывов;  $r$  — число пар срыв-успех, равное числу восстановлений (отказов). Подставляя все это в (5.17) — (5.19) и переходя к пределу  $N \rightarrow \infty$ , получаем

$$\bar{K} = K^* + u_{1-\alpha} [\hat{K}], \quad \underline{K} = K^* + u_{1-\gamma} [\hat{K}],$$

$$\sigma [\hat{K}] \approx K^*(1-K^*) \sqrt{2/(r - u_{\epsilon} K^* \sqrt{r})}. \quad (5.22)$$

Как обычно,  $\gamma_1 = \gamma_{1-\xi}$ ,  $\gamma_2 = \gamma_{2-\xi}$ . Формула (5.22) близка к аналогичной формуле для  $K_{\Gamma}$  из [11].

Поскольку формулы для доверительных границ  $K_{\text{ог}}$  в литературе отсутствуют, для сопоставления пришлось использовать формулы для  $K_{\Gamma}$  из [13]. Расчеты показали, что, начиная с 20 ... 30 отказов, различия в границах  $\bar{K}$ ,  $\underline{K}$  на порядок меньше величины  $1-K$ , с которой имеет смысл их сравнивать. Это может считаться вполне удовлетворительным для практики. Однако интервал (5.22) везде несколько шире. Следует отметить, что совпадение результатов проверялось только для значений  $K_{\Gamma}=0,8 \dots 0,95$  и  $\gamma_1=\gamma_2=0,9$ .

Приведем еще несколько точечных оценок  $P(t)$ . Вывод формул аналогичен выводу (5.21); предполагается  $t \ll T$  и  $mt \ll T_{\Sigma}$ .

План  $[m, B, T]$ :

$$\hat{P}(t) = [T_{\Sigma} - (m+r)t]/(T_{\Sigma} - mt). \quad (5.23)$$

План  $[m, B, r]$ :

$$\hat{P}(t) = [T_{\Sigma} - (m+r-1)t]/[T_{\Sigma} - (m-1)t]. \quad (5.24)$$

Планы  $[m, B, T]$ ,  $[m, B, r]$ :

$$\hat{P}(t) = (T_{\Sigma} - mt)/[T_{\Sigma} - (m-r)t]. \quad (5.25)$$

Указанные формулы не намного лучше уже известных оценок для  $P(t)$ . Однако они свидетельствуют

\*). Здесь и далее индекс при  $K_{\text{ог}}$  опускаем.

о том, что данный метод заслуживает изучения. Он пригоден для целого ряда показателей типа  $K_g$ ,  $K_{\text{ог}}$  и  $P(t)$ , но отличающихся от них учетом тех или иных факторов (например, профилактики). Такие показатели часто встречаются в различных отраслях промышленности, они выражают  $K_{\text{эф}}$  для ряда изделий.

Рассмотренный метод позволяет получать для них оценки весьма простым и универсальным способом. При этом точечные оценки являются несмещеными (как оценка  $\hat{\mu}/N$ ).

**Сравнение РЭМ и КЭМ по точности.** Теоретически можно утверждать, что при бесконечном числе опытов, проводимых на интервале испытаний, точность РЭМ и КЭМ должна быть одинакова, так как они оба используют фактически всю информацию о состоянии изделия на этом интервале. Это подтверждают сопоставительные расчеты доверительных границ для одного конкретного показателя, о которых говорилось ранее. Если это так, то при конечном числе опытов, когда точность РЭМ уменьшается, сравнение будет в пользу КЭМ (о РЭМ ничего не говорить). Поэтому РЭМ следует применять только там, где применение других методов затруднительно, например при наличии сбоев или при отсутствии формулы расчета надежности. Этот вывод распространяется и на применение РЭМ при моделировании, поскольку все сказанное относится и к нему.

## Выводы

Таким образом, с помощью РЭМ можно проводить определительные и контрольные испытания оперативных показателей вероятностного типа и притом не только показателей надежности. Оценка, полученная РЭМ, является наиболее строгой и объективной, но менее достоверной в статистическом смысле по сравнению с оценкой КЭМ и РЭМ, так как использует меньший объем информации. Условия, необходимые для применения РЭМ, далеко не всегда выполняются при испытаниях сложных изделий. Зависимость опытов дополнительно снижает достоверность оценки и усложняет математический аппарат, привлекаемый для вычисления доверительных границ. Тем не менее РЭМ может применяться как для оценки надежности изделий в целом,

так и для оценки отдельных параметров изделий и их частей в сочетании с РЭМ (см. гл. 6). Интересны и побочные результаты, полученные с помощью аппарата РЭМ: оценка точности моделирования, получение формул для КЭМ и др.

## Глава 6

### РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ МЕТОД ИСПЫТАНИЙ НА НАДЕЖНОСТЬ

Рассмотрим испытания на надежность, при которых экспериментальные данные дополнены информацией о взаимосвязи различных параметров изделия и его составных частей. Эта взаимосвязь выражается соответствующими формулами, которые, следовательно, становятся важнейшим атрибутом методики испытаний. Такое сочетание теории с экспериментом дает РЭМ ряд преимуществ и позволяет проводить испытания на надежность в таких случаях, когда методы, не разделяющие изделие на компоненты, оказываются совершенно беспомощными. Одно из этих преимуществ — повышение достоверности оценок — подробно анализируется в § 6.2.

#### 6.1. Применение расчетно-экспериментального метода

**Суть метода.** Идея РЭМ состоит в том, что оценка ПН изделия рассчитывается как функция оценок показателей компонентов изделия. Показатели компонентов могут оцениваться как при непрерывном сборе статистики, так и с помощью РЭМ из серии вероятностных экспериментов. Таким образом, основой РЭМ является схема расчета надежности  $CxH$  и формула  $R=R(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$ .

**Область применения РЭМ.** Перечислим ситуации, когда применение РЭМ необходимо или по крайней мере целесообразно.

*a.* Изделие представляет собой изделие с многими уровнями работоспособности, заданный показатель  $K_{\text{эф}}$ .

Классические экспериментальные методы здесь совершенно непригодны хотя бы потому, что предполагают наличие только полных отказов. В ряде случаев для таких изделий можно использовать ПЭМ, но РЭМ позволяет получить меньшую случайную ошибку (см. § 5.2) при том же объеме испытаний.

б. Изделие испытывается не в том составе, для которого необходимо оценить надежность. Так, опытные образцы дорогостоящих больших систем ради экономии средств часто испытываются в сокращенном составе: с уменьшенным числом каналов, при отсутствии некоторых резервных устройств и т. д. Та же проблема возникает на испытаниях изделий, вводимых в эксплуатацию в несколько этапов, если проверку надежности нужно произвести по результатам испытаний первой очереди. Наконец, изделие может предназначаться для работы в нескольких вариантах, различных по составу и структуре, и оценка надежности также необходима для всех вариантов, в то время как испытать изделие можно только в одном из них. Во всех этих случаях оценка надежности невозможна без соответствующего пересчета результатов испытаний.

в. Статистика, по которой нужно оценить изделие, такова, что наработка отдельных составных частей изделия существенно различается. На испытаниях сложных систем это обусловлено экспериментами, не требующими использования всех компонентов, доработками на отдельных устройствах и т. д. Это имеет место и тогда, когда для оценки дополнительно привлекается статистика, накопленная на автономных испытаниях компонентов в других местах и в другое время, не говоря уже о случаях, когда такая разрозненная статистика является единственным материалом для оценки. Все указанные факторы приводят к тому, что традиционное понятие «наработка изделия» теряет привычный смысл: вместо одной цифры появляется набор цифр, т. е. вектор.

г. При испытаниях аппаратуры с резервом вследствие высокой надежности резервированных групп отказов группы за время испытаний может быть очень мало (или не быть вообще). В то же время отказов отдельных устройств — основных и резервных — будет, очевидно, значительно больше. Это позволяет намного точнее оценить надежность отдельных устройств, а затем и

группы в целом. Иными словами, для аппаратуры с резервом (особенно восстанавливаемым) РЭМ дает более точный результат при сохранении объема испытаний или сокращает объем испытаний при той же точности. Поэтому его следует считать одним из методов ускоренных испытаний, причем пригодным в такой области, где все остальные методы неприемлемы — на испытаниях сложных изделий с резервом (см. § 6.2).

РЭМ появился как следствие совмещения испытаний сложных изделий на надежность с другими видами испытаний и идеально подходит для этой цели.

Основной недостаток РЭМ состоит в том, что расчетные формулы могут вносить определенную систематическую ошибку в результате испытаний, если в них не полностью учтена специфика работы компонентов в составе изделия. Все ошибки, содержащиеся в формуле  $R=R(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$ , могут остаться необнаруженными и пройти «на выход». Неточности обусловлены еще и тем, что в настоящее время далеко не для всякой структуры выведены расчетные формулы. Большая часть предположений, принимаемых обычно при выводе формул, идеализирует изделие и завышает надежность. Так, наиболее распространенные формулы расчета резервированных групп с восстановлением (например, [10]) предполагают идеальный контроль всех устройств и идеальный переход на резерв при отказах. Из-за отсутствия должной пропаганды в литературе мало кто знает, что даже небольшие отклонения параметров контроля и переключения от идеальных резко снижают надежность группы. Поэтому практики зачастую игнорируют оговорки и применяют известные формулы совершенно недопустимым образом.

Другой недостаток РЭМ состоит в том, что, применяя его, всегда необходимо использовать громоздкий аппарат общих методов (гл. 4) прежде всего для планирования контрольных испытаний и расчета доверительных границ. Однако для таких больших и дорогостоящих изделий, для которых обычно используют РЭМ, методические трудности с лихвой окупаются его преимуществами. Кроме того, применение экспериментальных методов тоже не избавляет от таких трудностей, так как несмешанные оценки и доверительные границы известны лишь для ряда технических ПН и простейших случаев  $P(t)$  и  $K_r$ .

**Особенности применения РЭМ.** Применяя РЭМ, следует прежде всего стремиться к уменьшению доли расчета и увеличению доли эксперимента в оценке. Для этого нужно максимально укрупнять составные части, по которым ведется отдельный сбор статистики. Выделять необходимо (и достаточно) лишь следующие компоненты:

- устройства, имеющие резерв; основные и резервные устройства должны быть самостоятельными объектами сбора статистики;
- устройства, наработка которых может отличаться от наработки других устройств;
- устройства, отказ которых приводит к частичному отказу изделия (если учет частичных отказов предусмотрен при оценке);
- устройства, количество которых на испытаниях отличается от номинального, т. е. того, к которому относятся заданные требования.

В пределе, когда все устройства объединены в один объект сбора статистики, РЭМ переходит в КЭМ.

**Понятие «отказ»**, используемое при классификации неисправностей, несколько специфично. Для РЭМ важны отказы отдельных компонентов (объектов сбора статистики), а отказы изделия в целом в статистике не фигурируют. Обычно компоненты считаются изделиями с двумя уровнями работоспособности, а все их отказы полагают полными. При этом отказом считается переход компонентов в состояние, при котором снижается работоспособность изделия в целом. Принципиальной особенностью РЭМ в вопросе классификации неисправностей устройств является то, что при оценке последствий неисправности не учитываются наличие резерва и другие структурные факторы, учитываемые расчетной формулой.

**Параметры устройств**, входящие в расчетные формулы, должны определяться на испытаниях, за исключением очевидных (например, кратности резервирования). Однако одна и та же структура может описываться несколько разными формулами, требующими различных исходных данных. Иногда это влечет за собой принципиально иной сбор статистики по тем или иным характеристикам. Далее приводится одна достаточно общая формула для расчета надежности резервированных групп, сбор данных для которой представляется одним

из самых простых. Формула выгодно отличается от других учетом многих важных факторов одновременно \*).

Формула относится к группе из  $n$  основных и одного резервного устройства (резерв скользящий). Устройства восстанавливаются, но не более  $m$  устройств одновременно ( $1 \leq m \leq n$ ). При отказе одного из основных устройств и исправном резерве с вероятностью  $v$  происходит успешный переход на резерв, т. е. все переходные процессы заканчиваются за допустимое время. С вероятностью  $1-v$  при переходе имеет место отказ группы, время существования которого (с момента окончания допустимого времени до окончания переходных процессов) распределено по экспоненциальному закону со средним временем  $\tau_{\text{пер}}$ . Отказ резервного устройства с вероятностью  $\eta$  обнаруживается мгновенно; с вероятностью  $1-\eta$  обнаружение отказа задерживается на время, распределенное по экспоненциальному закону со средним значением  $\tau_k$ . Распределения наработки между отказами и времени восстановления экспоненциальные, параметр потока отказов основных устройств  $\lambda$ , резервного устройства  $k\lambda$  ( $0 \leq k \leq 1$ ), интенсивность восстановлений  $\mu$ . Предполагается, что необнаруженный отказ, возникший в резерве, наверняка обнаружится в случае возникновения там же другого, обнаруженного отказа. В отказавших устройствах во время ремонта новых отказов не возникает. Последнее предположение кажется натянутым: обслуживающий персонал нередко вызывает при ремонте дополнительные отказы, а радиоэлектронные устройства, например, при ремонте почти не выключаются ( поиск неисправности, регулировка ). Однако если при сборе статистики в качестве времени восстановления фиксировать суммарное время, затраченное на все без исключения операции по ремонту — от прекращения работы до ее возобновления, то такой подход является единственным правильным. В то же время возможность отказов исправных устройств во время отказа группы (они считаются включенными, что характерно для современных изделий) в формуле учитывается. Вычисляются коэффициент готовности  $K_r$ , наработка на отказ  $T$  и среднее время восстановления группы  $T_v$ ; при этом считается, что после отказа группа начинает работать, как только в ее составе наберется  $n$  устройств

\* ) Формула выведена Ю. П. Кондраниным.

(т. е. в начале каждого интервала безотказной работы весь резерв еще неработоспособен). Вычисляется также наработка на отказ  $T'$  в предположении, что группа начинает работать только после восстановления всех устройств. На практике такая стратегия применяется редко, и  $T'$  правильнее рассматривать как среднюю наработку до первого отказа \*).

$$K_r = \frac{1 + A_1 + A_2}{1 + A_1 + A_2 + n(A_3 + A_4 + A_5)}, \quad (6.1)$$

$$T = \frac{1 + A_1 + A_2}{n\lambda(1 - \nu + A_1 + A_2)},$$

где

$$A_1 = \frac{(n+k)\lambda}{\mu}; \quad A_2 = \frac{(1-\eta)k\lambda\tau_k}{1+(n+\eta k)\lambda\tau_k}; \quad A_3 =$$

$$= \frac{(1-\nu)\lambda\tau_{\text{пер}}}{1+k\lambda\tau_{\text{пер}}}; \quad A_4 = \frac{((1-\nu)A_2 + (1-\eta)kA_3)\lambda\tau_k\tau_{\text{пер}}}{\tau_k + \tau_{\text{пер}} + \eta k\lambda\tau_k\tau_{\text{пер}}};$$

$$A_5 = \frac{(A_1 + A_2 + kA_3)\lambda}{m\mu}.$$

$$T_v = \frac{1 - K_r}{K_r}, \quad T = \frac{A_3 + A_4 + A_5}{\lambda(1 - \nu + A_1 + A_2)}, \quad (6.2)$$

$$T' = T + \frac{\nu}{\mu(1 - \nu + A_1 + A_2)}. \quad (6.3)$$

Поскольку распределение наработки между отказами резервированной группы с восстановлением близко к экспоненциальному, вероятность безотказной работы можно вычислить как  $P(t) = e^{-t/T}$ . Затем приближенно определяется  $K_{\text{ор}} = K_r P(t)$ .

Теперь рассмотрим вопросы экспериментальной оценки параметров, входящих в (6.1) — (6.3) и другие подобные формулы, например, в [35].

а. Кратность резервирования, т. е. число основных и резервных устройств. Это обычно известно до испытаний, исключение составляют испытания, при которых определяется функциональная избыточность в группе, т. е. число устройств, отказ которых еще допустим.

\* Для сокращения объема вычислений следует подставлять в (6.1) — (6.3) численные значения  $A_1, \dots, A_5$ , не раскрывая предварительно выражений для этих коэффициентов в указанных формулах.

б. Параметры  $\lambda$  и  $\mu$  находятся общизвестными способами с использованием суммарной статистики всех однотипных устройств, имеющихся в изделии (в том числе и других групп, если такие есть). Иногда требуется проверять или уточнять распределения времени безотказной работы и времени восстановления. У сложных изделий первое из этих распределений является экспоненциальным чаще, чем у других изделий. В тех случаях, когда время восстановления определяется главным образом поиском неисправности, второе распределение также близко к экспоненциальному.

в. Если режим резервного устройства отличается от режима основного, следует определять нагруженность резерва как отношение  $k = \lambda_{\text{рез}}/\lambda_{\text{осн}}$ .

г. Вероятность успешного перехода на резерв определяется тремя факторами: контролем основных устройств, скоростью срабатывания и надежностью переключателя (имеются в виду любые устройства, механизмы и обслуживающий персонал, обеспечивающие замену отказавшего устройства).

Вероятность своевременного обнаружения отказа (с точностью до устройства, которое требуется заменить резервным)  $v_1$  при непрерывном контроле основных устройств равна полноте контроля  $\eta_1$ . Если же устройства проверяются периодически с периодом  $\tau_{\text{кн}}$ , то  $v_1$  включает в себя еще и вероятность того, что момент обнаружения  $\tau_{\text{обн}}$  наступит раньше окончания допустимого времени  $\tau_{\text{доп}}$ :

$$v' = \eta_1 P\{\tau_{\text{обн}} \leq \tau_{\text{доп}}\} = \begin{cases} 1 & \text{при } \tau_{\text{доп}} \leq \tau_{\text{кн}}; \\ \tau_{\text{доп}}/\tau_{\text{кн}} & \text{при } \tau_{\text{доп}} > \tau_{\text{кн}}. \end{cases} \quad (6.4)$$

Вероятность того, что переключатель сработает за допустимое время ( $v''$ ), определяется переходными процессами: входением в режим резерва, особенно пена-груженного; восстановлением потерянной информации в информационных системах, АСУ; реакцией обслуживающего персонала при ручном переключении или замене устройств и т. п. Чтобы вычислить  $v''$ , нужно знать распределение времени указанных переходных процессов.

Надежность переключателя здесь характеризуется вероятностью того, что переключатель будет исправен к началу перехода на резерв и не откажет в процессе его  $v'''$ . Естественно, та часть переключателя, отказ ко-

торой выводит из строя всю группу, должна быть выделена и в СхН включена последовательно с группой.

Если все перечисленные факторы действуют независимо, то  $v=v'v''v'''$ . В общем случае так считать нельзя: например, допустимое время для обнаружения и переключения обычно является общим. Таким образом, одновременный учет всего сказанного достаточно сложен. Обычно расчеты облегчаются тем, что какие-то факторы превалируют, а другими можно пренебречь. Что касается испытаний, то здесь оценку  $v$  целесообразно проводить с помощью ПЭМ, учитывая все факторы сразу:

$$v=N_+/N, \quad (6.5)$$

где  $N_+$  — число успешных переходов на резерв;  $N$  — общее число переходов, принятых в расчет.

Вопрос об «успехе» перехода лучше всего решать не путем измерения времени перехода и сравнения его с допустимым (обоснование допустимого времени само по себе очень сложная проблема), а с помощью контроля работы изделия в целом и фиксации нарушений в его функционировании при переключении устройств внутри него. Организовать набор такой статистики тоже не просто, но это наиболее объективная оценка. Если на испытаниях переход осуществляется в условиях, далеких от реальности, успех или неуспех перехода иногда определяют теоретически по данным о конкретной неисправности, зафиксированном в учетной документации.

д. Полнота контроля резерва  $\eta$  оценивается аналогично (6.5), если контроль непрерывный. Эпизодический контроль учтен в формуле (6.1)–(6.3) величиной задержки в обнаружении отказа  $t_k$ . При периодическом регулярном контроле (например, в составе регламентных работ) в качестве  $t_k$  иногда применяют половину периода контроля, но при этом в расчеты вносится некоторая (ненеследованная) погрешность.

е. Число одновременно восстанавливаемых устройств  $m$  известно до испытаний, так как оно определяется числом ремонтных бригад или установок.

Кроме всего сказанного, необходимо еще проверить, можно ли восстанавливать отказавшие устройства без нарушения работы остальных (в том числе резерва, включенного вместо отказавших). На этом предположении основаны все формулы.

В формулах не требуется учитывать возможность возникновения новых отказов во время ремонта. Их целесообразнее учитывать при сборе статистики вместе с теми отказами, во время устранения которых они возникли, путем суммирования времени восстановления.

Надежность системы контроля также можно не учитывать в расчетах, так как ее проще учесть при сборе статистики. Для этого нужно отказы типа «ложная тревога» считать отказами тех устройств, к которым относится этот сигнал. Отказы типа «необнаруженная неисправность» следует учитывать при оценке вероятности успешного перехода на резерв  $v$  и полноты контроля резерва  $\eta$ .

Учет сбоев дискретной техники — серьезная проблема. Современной связной аппаратуре, вычислительной технике дискретного действия и (в разной степени) почти всем сложным изделиям свойственны кратковременные самоустраниющиеся неисправности — сбои. Последствия сбоев могут быть различными и доходящими до полного отказа изделия. Для учета сбоев А. Я. Резиновским в 1962 г. было предложено вводить в СхН дополнительное условное устройство, включенное «последовательно» с остальными, и рассматривать сбои как неисправности этого устройства. Параметры надежности условного устройства определяются так же, как параметры реальных устройств. Его наработкой считается то время, в течение которого фиксируются сбои изделия. Условное устройство относят к виду I, т. е. часть сбоев не учитывается совсем, а остальные считаются полными отказами.

Вопрос об отнесении сбоев к отказам решается наилучшим образом, если набор статистики по сбоям проводится только во время экспериментов, достаточно полно имитирующих условия работы изделия и обеспечивающих проверку результатов его работы. Если обеспечена только косвенная проверка результатов, то отказом приходится считать выход контролируемых параметров из эксплуатационных допусков на время, большее допустимого  $t_{\text{доп}}$ . Однако и выбор допусков, и тем более обоснование допустимого времени в свою очередь представляют собой задачи, пока еще не решенные и, возможно, в обозримом будущем вообще неразрешимые. Главная проблема состоит в том, что допустимое время обычно зависит и от характера сбоя, и от стадии решения зада-

чи, на которой сбой возник, а поэтому определяется не одной цифрой, а матрицей или функцией. Из этого следует, что нет возможности использовать для оценки оперативного показателя, например АСУ, статистику по сбоям, набранную во время прогона каких-либо тестов, предназначенных для проверки аппаратуры.

Таким образом, для оценки изделий со сбоями, по-видимому, следует рекомендовать комбинацию из двух методов: применять РЭМ к условному устройству и РЭМ — к остальным. Статистику по сбоям набирать только во время упомянутых специальных экспериментов, статистику по обычным неисправностям — в течение всего времени испытаний.

## 6.2. РЭМ как метод ускоренных испытаний

Рассматриваемое преимущество РЭМ при испытаниях резервированных групп на первый взгляд не нуждается в специальных доказательствах. Поскольку надежность группы может быть во сколько угодно раз больше надежности отдельных устройств, входящих в нее, ясно, что для испытаний устройств при той же точности и достоверности может потребоваться во сколько угодно раз меньше времени. Однако нужно еще убедиться, что использование данных по устройствам в последующих расчетах не сводит на нет этот выигрыш, и вообще хорошо бы подтвердить столь многообещающий вывод цифрами.

Прежде всего сошлемся на примеры § 4.2, где мы не случайно каждый раз сравнивали объем испытаний РЭМ с объемом, вычисленным обычными экспериментальными методами. Объем испытаний дублированного устройства в примере 4.2 с помощью РЭМ был сокращен примерно в 6 раз. Объем испытаний цепочки из двух дублированных устройств без восстановления в примере 4.3 был сокращен в 4 раза. Далее кратко излагаются результаты исследований некоторых типичных случаев, проведенных в [9].

Будем сравнивать два варианта испытаний группы из двух одинаковых устройств — основного и резервного. В первом варианте группа рассматривается как целое, в расчете учитываются только совпадающие отказы двух устройств. Во втором варианте статистика набирается

суммарно по двум устройствам, учитываются отказы каждого из них. Конец испытаний совпадает с последним отказом. Выигрыш во времени будем определять исходя из равенства дисперсий оценок, полученных двумя способами, и будем характеризовать его  $K_y$  — отношением  $T_{u1}$  и  $T_{u2}$ , т. е. наработок, обеспечивающих это равенство, в первом и втором вариантах соответственно.

Если выписать формулы для дисперсий  $D[R]$  для обоих способов как функций наработки  $T_{u1}$  и  $T_{u2}$  и приравнять их, то получится уравнение для некоего отношения. В [9] это и сделано, причем для РЭМ и КЭМ дисперсия определялась методом линеаризации. Приведем результаты этих расчетов.

*a.* Нагруженный резерв 1 : 1 с восстановлением и полным контролем; показатель надежности — наработка на отказ:

$$K_y = T_{u1}/T_{u2} = T/5T_n, \quad (6.6)$$

где  $T$  и  $T_n$  — наработка на отказ и среднее время восстановления отдельного устройства.

График зависимости (6.6) приведен на рис. 6.1.

*b.* То же, но показатель надежности — коэффициент оперативной готовности  $K_{огр}$ . В первом варианте здесь применяется КЭМ —  $K_{огр}$  вычисляется по  $T_{гр}$  и  $T_{nгр}$ :

$$K_y = \frac{T}{T_n(5 + 2T_n(t - T_n)/(t + T_n)^2 + T_n^2)}, \quad (6.7)$$

где  $t$  — время работы, на которое рассчитывается  $K_{огр}$ .

Функция (6.7) почти точно совпадает с (6.6), поскольку второй член суммы в знаменателе (6.7) дает незначительную поправку к первому. Не исключено, что эта поправка — лишь следствие принятых приближений.

*v.* Нагруженный резерв с восстановлением и неполным контролем резерва. Показатель —  $T_{гр}$ :

$$K_y = \frac{T}{2 \left( 2T_n + (1 - \eta)\tau_k + \frac{T^2}{2T_n + (1 - \eta)\tau_k} \right)}, \quad (6.8)$$

где  $\eta$  — полнота непрерывного контроля резерва;  $\tau_k$  — среднее время, на которое задерживается обнаружение отказа, не обнаруженного непрерывным контролем.

График функции (6.8) показан на рис. 6.2, из которого видно, что выигрыш уже не такой большой, как на

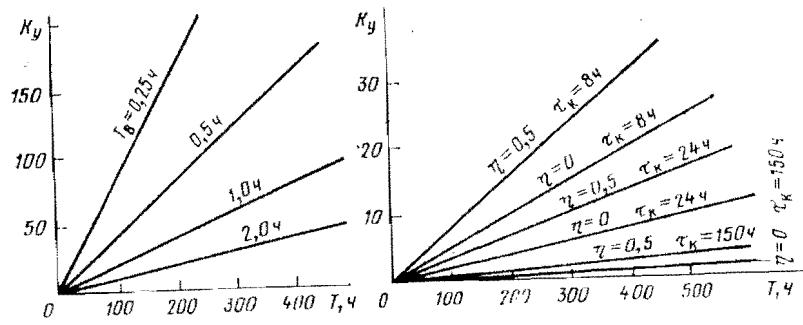


Рис. 6.1

Рис. 6.2

рис. 6.1. Отметим, что рассмотренные формулы приблизительно соответствуют естественному предположению о том, что РЭМ сокращает время испытаний в  $NT_{\text{тр}}/T$  раз, в том числе в  $T_{\text{тр}}/T$  раз за счет того, что группа надежнее отдельного устройства, и в  $N$  раз за счет того, что РЭМ использует статистику с  $N$  (основных и резервных) устройств вместо одного. Однако эта идея нуждается в дополнительном обосновании.

Отметим, что на испытаниях изделий, включающих в себя нерезервированные устройства, выигрыш от применения РЭМ заметно снижается. Естественно, здесь все определяется соотношением показателей надежности резервируемой и нерезервируемой частей. Например, в сложном вычислительном комплексе, где задублированы все устройства, кроме пульта управления, наличие последнего может существенно увеличить время испытаний. Дело осложняется тем, что при планировании испытаний (§ 4.2—4.4) приходится использовать функции распределения оценки показателя, имеющие максимальную дисперсию. В данном случае дисперсия максимальна тогда, когда все отказы сосредоточены именно в нерезервируемой части изделия. Поскольку это противоречит практике (без резерва остаются как раз самые надежные устройства), приходится для планирования привлекать дополнительную априорную информацию, позволяющую ограничить надежность этой части изделия снизу. Поскольку эти ограничения могут быть далекими от истинных, выигрыши от РЭМ может быть не очень большим.

## Выводы

Таким образом, РЭМ является перспективным и многообещающим методом испытаний сложных изделий. Его можно применять практически в любых условиях, которые могут иметь место при испытаниях. Резкое сокращение объема испытаний (или повышение достоверности оценок) для изделий с резервом является очень важным его достоинством, особенно если учесть невозможность использования других методов ускоренных испытаний к столь сложным изделиям.

Существует, однако, опасность, что ошибочное применение формул, широко распространенных в литературе и, как правило, завышающих надежность, приведет при использовании РЭМ к совершенно искаженным результатам. Этим, очевидно, могут быть полностью скомпенсированы все достоинства метода. Поэтому при разработке конкретных методик на основе РЭМ расчетным формулам следует уделять особое внимание.

## Глава 7

### ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПОЛНОТЫ И ДОСТОВЕРНОСТИ ИСХОДНОЙ СТАТИСТИКИ

Проблема обеспечения полноты и достоверности исходной статистики занимает особое и очень важное место в испытаниях на надежность. Сразу же отметим, что здесь и далее будем говорить о достоверности статистики не в математическом смысле (малая по объему статистика менее достоверна, большая — более достоверна), а в смысле соответствия зафиксированных в ходе испытаний статистических данных действительному объему наработки, фактическому количеству и характеру имевших место неисправностей и ремонтов. Именно неполнота (пробелы, пропуски, неточности или прямые искажения зафиксированных данных) является главным источником недостоверности статистики в интересующем нас смысле. Исходя из этого аспекта достоверности специалисты-практики часто говорят: «Статистику нужно

собирать своими руками». Важность проблемы определяется тем, что неполноту и недостоверность исходной статистики уже нельзя скомпенсировать при ее обработке никакими, даже самыми точными, расчетными формулами.

### 7.1. Организация сбора статистики

Так как случай, когда статистику получают из «чужих рук», наиболее характерен для испытаний сложных изделий, от исследователя требуется четкая организация процесса сбора статистических данных и постоянный контроль за ним. Это особенно необходимо в связи с тем, что вся статистика по надежности собирается «вручную» и, кроме счетчиков наработка, в распоряжении исследователей практически пока нет никаких средств объективной регистрации параметров процесса функционирования изделия. Поэтому представляется необходимым рассмотреть довольно обширный круг организационных вопросов, на первый взгляд кажущихся незначительными, но в действительности весьма существенно влияющими на достоверность оценок. Изложенные далее рекомендации относятся прежде всего к государственным испытаниям опытных образцов сложных изделий с применением РЭМ, предъявляющим максимальные требования к достоверности статистики. В других случаях — на предварительных (заводских) испытаниях, в условиях подконтрольной эксплуатации и т. п. — возможны другие варианты.

Первым среди указанных вопросов является вопрос о создании и организации группы оценки надежности.

**Группа оценки надежности.** Это коллектив специалистов по надежности, предназначенный для организации и повседневного руководства испытаниями на надежность, а также для обработки и анализа их результатов. В состав группы должны входить представители предприятия-разработчика и организации заказчика. Такое двустороннее представительство в группе может в наибольшей степени обеспечить получение объективной информации о надежности испытуемого изделия. Количественный состав группы зависит от объема и сложности объекта испытаний и может доходить до 4—6 человек (по 2—3 специалиста с каждой стороны). Рассмо-

тим основные функциональные обязанности группы оценки надежности.

*Организация сбора первичных данных* состоит прежде всего в определении объектов сбора статистики (ОСС), т. е. в определении перечня отдельных устройств или групп устройств, по которым должен вестись дифференцированный учет наработки и неисправностей (см. § 6.1). Так как в сложных изделиях широко используются автономное и групповое включение, резервирование и многоканальное построение устройств, а счетчики наработка устанавливаются не всегда и не на каждом устройстве, правильный выбор ОСС подчас является далеко не простой задачей. При слишком мелком делении изделия на ОСС усложняется учет, увеличивается число учетных документов (журналов), которые приходится вести одному испытателю, что неизбежно ведет к снижению качества (читай — достоверности) статистики. При чрезмерном укрупнении ОСС возникает объективная опасность ошибочного «распространения» наработки всего изделия (или какой-либо из подсистем) на устройства, которые в силу своей специфики фактически в данный период части времени не работали. Оптимальным, как показывает практика, следует считать случай, когда каждый испытатель ведет только один журнал учета, в котором фиксирует статистику по одному или нескольким ОСС.

Принципиально важным является установление персональной ответственности за ведение каждого журнала. Обычно журнал закрепляется за одним из испытателей — представителем заказчика. Если в испытаниях участвует достаточное количество разработчиков, то за ними закрепляют соответствующие ОСС и вместе с представителями заказчика они несут ответственность не только за грамотную эксплуатацию изделия, но и за качество ведения учетной документации по надежности. Такая двусторонняя ответственность наилучшим образом обеспечивает полноту и достоверность статистики, так как при этом требовательность (даже естественная придрывчивость) заказчика сочетается с глубоким знанием техники разработчиком и столь же естественным стремлением показать ее достоинства.

*Инструктивно-методическая подготовка испытателей* — следующий и совершенно обязательный этап в работе группы оценки надежности. Практика показывает

что даже при наличии продуманных форм учетных документов и подробных инструкций по их заполнению групповые и индивидуальные инструктивные занятия с испытателями, а также прием от них зачетов по основным положениям методики оценки надежности испытуемого изделия являются эффективным средством повышения качества первичного статистического материала. При этом следует подчеркнуть, что упор в инструктивно-методической работе следует делать не на формальное знание инструкции, а на глубокое понимание каждым испытателем сущности методики оценки надежности. Только при этом условии он будет сознательно и добровольно фиксировать все данные, необходимые для объективной оценки уровня надежности изделия.

*Контроль за соблюдением правил проведения испытаний* — важнейшая функция группы. Она осуществляется обычно путем поочередного дежурства членов группы на объекте в течение всего периода испытаний. Желательно, чтобы дежурили попарно представители заказчика и разработчика. При проведении же специальных экспериментов (например, при проверках на взаимозаменяемость, при внедрении искусственных неисправностей для оценки времени восстановления или проверки качества резервирования и т. п.) двустороннее представительство членов группы является обязательным.

В процессе самого дежурства контроль со стороны членов группы тесно переплетается с оказанием ими помощи обслуживающему персоналу в анализе возникших неисправностей и фиксации необходимых данных о них в учетных документах, т. е. выливается практически в личное участие в работе по сбору статистики. Такая форма контроля наиболее близка к формуле «своими руками». Однако она, к сожалению, не всегда осуществима. Поэтому практически всегда необходима периодическая проверка (не реже одного раза в неделю) правильности ведения учетных документов на всех ОСС с обязательными отметками в них о выявленных недостатках.

*Опечатыванию устройства как эффективному средству исключения бесконтрольного вскрытия и ремонта изделия необходимо уделять особое внимание. Если на объекте постоянно находится дежурный член группы, то устройства следует опечатывать печатью группы надежности. В этом случае каждое вскрытие производится*

только в присутствии и с разрешения дежурного члена группы. При периодическом контроле со стороны группы надежности разрешается вскрытие по усмотрению испытателей, а нарушение печатей является для группы надежности сигналом о том, что в аппаратном журнале должна быть соответствующая запись. При невозможности организовать постоянное дежурство или достаточно частный контроль группы надежности, устройства опечатываются печатью испытателя — представителя заказчика. Опыт испытаний убедительно показывает, что опечатывание служит сильным дисциплинирующим фактором для представителей обеих сторон — и разработчика, и заказчика, и не создает каких-либо существенных неудобств для работы, на которые обычно ссылаются противники этой меры.

*Согласование статистики* предполагает, как известно, получение согласованного заключения о характере, причине и классификации каждой неисправности прежде всего по степени влияния на работоспособность изделия («отказ» или нет) и по другим классификационным признакам. Согласование проводится обычно на трех уровнях:

- а) первичное согласование на ОСС между испытателем от заказчика и разработчиком этого устройства;
- б) согласование в группе оценки надежности, где специалисты по надежности контролируют (в двустороннем порядке) правильность первичной классификации и полноту сведений, а также разрешают спорные вопросы;
- в) согласование в Комиссии по испытаниям, куда выносятся, как правило, только те вопросы, по которым не удается прийти к согласованному решению на первых двух уровнях.

Совершенно очевидно, что процесс согласования статистических данных проходит тем успешнее, чем оперативнее он осуществляется, т. е. если он проводится «по горячим следам», а не откладывается на конец испытаний, когда уже трудно восстановить по памяти недостающую информацию. Оперативное согласование статистики (немыслимо без всестороннего рассмотрения каждого конкретного случая) служит надежной гарантией обеспечения полноты и достоверности исходных данных для оценки показателей надежности.

*Учетные документы.* Их формы являются важной предпосылкой получения полной и достоверной инфор-

мации о надежности сложного изделия. Для испытаний таких изделий в практику многих организаций прочно вошли две формы: аппаратный журнал (АЖ) и карточки учета неисправностей (КУН). Там, где при профилактике приходится делать много замеров и записей, к ним добавляются журналы профилактических работ. Там, где часты неисправности сбояного характера (цифровая техника, связь и т. п.), целесообразно применять также специальные сводные карточки (журналы) для учета сбоев.

Возможны и другие формы, отражающие специфику изделия. Мы рассмотрим лишь АЖ и КУН и только с точки зрения обеспечения достоверности.

**Аппаратный журнал** должен представлять собой не только журнал учета наработки, числа включений и неисправностей аппаратуры, но одновременно и рабочий дневник испытателя. Пример такого журнала приведен в табл. 7.1. Он служит первичным документом, в котором непрерывно в течение всех испытаний отражается состояние аппаратуры в каждый момент времени, все работы, проводимые на ней, а также все замечания обслуживающего персонала по качеству функционирования аппаратуры, удобству ее обслуживания, ремонта и т. д. Рабочие записи в АЖ служат, как правило, основанием для заполнения КУН, а также для разработки предложений по устранению выявленных на испытаниях недостатков.

Совмещение функций выгодно отличает АЖ от часто применяемых специальных журналов, предназначенных только для ведения статистики по надежности. Во-первых, совмещенный журнал всегда под рукой у испытателя, и уже одно это способствует полноте информации. Во-вторых, в рабочем дневнике (правой части) такого журнала содержится множество сведений, необходимых для работы персонала, по которым можно контролировать и восстанавливать данные о неисправностях, даже если в левой части они отсутствуют.

*Карточка учета неисправности* составляется по данным АЖ с привлечением другой информации (в том числе из ремонтных органов) и содержит как бы небольшой, но достаточно полный протокол по каждой неисправности. Карточки являются основными документами, с помощью которых проводятся статистический анализ и расчеты надежности как в ходе испытаний, так и после-

их окончания. Карточки бывают сводные, содержащие сведения о всех неисправностях изделия (или его части) за определенный период, и разовые, содержащие сведения об одной неисправности. Разовая карточка (рис. 7.1) имеет ряд достоинств, повышающих достоверность информации:

а) возможность согласования классификации неис-

Таблица 7.1

Рабочие записи обслуживающего персонала и характер обнаруженных неисправностей

Контроль функционирования. Все в норме.

Тренировка операторов. Устройства У-1 и У-2 не включались. Автоматический переход на резерв устройства У-5. Нет информации по 3 и 7 разрядам.

11.40 — закончен ремонт У-5 (см. аппаратный журнал У-5).

12.00 — конец тренировки.

12.05 — проверка производительности системы (п. 11 программы). Сбои в информации по 2-му каналу. В 12.43 самоустранились.

Конец работы по программе испытаний.

Контроль функционирования.

Нет информации по 2-му каналу. Отключается питание устройства У-2. Остальная аппаратура в норме.

8.40 — тренировка операторов от имитатора с 1, 3, 4 и 5-м каналами. На 2-м — ремонт.

10.37 — закончен ремонт У-2 (пробой  $C_{45}$ ; сгорели  $R_7$ ,  $R_8$ ,  $R_9$ ).

Кondенсатор  $C_{45}$  — К50-3Б-50-2000 в штатном ЗИП не предусмотрена, взят из отладочного ЗИП.

Конец тренировки. У-7 вскрыто для замены реле по перечню доработок № 0018 от 15.12.1978 г.

Контроль после доработки. Нормально.

правности и связанного с этим дописывания, уточнения и дополнения сведений в карточке, в том числе с использованием оборотной стороны листа;

б) возможность передачи карточки с отказавшей частью изделия (узлом, блоком) в ремонтную мастерскую для внесения данных по анализу и ремонту отказавшего узла;

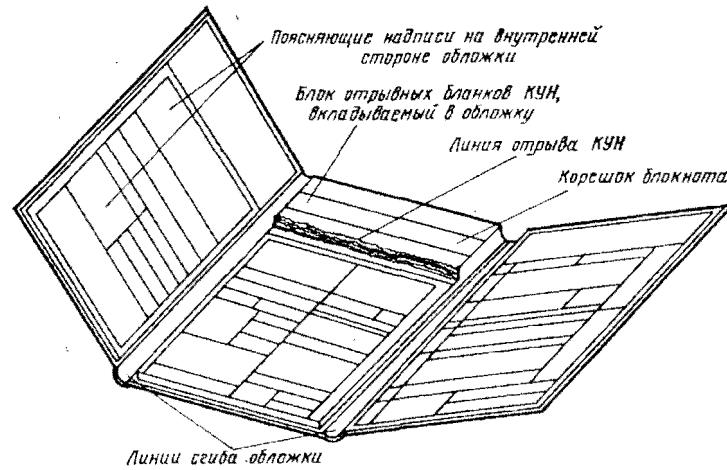


Рис. 7.1

в) возможность сортировки карточек по разным признакам при согласовании и обработке;

г) возможность размещения достаточно подробных и более понятных указаний по заполнению бланка благодаря применению блокнота с надписями на обложке, а не на самой карточке (рис. 7.1). Если эти преимущества почему-либо не имеют значения, то разовая и сводная карточки применимы в равной степени.

## 7.2. Характерные ошибки в работе по сбору статистики

Общие правила проведения испытаний на надежность, содержащие четкие и достаточно подробные указания по всем вопросам организации испытаний и обязательные для всех их участков, являются необходимой предпосылкой получения достоверных данных о надежности изделия. В данном разделе мы остановимся лишь кратко на тех правилах, которые в наибольшей степени влияют на качество исходной статистики и нарушения которых являются характерными ошибками в работе по оценке надежности сложных изделий, в том числе с применением РЭМ.

**Ошибки в классификации неисправностей.** Эти ошибки, пожалуй, наиболее распространены, и это обусловлено

лено как трудностями правильной интерпретации тех или иных классификационных признаков в конкретной ситуации, так, нередко, и ведомственными интересами. Второй причины мы касаться не будем, поскольку обусловленные ею ошибки устраняются в процессе согласования статистики, первую же рассмотрим более внимательно.

Для оценки показателей надежности из всех неисправностей прежде всего выделяют те, которые привели к отказу изделия (части изделия). Отказом считается снижение и тем более полная утрата изделием работоспособности. Затем из зафиксированных отказов выделяют те, которые не должны учитываться при оценке показателей. В настоящее время принят во многих организациях и стандартизован в широких масштабах следующий список неучитываемых отказов:

- а) зависимые (т. е. вторичные) отказы;
- б) отказы, вызванные внешними факторами, не предусмотренными в ТЗ (ТУ) на изделие;
- в) отказы, вызванные нарушением обслуживающим персоналом инструкции по эксплуатации (ИЭ);
- г) отказы, устранимые в процессе доработок, эффективность которых очевидна или подтверждена экспериментально при дальнейших испытаниях на надежность или при дополнительных испытаниях;
- д) отказы, вызванные применением методов прогнозирования отказов в процессе технического обслуживания;
- е) отказы, не влияющие на конкретный оцениваемый показатель.

Не всегда просто бывает, например, отличить нарушение инструкции обслуживающим персоналом от естественной (и уж, конечно, незлонамеренной) его ошибки, обусловленной эргономическим несовершенством изделия или недостатками самой ИЭ. Решающим признаком при этом является наличие в ИЭ прямых указаний о запрещении тех или иных действий, а также наличие предупредительных надписей на панелях и защитных средств в самом изделии (схем блокировки, ограждений и т. п.). Нельзя, например, исключать из расчета отказ оптической системы, вызванный тем, что оператор в ходе работы задел ее и нарушил юстировку.

Типичными отказами категории б) являются отказы, вызванные слишком высокой (низкой) температурой, при

которой эксплуатируется изделие. Однако было бы ошибкой относить сюда же отказ из-за местного перегрева в каком-либо устройстве, в то время как параметры внешней среды находятся в пределах нормы. Последний, очевидно, нельзя исключать из расчета даже в том случае, когда перегрев превышает нормы частных ТУ на отказавший элемент.

Распространенной ошибкой, касающейся отказов категории г), является преждевременное, не подтвержденное достаточной статистикой, исключение из расчетов отказов, по которым проведены доработки. Сразу после доработки такие отказы можно «списывать» только в том случае, когда доработка исключает возможность их появления в принципе (например, ненадежный узел полностью исключается из состава изделия). Если же доработки направлены на изменение параметров недостаточно надежного элемента, то имевшие место до доработки отказы исключаются из расчетов лишь после экспериментальной проверки эффективности принятых мер, длительность которой определяется в каждом конкретном случае испытательной комиссией. Если такая проверка по времени не укладывается в общие сроки работы, то отказы, которые могли бы попасть в категорию г), могут исключаться только из расчета так называемой ожидаемой надежности, но не из расчета фактической надежности испытанного образца.

К категории д) часто относят все отказы, которые были обнаружены во время профилактики, хотя их появление и не было связано с применением методов прогнозирования. Эту ошибку мотивируют тем, что профилактика якобы и предназначена для выявления таких «скрытых» отказов. Подобное представление принципиально неверно: профилактика должна выявлять не уже случившийся отказ, а лишь потенциальный, т. е. тот, который может произойти в ближайший межпрофилактический период.

Данная ошибка приводит к тому, что из расчетов исключаются отказы, случайно совпавшие по времени с профилактикой, тогда как в наработку изделия время профилактики входит. Однако гораздо более серьезные последствия имеют место тогда, когда на испытаниях реальная работа изделия имитируется эпизодически и не полностью, контроль в остальное время далек от идеального, а контроль во время профилактики являет-

ся самым полным и всеобъемлющим. Тогда невыявленные отказы накапливаются в межпрофилактический период, обнаруживаются во время профилактики и исключаются из расчета, что существенно завышает все оценки.

К этой же категории пытаются иногда отнести отказы элементов изделия, если их наработка на момент отказа превышает срок службы (ресурс), указанный в ТУ на них. Причины этого старого заблуждения коренятся в неправильном толковании понятий «срок службы» и «ресурс». Ссылки на частные ТУ можно привлекать лишь для обоснования тех или иных мероприятий, включаемых в профилактику изделия. Если даже замена отработавших свой срок элементов предусмотрена инструкцией по эксплуатации, речь не идет об уже случившихся отказах.

**Исключение из расчетов самоустраниющихся неисправностей.** Наиболее частой причиной такого исключения является, конечно, неполнота, а подчас и полное отсутствие данных о таких неисправностях в учетных документах, объясняемые обычно трудностями их регистрации. В случае сбоев ЭВМ при отсутствии в них специальных средств регистрации сбоев это еще в какой-то степени оправдано, но когда не регистрируется самоустранившаяся в процессе поиска «адреса» неисправность, например, контактного характера (которая может продолжаться часами) и только потому, что она самоустранилась, то это следует считать грубой методической ошибкой.

Другим вариантом является исключение самоустраниющихся неисправностей из расчета под тем предлогом, что они «не требуют ремонта», путем установления соответствующего определения понятия «отказ». При этом полностью игнорируется простой изделия на время поиска неисправности.

Практика показывает, что для выявления причин самоустраниющихся неисправностей типа частых сбоев ЭВМ наибольшую пользу приносит именно полная и объективная статистика по ним. В этих целях оказывается весьма эффективным применение в период испытаний специальных автоматических регистрирующих приборов (самописцев, шлейфовых осциллографов, фотокамер и т. п.), подключаемых параллельно к обычно имеющимся средствам контроля. Потери информации

о самоустраниющихся неисправностях могут возникать и при плохом взаимодействии группы оценки надежности с группами анализа характеристик назначения испытуемого изделия. Например, если при анализе качества сопровождения самолета радиолокационной станцией из расчета показателей точности сопровождения исключаются участки трасс с явно большими «отскоками» координат, то эти участки должны быть обязательно проанализированы группой надежности. И если в это время на аппаратуре даже не было замечено никаких нарушений работоспособности (в силу неидеальности системы контроля), то такие явления следует вносить в статистику по надежности.

**Ошибки, связанные с неправильным хронометражем:**

1) время отыскания отказавшего устройства в изделии не включается в  $T_b$  этого устройства, особенно когда неисправность в изделии ищут одни люди (с точностью до устройства), а в устройстве — другие. Эти последние и заполняют карточку;

2) в учетных документах начинают постоянно фигурировать «стандартные» значения  $T_b=5, 10, 15$  мин — это явный признак того, что действительного хронометража испытатель не ведет и записывает это время «задним числом», по аналогии с прошлыми ремонтами.

Аналогично должны настороживать исследователя и «односторонние» записи о наработке изделия: «8.00 — включено; 18.00 — выключено», повторяющиеся изо дня в день. Если при наличии счетчиков наработки ошибки в учете наработки еще могут быть исправлены, то потеря статистики о количестве включений и выключений (о цикличности работы) оказывается невосполнимой. А для ряда изделий (например, для содержащих мощные ЭВП, силовые приводы, контакторы) эта статистика играет важную роль при анализе надежности.

**Объединение нескольких отказов в один.** Если инженерным анализом установлена взаимная зависимость отказов, — а зависимые отказы исключаются из расчета, то при определении показателей надежности вся эта группа принимается за один (присоединяется к первичному отказу). Однако исключение из расчетов времени, затраченного на устранение вторичных отказов, является грубой ошибкой. Время устранения «объединенного» отказа должно включать в себя полное время, затраченное на ремонт изделия.

Аналогично следует поступать и тогда, когда зависимость неисправностей установить не удается, но они обнаружены одновременно в одном устройстве. Было бы ошибкой учитывать каждую неисправность в отдельности. Очевидно, что для данного устройства все они образуют одну неисправность с общим временем восстановления.

На испытаниях бывают перемежающиеся неисправности, которые успевают вызвать несколько самоустранившихся отказов изделия, прежде чем их обнаружат и устранит. Таковы, например, нарушения контактов в паяных или разъемных соединениях. Часто встречаются попытки объединить все эти отказы на том основании, что они вызваны одной общей причиной. Ясно, что такого рода объединение (даже с суммированием времени восстановления) недопустимо искажает действительную картину функционирования изделия.

Наконец, самой грубой ошибкой в этой группе является объединение в одну нескольких неисправностей одинакового характера (вида), хотя и обнаруженных в разное время и даже в разных образцах одинаковых устройств. Например, в однотипных блоках периодически отказывают выходные транзисторы усилителя мощности. В такой ситуации одинаковый характер неисправностей никак не может служить основанием для объединения нескольких повторяющихся отказов в один.

**Внесение поправок на квалификацию обслуживающего персонала.** Речь идет о попытках уже после того, как при устранении какой-то неисправности зафиксировано время восстановления, уменьшить его потому, например, что испытатель считается недостаточно опытным, или увеличить потому, что неисправность устранил высококвалифицированный разработчик или два техника вместо одного, предусмотренного штатом. Поскольку обоснованной методики пересчета времени восстановления на другие условия пока не существует, все это ведет к субъективным искажениям опытных данных. А чтобы избежать такого рода искажений, следует соблюдать определенные правила при эксплуатации изделия. Испытатели должны пройти необходимый курс обучения и сдать зачеты по этому курсу. Их количество и квалификация должны строго соответствовать инструкции на изделие. Разработчиков можно допускать к устранению неисправностей на ранних стадиях испытаний (завод-

ские, предварительные), а на последних стадиях привлекать только в особо сложных ситуациях.

**Отклонения от установленной стратегии ремонта.** Это проявляется чаще всего в отказе от штатных запасных инструментов и принадлежностей (ЗИП) и ремонтного оборудования, а также в нарушении установленного в ИЭ порядка восстановления изделия. Например, вместо замены отказавшего блока запасным и последующего его ремонта на стенде предпринимают ремонт блока непосредственно на месте. Ремонт изделия при этом существенно удлиняется и усложняется. Это особенно характерно для предварительных испытаний, непосредственно следующих за этапом отладки, на котором разработчик пользуется неограниченным запасом отладочного ЗИП, более совершенными лабораторными приборами и способен устранять неисправности без стендов как создатель этого изделия. По инерции такой порядок ремонта сохраняется иногда и после начала испытаний. При этом оправдываются стремлением сохранить ЗИП для последующих испытаний, нехваткой людей и времени для освоения стендов и т. п.

В связи с этим необходимо подчеркнуть, что вся стратегия ремонта, предложенная разработчиком в эксплуатационной документации, вместе с ремонтным оборудованием и ЗИП является таким же объектом испытаний, как и само изделие.

**Отклонения от установленных методов профилактики.** На испытаниях опытных образцов возможны отклонения как в сторону сокращения, так и в сторону расширения объема профилактики по сравнению с инструкцией. С одной стороны, часть предусмотренных работ может не проводиться просто из-за дефицита времени, с другой — при проведении профилактики параметры, находящиеся в пределах допусков, могут «выставляться в номинал», хотя в инструкции и нет указаний об этом. Несложные подрегулировки иногда делают и в межпрофилактические периоды, как только обнаруживается хоть какой-то уход параметра от номинала. Опыт показывает, что все эти действия могут как повышать, так и понижать надежность изделия. Поэтому статистика, полученная в этих условиях, может сильно отличаться от данных, которые будут получены в эксплуатации при реализации установленной системы профилактики.

## Выводы

Заключая гл. 7, следует еще раз подчеркнуть, что без четкой научной организации испытаний и строгой регламентации их проведения невозможно получить достоверную и объективную оценку уровня надежности нового изделия, особенно если это большой и технически сложный комплекс и испытания проводятся с помощью РЭМ. Поэтому в качестве первого вывода главы перечислим основные правила, которые, как показывает практика, должны лежать в основе научной организации испытаний на надежность:

- создание группы оценки надежности — оперативного «штаба» руководства всей работой по сбору, анализу и обработке статистических данных;
- рациональный выбор объектов сбора статистики;
- постоянный и эффективный контроль за соблюдением установленных правил проведения испытаний на надежность;
- обязательное опечатывание устройств;
- оперативное двустороннее рассмотрение и согласование статистики в ходе испытаний;
- применение простых, удобных и одновременно достаточно информативных форм учетных документов.

Второй очевидный вывод состоит в том, что хорошая методическая подготовка испытателей и глубокие специальные знания членов группы оценки надежности являются важными условиями получения достоверной и полной статистики, грамотной ее обработки, а следовательно, и недопущения методических ошибок, примеры которых были рассмотрены во второй половине главы.

## Приложение 1

### Планы одноступенчатого контроля коэффициента готовности

Испытаниям подвергается  $N$  восстанавливаемых изделий, испытания каждого из них заканчиваются в момент некоторого последнего восстановления, в целом они заканчиваются по достижении запланированного суммарного числа  $r$  событий «отказ + восстановление» (план  $\{N, B, r\}$ ). Распределения наработки между отказами  $t$  и временем восстановления  $\tau$  экспоненциальные.

Оценка  $K_r$  рассчитывается по формуле

$$\hat{K}_r^* = \hat{T}^*/(\hat{T}^* + \hat{T}^2 z), \quad (III.1)$$

где  $\hat{T} = \frac{1}{r} \sum_i t_i$ ;  $\hat{T}_b = \frac{1}{r} \sum_i \tau_i$ ;  $t_i$  и  $\tau_i$  —  $i$ -е интервалы безотказной работы и восстановления соответственно. Статистика суммируется по всем  $N$  изделиям. Приемочный  $K_{r0}$  и браковочный  $K_{r1}$  уровни, а также риски поставщика и потребителя  $\alpha$  и  $\beta$  задания.

Для решения задачи прежде всего запишем формулу для  $K_r$  в виде

$$K_r = 1/(1+T_b/T) = 1/(1+z), \quad z = T_b/T. \quad (III.2)$$

Обозначим  $z_0$  значение  $z$ , соответствующее  $K_{r0}$ , и  $z_1$  — значение  $z$ , соответствующее  $K_{r1}$ . Определим для  $z$  определенный норматив ( $D$ ) и объем испытаний ( $r$ ), а затем, пользуясь однозначным соотношением (III.2), пересчитаем норматив  $D$  в норматив для  $K_r$ , т. е.  $C$ .

Как известно, при экспоненциальных распределениях  $t$  и  $\tau$  величины  $2rT/T$  и  $2rT_b/T_b$  имеют  $\chi^2$  — квадрат распределение с  $2r$  степенями свободы, если  $T$  и  $T_b$  определяются как выборочные средние значения случайных величин  $t$  и  $\tau$ .

Известно также, что отношение двух величин с  $\chi^2$ -распределением с  $2r$  степенями свободы, в данном случае отношение

$$\frac{z}{z} = \frac{\hat{T}_b/\hat{T}}{T_b/T},$$

подчиняется  $F$ -распределению с числом степеней свободы  $(2r, 2r)$ . Можно записать

$$P\{\hat{z}/z < x\} = \tilde{F}(x) = P\{\hat{z} < zx\},$$

где  $\tilde{F}(x)$  —  $F$ -функция.

Таблица П1.1

$K_{t_0}$	Планы испытаний для $K_t$ при $(1-K_{t_1})/(1-K_{t_0})$									
	2,0		2,5		3,0		4,0		5,0	
	$r$	$C$	$r$	$C$	$r$	$C$	$r$	$C$	$r$	$C$
$\alpha = \beta = 0,1$										
0,9	20 0,857	11 0,840	8 0,818	—	6 0,986	4 0,886	—	—	—	—
0,95	25 0,928	14 0,920	9 0,913	—	6 0,918	5 0,903	—	—	—	—
0,96	25 0,943	14 0,935	10 0,929	—	6 0,940	5 0,929	—	—	—	—
0,97	25 0,958	15 0,952	10 0,948	—	6 0,959	5 0,954	—	—	—	—
0,98	25 0,972	15 0,968	11 0,965	—	7 0,980	5 0,978	—	—	—	—
0,99	27 0,986	16 0,984	11 0,983	—	7 0,990	5 0,989	—	—	—	—
0,995	27 0,993	16 0,992	11 0,991	—	7 0,990	5 0,9957	—	—	—	—
0,998	28 0,9972	16 0,9968	11 0,9965	—	7 0,9963	5 0,9957	—	—	—	—
0,999	28 0,9986	16 0,9984	11 0,9983	—	7 0,9980	5 0,9978	—	—	—	—
0,9955	28 0,99929	16 0,99921	11 0,99914	—	7 0,99900	5 0,99890	—	—	—	—
0,9999	28 0,99986	16 0,99984	11 0,99983	—	7 0,99980	5 0,99978	—	—	—	—
$\alpha = \beta = 0,05$										
0,9	33 0,857	18 0,839	12 0,822	—	9 0,898	7 0,882	—	—	—	—
0,95	39 0,929	22 0,920	14 0,914	—	9 0,920	7 0,908	—	—	—	—
0,97	40 0,943	23 0,936	16 0,930	—	10 0,949	8 0,930	—	—	—	—
0,96	41 0,958	24 0,952	16 0,948	—	11 0,959	8 0,955	—	—	—	—
0,98	42 0,972	25 0,968	17 0,965	—	11 0,980	8 0,978	—	—	—	—
0,99	44 0,986	25 0,984	18 0,982	—	11 0,990	9 0,988	—	—	—	—
0,995	44 0,993	26 0,992	18 0,991	—	12 0,9959	9 0,9954	—	—	—	—
0,998	45 0,9972	26 0,9968	18 0,9965	—	12 0,9980	9 0,9977	—	—	—	—
0,999	45 0,9986	26 0,9984	18 0,9983	—	12 0,9990	9 0,99890	—	—	—	—
0,9995	45 0,99929	26 0,99921	18 0,99914	—	12 0,99900	9 0,99977	—	—	—	—
0,9999	45 0,99986	26 0,99984	18 0,99983	—	12 0,99980	9 0,99978	—	—	—	—

Поскольку  $z$  убывает с ростом надежности, задачу следует решать с помощью уравнений (4.60), (4.61). Введя переменную  $y=zx$ , можно записать функцию распределения для  $z$

$$F[\hat{z}] = P\{\hat{z} < y\} = \tilde{F}(y/z) \quad (\text{П1.3})$$

и систему уравнений для планирования

$$\tilde{F}(D/z_1) = \beta, \quad \tilde{F}(D/z_0) = 1 - \alpha,$$

где  $D$  — оценочный норматив для показателя  $z$ .

Чтобы воспользоваться таблицами квантилей  $F$ -функции, заложим соответствующие уравнения для квантилей:

$$\varphi_3(2r, 2r) = D/z_1, \quad (\text{П1.4})$$

$$\varphi_{1-\alpha}(2r, 2r) = D/z_0. \quad (\text{П1.5})$$

Разделив первое уравнение на второе, получим соотношение для определения объема испытаний:

$$\varphi_3(2r, 2r)/\varphi_{1-\alpha}(2r, 2r) = z_0/z_1. \quad (\text{П1.6})$$

Действительно, так как отношение  $z_0/z_1$  известно, по таблицам  $F$ -распределения [22] можно подобрать такую пару квантилей  $\varphi_3(2r, 2r)$ ,  $\varphi_{1-\alpha}(2r, 2r)$ , для которой выполняется условие (П1.6). Тем самым определяется объем испытаний — число отказов  $r$ , равное числу восстановлений. Затем по любому из уравнений (П1.4), (П1.5) определяется значение норматива  $D$ . Значению  $D$  однозначно соответствует величина  $C = K_t(D)$ , т. е. норматив для показателя  $K_t$ .

В табл. П1.1 приводятся планы испытаний (количество отказов  $r$  и оценочный норматив  $C$ ) для ряда значений  $K_{t_1}$ ,  $K_{t_0}$  и рисков  $\alpha$  и  $\beta$ . Значение  $K_{t_1}$  выражено через отношение  $(1-K_{t_1})/(1-K_{t_0})$ , которое, как видно из таблицы, глазным образом и определяет объем испытаний.

## Приложение 2

### Зоны приемки и браковки для последовательного контроля коэффициента готовности

Испытаниям подвергается одно или несколько изделий. Распределения наработки между отказами  $t$  и времени восстановления экспоненциальные. Если изделие одно, то оценка  $K_t$  производится после каждого восстановления, так что роль  $V_m$  (см. § 4.4) играет число отказов (восстановлений)  $r$ , а моменты  $t_m$  — это моменты восстановлений. Если изделий несколько, статистика суммируется по всем экземплярам, но по каждому — только до последнего восстановления включительно. Расчет  $K_{t_1}$  производится по формуле (П1.1).

Представим  $K_t$  в виде функции переменной  $z = T_m/T$ :

$$K_t = 1/(1+z). \quad (\text{П2.1})$$

Как указывалось, в приложении 1, функция распределения  $F[z]$  выражается через  $F$ -функцию ( $F$ ) формулой

$$F[\hat{z}] = P\{\hat{z} < y\} = \tilde{F}(y/z). \quad (\text{П2.2})$$

Применим метод последовательного анализа (§ 4.4) к переменной  $z$ , определим для нее зоны приемки и браковки, а затем, пользуясь соотношением (П2.1), определим те же зоны для  $K_t$ . Обозначим через  $z_0$  и  $z_1$  значения  $z$ , соответствующие  $K_{t_0}$  и  $K_{t_1}$ . Функцию плотности распределения выборочного значения  $z$   $f[z] = f(y)$  вычислим как производную от (П2.2):

$$f(y) = \frac{\partial \tilde{F}(y/z)}{\partial y} = \frac{1}{z} \tilde{F}(y/z), \quad (\text{П2.3})$$

где  $\tilde{F}$  — функция плотности  $F$ -распределения.

Запишем для функции  $f(y)$  ее аналитические выражения при условиях  $z=z_0$  и  $z=z_1$ :

$$f(y)|_{z=z_0} = \frac{1}{z_0} \frac{\Gamma(2r)}{(\Gamma(r))^2} \left(\frac{y}{z_0}\right)^{r-1} \left(1 + \frac{y}{z_0}\right)^{-2r}, \quad (\Pi2.4)$$

$$f(y)|_{z=z_1} = \frac{1}{z_1} \frac{\Gamma(2r)}{(\Gamma(r))^2} \left(\frac{y}{z_1}\right)^{r-1} \left(1 + \frac{y}{z_1}\right)^{-2r}, \quad (\Pi2.5)$$

где  $\Gamma(r)$  и  $\Gamma(2r)$  — гамма-функции с  $r$  и  $2r$  степенями свободы.

Теперь составим уравнения границ зон приемки и браковки. Для этого в обшие уравнения (4.84), (4.85) подставим (П2.4), (П2.5). В рассматриваемом случае аргументы  $R_m$  пр.,  $R_m$  бр.,  $R_0$ ,  $R_1$  и  $V_m$  переходят в  $z_{r\text{пр}}$ ,  $z_{r\text{бр}}$ ,  $r_0$ ,  $r_1$  и  $r$ . Отсюда уравнение границы зоны приемки

$$\left(\frac{z_0 + z_{r\text{пр}}}{z_1 + z_{r\text{пр}}}\right)^{2r} \left(\frac{z_1}{z_0}\right)^r = \frac{\beta}{1-\alpha}. \quad (\Pi2.6)$$

и зоны браковки

$$\left(\frac{z_0 + z_{r\text{бр}}}{z_1 + z_{r\text{бр}}}\right)^{2r} \left(\frac{z_1}{z_0}\right)^r = \frac{1-\beta}{\alpha}. \quad (\Pi2.7)$$

Введя обозначение  $k = z_0/z_1$ , после простых преобразований (логарифмирование и потенцирование) получим уравнения границ зон приемки и браковки в следующем виде:

$$z_{r\text{пр}} = \frac{z_1 \left[ k - \exp\left(\frac{1}{2r} \ln \frac{\beta}{1-\alpha} + \frac{1}{2} \ln k\right) \right]}{\exp\left(\frac{1}{2r} \ln \frac{\beta}{1-\alpha} + \frac{1}{2} \ln k\right) - 1}, \quad (\Pi2.8)$$

$$z_{r\text{бр}} = \frac{z_1 \left[ k - \exp\left(\frac{1}{2r} \ln \frac{1-\beta}{\alpha} + \frac{1}{2} \ln k\right) \right]}{\exp\left(\frac{1}{2r} \ln \frac{1-\beta}{\alpha} + \frac{1}{2} \ln k\right) - 1}. \quad (\Pi2.9)$$

Теперь с помощью (П2.1) определим границы зон для  $K_r$ :

$$K_{r\text{пр}} = \frac{\exp\left(\frac{1}{2r} \ln \frac{\beta}{1-\alpha} + \frac{1}{2} \ln k\right) - 1}{z_0 - 1 + (1-z_1) \exp\left(\frac{1}{2r} \ln \frac{\beta}{1-\alpha} + \frac{1}{2} \ln k\right)}, \quad (\Pi2.10)$$

$$K_{r\text{бр}} = \frac{\exp\left(\frac{1}{2r} \ln \frac{1-\beta}{\alpha} + \frac{1}{2} \ln k\right) - 1}{z_0 - 1 + (1-z_1) \exp\left(\frac{1}{2r} \ln \frac{1-\beta}{\alpha} + \frac{1}{2} \ln k\right)}. \quad (\Pi2.11)$$

На рис. П2.1—П2.8 с использованием (П2.10), (П2.11) построены зоны приемки и браковки для различных сочетаний  $K_{r0}$  и  $K_{r1}$  при значениях рисков  $\alpha=\beta=0,1$  и  $\alpha=\beta=0,05$ .

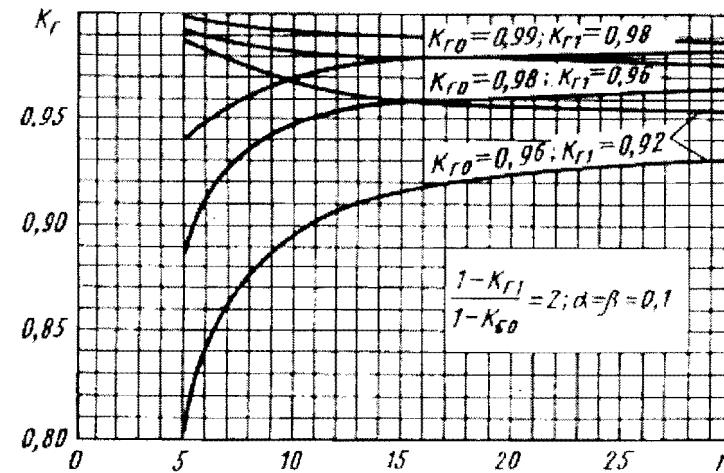


Рис. П2.1

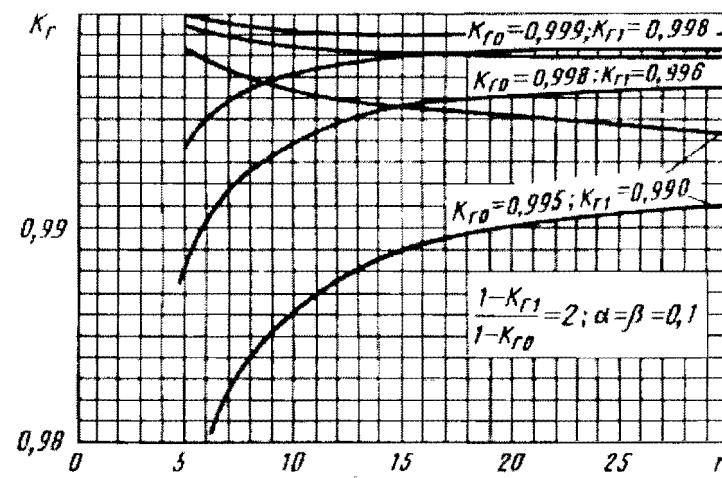


Рис. П2.2

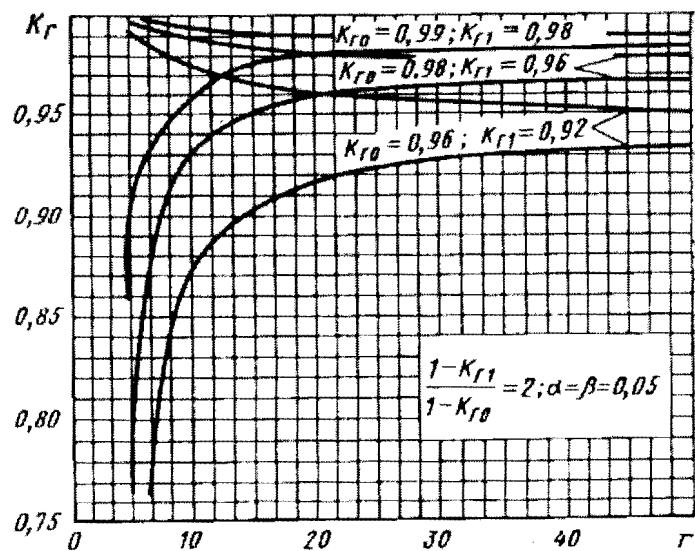


Рис. П2.3

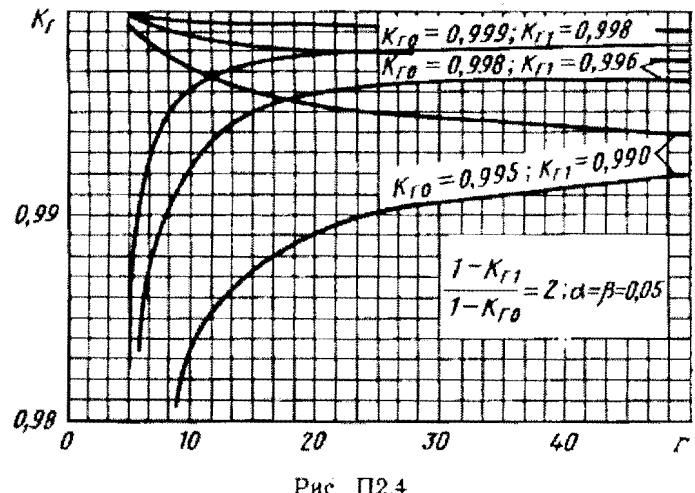


Рис. П2.4

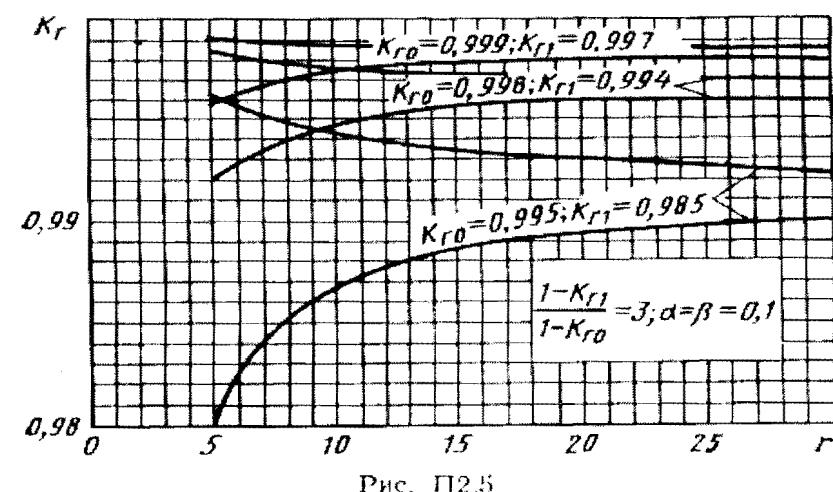


Рис. П2.5

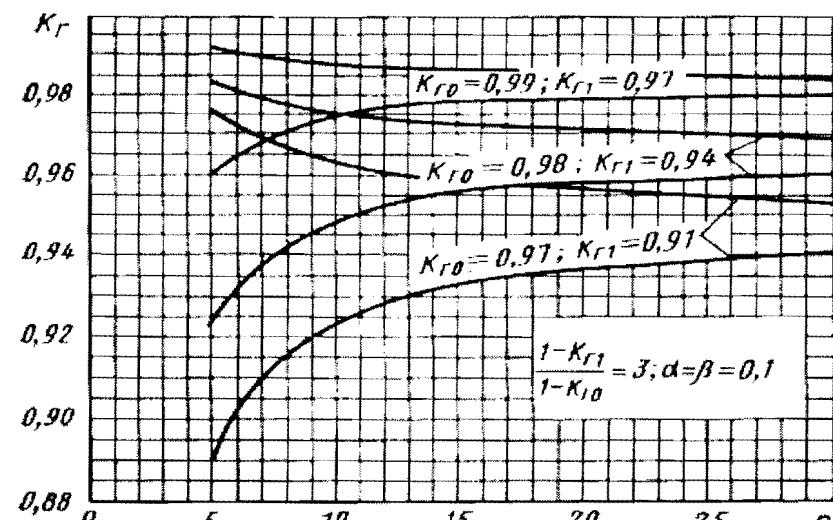


Рис. П2.6

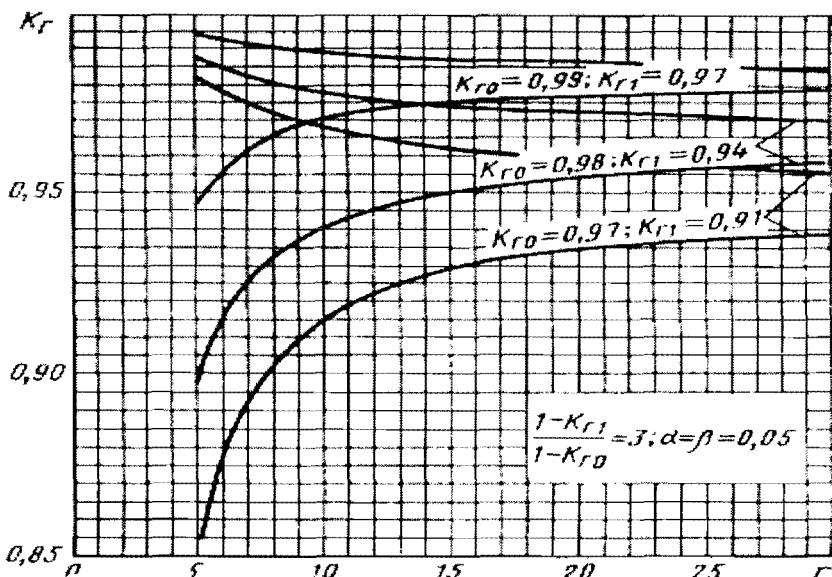


Рис. П2.7

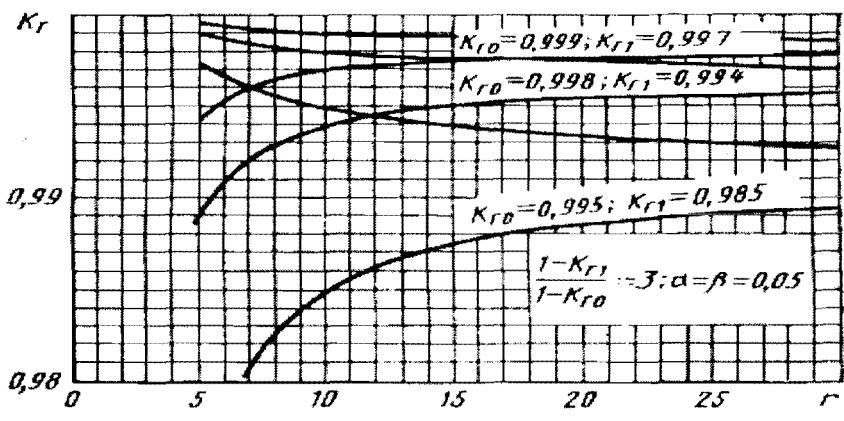


Рис. П2.8

Интересно отметить, что при контроле  $K_r$  решение возможно, только начиная с некоторого определенного количества отказов  $r_{\min}$ . Поскольку  $r$  — величина положительная, числители и знаменатели в (П2.8), (П2.9) должны быть одновременно либо положительными, либо отрицательными. Нетрудно убедиться, что в рассматриваемом случае, т. е. при  $k < 1$ , возможен только второй вариант. Тогда из (П2.8) следует ограничение, которое всегда выполняется ( $r > r_{\min}, r_{\min} < 0$ ), а из (П2.9) следует

$$r > \left( \ln \frac{1-\beta}{\alpha} \right) / |\ln k|.$$

Можно ожидать, что подобное ограничение снизу для объема испытаний существует и для других комплексных показателей.

### Приложение 3

#### Пример планирования контрольных испытаний сложного изделия

Испытывается вычислительный комплекс (ВК), СхН которого приведена на рис. П3.1; наименования устройств, составляющих комплекс, их номера по схеме — в табл. П3.1. Проверяется параметр  $T$ ; задано значение  $T_{\text{треб}} = 2500$  ч.

Испытания проводятся методом одноступенчатого контроля при значениях рисков поставщика и потребителя  $\alpha = \beta = 0.2$ , приемочного и браковочного уровней  $T_0 = 3300$  ч и  $T_1 = 1650$  ч до окончания за-

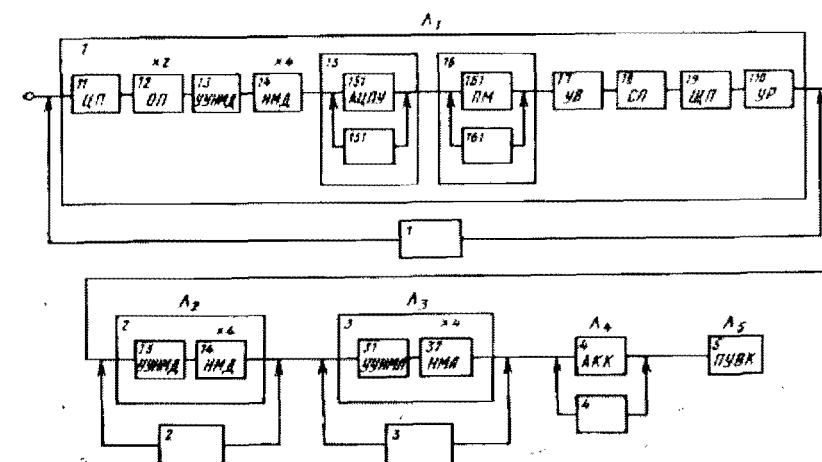


Рис. П3.1

Таблица ПЗ.1

Наименование	Номер по СхН
Вычислитель (одна линейка)	1
Центральный процессор (ЦП)	11
Оперативная память (ОП)	12
Устройство управления накопителями на магнитных дисках (УУНД)	13
Накопитель на магнитных дисках (НМД)	14
Группа алфавитно-цифровых печатающих устройств	15
Алфавитно-цифровое печатающее устройство (АЦПУ)	151
Группа печатающих машинок	16
Печатающая машинка (ПМ)	161
Устройство вывода (УВ)	17
Стойка питания (СИ)	18
Щит питания (ШП)	19
Устройство ретрансляции (УР)	110
Внешнее поле памяти на магнитных дисках (одна линейка)	2
Устройство управления накопителями на магнитных дисках (УУНД)	13
Накопитель на магнитных дисках (НМД)	14
Внешнее поле памяти на магнитных лентах (одна линейка)	3
Устройство управления накопителями на магнитных лентах (УУНЛ)	31
Накопитель на магнитной ленте (НМЛ)	32
Адаптер канала — канал (АКК)	4
Пульт управления ВК (ПУВК)	5

планированного времени  $t_n$ . Применяется РЭМ, т. е. по суммарной статистике об отказах и восстановлениях однотипных устройств определяются параметры их надежности, а по соотношению числа обнаруженных и необнаруженных отказов — параметры контроля резервированных групп, после чего вычисляется параметр  $T$  для ВК в целом. Требуется определить продолжительность испытаний  $t_n$  и оценочный норматив  $C$ .

Воспользуемся уравнениями (4.26) и (4.27) в предположении об асимптотически нормальном законе распределения параметра  $T$ . Уравнения записутся в виде

$$T_1 + u_{1-\alpha} \sqrt{D_1[\hat{T}]} = C, \quad (\text{ПЗ.1})$$

$$T_0 + u_\alpha \sqrt{D_0[\hat{T}]} = C.$$

Дисперсию  $D_1[\hat{T}]$  и  $D_0[\hat{T}]$  вычислим методом линеаризации. Для этого выпишем все необходимые зависимости, определяющие  $\hat{T}$  как функцию параметров  $\lambda$  и  $\mu$  и параметров контроля в группах резервирования.

В соответствии со схемой расчета надежности запишем

$$T = 1/\lambda_{\text{вн}}, \quad (\text{ПЗ.2})$$

$$\lambda_{\text{вн}} = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5, \quad (\text{ПЗ.3})$$

где  $\lambda_i$  — интенсивности отказов резервированных групп,  $i=1 \dots 4$ ;  $\lambda_5$  — интенсивность отказов ПУВК.

Интенсивность отказов  $i$ -й группы (группы однотипные — нагруженный резерв 1 : 1)  $\lambda_i$  вычисляется по формуле (см. § 6.1)

$$\lambda_i = \lambda_i \left( 1 - \frac{\nu_i}{1 + \frac{2\lambda_i}{\mu_i} + \frac{1 - \eta_i}{1 + \eta_i}} \right), \quad (\text{ПЗ.4})$$

где  $\lambda_i$  — интенсивность отказов  $i$ -го элемента резервирования;  $\mu_i$  — интенсивность восстановления  $i$ -го элемента;  $\nu_i$  — вероятность успешного перехода на резерв в  $i$ -й группе;  $\eta_i$  — вероятность обнаружения отказов резервного элемента  $i$ -й группы.

На испытаниях оценки параметров  $\nu_i$  и  $\eta_i$  вычисляются как отношения:  $\widehat{\nu}_i = \tau_{\text{усп}}/N_{\nu i}$ ,  $\widehat{\eta}_i = \tau_{\text{обн}}/N_{\eta i}$ , где  $N_{\nu i}$  — число переходов на резерв, использованных для оценки  $\nu_i$ ;  $\tau_{\text{усп}}$  — число успешных переходов;  $N_{\eta i}$  — число отказов, использованных для оценки  $\eta_i$ ;  $\tau_{\text{обн}}$  — число отказов, обнаруживаемых системой контроля резерва. Параметры  $\lambda_i$  и  $\mu_i$  оцениваются по приведенным далее формулам.

Интенсивность отказов  $\lambda_i$  цепи резервирования в группе 1

$$\lambda_1 = \sum_{j=1}^{10} \lambda_{1j} = \lambda_{11} + 2\lambda_{12} + \lambda_{13} + 4\lambda_{14} + \lambda_{151} \left( 1 - \frac{\nu_{151}}{1 + \lambda_{151}/\mu_{151}} \right) + \lambda_{161} \left( 1 - \frac{\nu_{161}}{1 + \lambda_{161}/\mu_{161}} \right) + \lambda_{17} + \lambda_{18} + \lambda_{19} + \lambda_{110}. \quad (\text{ПЗ.5})$$

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \sum_{j=1}^{10} \lambda_{1j} \left| \sum_{j=1}^{10} \frac{\lambda_{1j}}{\mu_{1j}} \right| \\ &= \frac{\lambda_{11}}{\mu_{11}} + 2 \frac{\lambda_{12}}{\mu_{12}} + \frac{\lambda_{13}}{\mu_{13}} + 4 \frac{\lambda_{14}}{\mu_{14}} + \frac{\lambda_{151}}{\mu_{151} (\mu_{151} + \lambda_{151})} + \\ &\rightarrow \frac{\lambda_{161}}{\mu_{161} (\mu_{161} + \lambda_{161})} + \frac{\lambda_{17}}{\mu_{17}} + \frac{\lambda_{18}}{\mu_{18}} + \frac{\lambda_{19}}{\mu_{19}} + \frac{\lambda_{110}}{\mu_{110}}. \end{aligned} \quad (\text{ПЗ.6})$$

Здесь и далее  $\lambda_{ij}$ ,  $\mu_{ij}$  — интенсивности отказов и восстановлений  $j$ -го устройства  $i$ -й группы (нумерация соответствует СхН).

Аналогичные соотношения для групп 2 и 3 (группа 2 состоит из устройств группы 1):

$$\lambda_2 = \lambda_{13} + 4\lambda_{14}, \quad (\text{ПЗ.7})$$

$$\mu_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_{13}/\mu_{13} + 4\lambda_{14}/\mu_{14}}, \quad (\text{ПЗ.8})$$

$$\lambda_3 = \lambda_{31} + 4\lambda_{32}, \quad (\text{ПЗ.9})$$

$$\mu_3 = \frac{\lambda_3}{\lambda_{31}/\mu_{31} + 4\lambda_{32}/\mu_{32}}. \quad (\text{ПЗ.10})$$

В группе 4, где резервируется одно устройство,  $\lambda_i$  и  $\mu_i$  равны  $\lambda_4$  и  $\mu_4$  соответственно.

Оценка дисперсии методом линеаризации производится по формуле

$$D[\hat{T}] = \sum_{i=1}^5 \left( \frac{\partial T(\Lambda_i)}{\partial \Lambda_i} \right)^2 D[\hat{\Lambda}_i] \quad (\text{ПЗ.11})$$

или с учетом соотношений (ПЗ.2) и (ПЗ.3)

$$D[\hat{T}] = \frac{1}{\Lambda_{\text{вк}}^4} (D[\hat{\Lambda}_1] + D[\hat{\Lambda}_2] + D[\hat{\Lambda}_3] + D[\hat{\Lambda}_4] + D[\hat{\Lambda}_5]). \quad (\text{ПЗ.12})$$

Величины  $D[\hat{\Lambda}_i]$  ( $i=1, \dots, 4$ ) вычислим также методом линеаризации:

$$D[\hat{\Lambda}_i](\lambda_i, \mu_i, v_i, \eta_i) = \left( \frac{\partial \Lambda_i}{\partial \lambda_i} \right)^2 D[\hat{\lambda}_i] + \left( \frac{\partial \Lambda_i}{\partial \mu_i} \right)^2 D[\hat{\mu}_i] + \left( \frac{\partial \Lambda_i}{\partial v_i} \right)^2 D[\hat{v}_i] + \left( \frac{\partial \Lambda_i}{\partial \eta_i} \right)^2 D[\hat{\eta}_i]. \quad (\text{ПЗ.13})$$

Частные производные и дисперсии параметров  $\hat{\lambda}_i$ ,  $\hat{\mu}_i$ ,  $\hat{v}_i$  и  $\hat{\eta}_i$  с учетом формул (ПЗ.4)–(ПЗ.10) записаны в виде

$$\frac{\partial \Lambda_i}{\partial \lambda_i} = 1 - \frac{\mu^2, v_i (1 + \eta_i)}{2(\mu_i + \lambda_i (1 + \eta_i))^2}, \quad (\text{ПЗ.14})$$

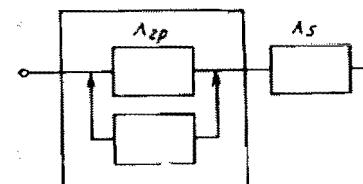
$$\frac{\partial \Lambda_i}{\partial \mu_i} = -\frac{v_i \lambda_i^2 (1 + \eta_i)^2}{2(\mu_i + \lambda_i (1 + \eta_i))^2}, \quad (\text{ПЗ.15})$$

$$\frac{\partial \Lambda_i}{\partial v_i} = -\frac{\lambda_i \mu_i (1 + \eta_i)}{2(\mu_i + \lambda_i (1 + \eta_i))}, \quad (\text{ПЗ.16})$$

$$\frac{\partial \Lambda_i}{\partial \eta_i} = -\frac{\lambda_i v_i \mu_i^2}{2(\mu_i + \lambda_i (1 + \eta_i))^2}. \quad (\text{ПЗ.17})$$

Для определения продолжительности испытаний необходимо вычислить дисперсию  $D[\hat{T}]$  в точках  $T=T_0$  и  $T=T_1$ , причем следует обеспечить максимальную дисперсию в этих точках, варьируя параметры  $\lambda_i$ ,  $\mu_i$ ,  $v_i$  и  $\eta_i$  в возможных пределах.

В примере 4 § 4.2 показано, что при последовательном соединении двух резервированных групп дисперсия оценки максимальна, если одна из групп абсолютно надежна, а вся «ненадежность» си-



стемы сосредоточена в другой. Последовательно применяя это правило к цепочке резервированных устройств схемы на рис. ПЗ.1, мы приведем ее к эквивалентной схеме, изображенной на рис. ПЗ.2. Обозначим интенсивность отказов резервированной группы А<sub>р</sub>, так что  $\Lambda_{\text{р}} + \Lambda_s = \Lambda_{\text{вк}}$ .

Дисперсия такой эквивалентной схемы вычисляется по формуле

$$D[\hat{T}] = \frac{1}{\Lambda_{\text{вк}}^4} (D[\hat{\Lambda}_{\text{р}}] + D[\hat{\Lambda}_s]). \quad (\text{ПЗ.18})$$

Дисперсия  $D[\hat{T}]$  тем больше, чем большее отношение между  $\Lambda_{\text{р}}$  и  $\Lambda_s$ . Поэтому для увеличения  $D[\hat{T}]$  следует увеличивать  $\Lambda_s$  до максимального возможного значения. Далее необходимо провести исследование влияния параметров  $\mu$ ,  $v$  и  $\eta$  в резервированной группе на величину  $D[\hat{\Lambda}_{\text{р}}]$ .

Прямым подсчетом  $D[\hat{\Lambda}_{\text{р}}]$  при нескольких различных значениях  $\mu$ ,  $v$  и  $\eta$  определяем, что  $D[\hat{\Lambda}_{\text{р}}]$  растет при уменьшении параметра  $\mu$  (это подтверждает вывод примера 4.2), а также  $v$  и  $\eta$ . Таким образом, для достижения максимальной дисперсии  $D[\hat{\Lambda}_{\text{р}}]$  следует принять минимально возможные значения  $\mu$ ,  $v$  и  $\eta$  для резервированной части эквивалентной схемы и максимальное значение  $\Lambda_s$  для нерезервированной части, т. е. для ПУВК, а именно:  $\mu=0,5$  1/ч,  $v=\eta=0,9$ ,  $\Lambda_s=0,0001$  1/ч ( $\Lambda_s$  примерно на порядок выше сжидаемой интенсивности отказов ПУВК).

Вычислим  $D[\hat{T}]$  в точке  $T=T_0=3300$  ч ( $\Lambda_{\text{вк}} \approx 0,0003$  1/ч). Учитывая, что  $\Lambda_s=0,0001$  1/ч, получаем  $\Lambda_{\text{р}}=\Lambda_{\text{вк}}-\Lambda_s=0,0002$  1/ч, которому при выбранных  $\mu$ ,  $v$  и  $\eta$  соответствует значение  $\lambda=0,00104$  1/ч (см. (ПЗ.4)).

Для определения  $D[\hat{\Lambda}_{\text{р}}]$  воспользуемся формулами (ПЗ.13)–(ПЗ.17), дисперсии параметров выражим приближенно через искомое время испытаний  $t_n$ :

$$D[\hat{\lambda}] = \frac{\lambda}{2t_n}, \quad D[\hat{\mu}] = -\frac{\mu^2}{2\lambda t_n}, \quad D[\hat{v}] = -\frac{v(1-v)}{2\lambda t_n}, \quad D[\hat{\eta}] = \frac{\tau(1-\eta)}{2\lambda t_n}. \quad (\text{ПЗ.19})$$

В результате расчета получаем  $D[\hat{\Lambda}_{\text{р}}]=0,000063$  1/ $t_n$ .

Аналогичные расчеты в точке  $T=T_1=1650$  ч ( $\Lambda_{\text{вк}} \approx 0,0006$  1/ч) дают следующие результаты:  $\lambda=0,000253$  1/ч;  $D[\hat{\Lambda}_{\text{р}}]=0,000153$  1/ $t_n$ . Теперь по формуле (ПЗ.18) вычислим дисперсии  $D_0[\hat{T}]$  и  $D_1[\hat{T}]$ :  $D_0[\hat{T}]=(3300)^4(0,000063+0,0001) 1/t_n=(3300)^4 0,000163 1/t_n$ ,  $D_1[\hat{T}]=(1650)^4(0,000153+0,0001) 1/t_n=(1650)^4 0,000256 1/t_n$ .

С учетом полученных результатов запишем систему (ПЗ.1):

$$3300 - 0,84 \cdot (3300)^2 \sqrt{0,000163 \cdot 1/t_n} = C; \quad (\text{ПЗ.20})$$

$$1650 + 0,84 \cdot (1650)^2 \sqrt{0,000256 \cdot 1/t_n} = C$$

или  $3300 - 11800/\sqrt{t_n} = C$ ;

(П4.21)

$$1650 + 36590/\sqrt{t_n} = C.$$

Решив эту систему, получим:  $t_n = 8640$  ч,  $C = 2040$  ч.

Испытания ВК общепринятыми методами с теми же точностью и достоверностью потребовали бы 14600 ч ( $3,9T_0$ ), т. е. применение РЭМ позволяет снизить продолжительность испытаний в 1,7 раз даже при всех принятых нами предположениях, заведомо завышающих дисперсию оценки и время испытаний.

#### Приложение 4

##### Пример обоснования численного значения нормируемого показателя надежности

Разрабатывается АСУ, предназначенная для оперативной обработки различных сообщений, приходящих по каналам связи. Эффективностью системы считается вероятность своевременной и правильной обработки сообщения. Показателем надежности является коэффициент сохранения эффективности  $K_{\text{эфф}}$ . Последствия отказов системы существенно тяжелее, чем любые практические возможные затраты на обеспечение ее надежности, поэтому оптимальный уровень надежности заведомо очень высок (§ 2.1, случай *в*) и необходимая надежность определяется имеющимися средствами. На повышение надежности может быть израсходовано не более 3000 тыс. руб. сверх затрат, минимально необходимых для функционирования системы<sup>\*</sup>). Необходимо определить уровень надежности, который целесообразно внести в ТЗ в качестве требуемого.

В состав системы входят вычислительный комплекс ВК, аппаратура приема-передачи данных АПД и аппаратура отображения информации АО (рабочие места операторов). Надежность можно повысить различными способами, в том числе резервированием устройств внутри перечисленных подсистем. Поскольку оценка простота надежности и стоимости возможна только для последнего способа, будем рассматривать только его. Согласно § 2.1 необходимо построить оптимальную последовательность вариантов изделия и использовать ее как зависимость  $R(C)$ . Поскольку в данном случае выполняются условия применимости усреднения по требованиям, используем этот метод, считая требованием одно сообщение. Контуром обслуживания (КО) каждого требования будет вся система, все КО одинаковы, поэтому согласно (3.19) можно записать

$$K_{\text{эфф}} = K_j = \bar{K}, \quad (\text{П4.1})$$

где  $K_j = K$  — коэффициент сохранения эффективности КО (одинаковый для всех  $j$ ).

Значение  $\bar{K}$  должно рассчитываться на время обслуживания одного требования  $t$ , которое равно 0,5 ч. Показатели надежности компонентов системы (см. табл. П4.1) таковы, что вероятность отказа какого-либо из них (т. е. вероятность перехода системы в состояние пониженной работоспособности) за время 0,5 ч несомненно мала. Таким образом, КО можно рассматривать как изделие кратко-

Таблица П4.1

Структура вариантов построения системы и подсистемы	Номер варианта	$K_{\text{эфф}}, K_{\text{эфф}}$	$\Delta C$ , тыс. руб.	$\frac{\Delta C}{C}$
<b>1. Вычислительный комплекс (ВК), в том числе</b>				
<b>Центральный процессор (ЦП):</b>				
2 основных без резерва	0	0,98023	—	—
с одним резервным	1	0,99960	140	138
с двумя резервными	2	0,99982	140	1,5
<b>Мультиплексный канал ввода — вывода (МК):</b>				
1 основной без резерва	0	0,99402	—	—
с одним резервным	1	0,99989	150	39
<b>Селекторный канал ввода — вывода СК:</b>				
2 основных без резерва	0	0,99402	—	—
с одним резервным	1	0,99992	140	42
с двумя резервными	2	0,99994	140	0,14
<b>Модуль оперативной памяти ОЗУ:</b>				
3 основных без резерва	0	0,96129	—	—
с одним резервным	1	0,99907	300	126
<b>Модуль памяти на магнитных дисках МД:</b>				
1 основной без резерва	0	0,99700	—	—
с одним резервным	1	0,99994	100	30
<b>Модуль памяти на магнитной ленте МЛ:</b>				
1 основной без резерва	0	0,99895	—	—
с одним резервным	1	0,99997	60	17
<b>Блок контроля и переключения (БК):</b>				
1 основной без резерва	0	0,99985	—	—
с одним резервным	1	0,99999	10	14
<b>ВК в целом:</b>				
Все устройства без резерва	0	0,92714	—	—
Вариант 0+1 резервный ЦП	1	0,94546	140	131
1+1 резервное ОЗУ	2	0,98262	300	124
2+1 резервный СК	3	0,98845	140	42
3+1 резервный МК	4	0,99429	150	39
4+1 резервный МД	5	0,99722	100	22
5+1 резервная МЛ	6	0,99824	60	17
6+1 резервный БК	7	0,99838	10	14
7+2-й резервный ЦП	8	0,99858	140	1,4
8+2-й резервный СК	9	0,99860	140	0,14

\* Цифры условные.

Продолжение табл. П4.1

Структура вариантов построения системы и подсистемы	Номер варианта	$K_{\text{эф}}, K_{\text{эф}1}$	$\Delta C$ , тыс. руб.	$\frac{\Delta K_{\text{эф}}}{\Delta C} \cdot 10^3$
<b>2. Аппаратура передачи данных (АПД):</b>				
Без резерва	0	0,99650	—	—
Вариант 0+1 резервная	1	0,99946	80	37
1+2-я резервная	2	0,99949	80	0,38
<b>3. Аппаратура отображения (АО), в том числе</b>				
Общая часть:				
2 основных без резерва	0	0,99700	—	—
с одной резервной	1	0,99996	80	37
с двумя резервными	2	0,99999	80	0,38
Канальная часть				
8 каналов без резерва	0	0,96320	—	—
с одним резервным	1	0,99090	500	55
с двумя резервными	2	0,99875	500	16
с тремя резервными	3	0,99975	500	2,0
Система в целом:				
Все устройства без резерва	0	0,88722	—	—
Вариант 0+1 резервный ЦП	1	0,90475	140	125
1+1 резервное ОЗУ	2	0,94032	300	119
2+1 резервный канал отображения	3	0,96736	500	54
3+1 резервный СК	4	0,97310	140	41
4+1 резервный МК	5	0,97885	150	38
5+1 резервная общая часть АО	6	0,98175	80	37
6+1 резервная АПД	7	0,98464	80	36
7+1 резервный МД	8	0,98756	100	29
8+1 резервная МЛ	9	0,98858	60	17
9+2-й резервный канал отображения	10	0,99641	500	15
10+1 резервный БК	11	0,99655	10	14
11+3-й резервный канал отображения	12	0,99754	500	2,0
12+2-й резервный ЦП	13	0,99774	140	1,4
13+2-я резервная общая часть АО	14	0,99777	80	0,38
14+2-я резервная АПД	15	0,99780	80	0,38
15+2-й резервный СК	16	0,99782	140 2980	0,14

временного действия и вычислять  $K$  усреднением по состояниям. Состояния контура в основном определяются состоянием АО, где возможны частичные отказы.

При обработке сообщения операторами восстановление отказавших каналов во время  $t_3$  не повышает вероятности обработки: если в момент поступления сообщения для него не нашлось исправного канала, то оно уже заведомо не будет считаться обслуженным (не выполнено требование своевременности), а передача обрабатываемого сообщения на другой канал не допускается. Поэтому формула (3.7) хорошо подходит для расчета:

$$K = K_{\text{орг1}} K_{\text{орг2}} K_{\text{орг3,1}} \sum_i K_{\text{орг3,2}}^{m-i} W_i (1 - K_{\text{орг3,2}})^i, \quad (\text{П4.2})$$

где  $K_{\text{орг1}}$  — коэффициент оперативной готовности ВК (рассчитывается на время  $t_1=0,5$  ч);  $K_{\text{орг2}}$  — то же для АПД ( $t_2=0,1$  ч, так как АПД работает только при приеме сообщения);  $K_{\text{орг3,1}}$  — то же для общей части АО, отказ которой вызывает отказ всех каналов ( $t_3=0,4$  ч);  $K_{\text{орг3,2}}$  — то же для одного канала АО ( $t_3=0,4$  ч);  $i$  — индекс состояния, равный числу отказавших каналов;  $m$  — общее количество каналов;  $W_i$  — вес  $i$ -го состояния.

Коэффициенты  $W_i$  определяются отношением

$$W_i = \begin{cases} 1 & \text{при } m - i \geq 8; \\ (m - i)/8 & \text{при } m - i < 8, \end{cases} \quad (\text{П4.3})$$

так как для обработки всех сообщений требуется 8 каналов.

В табл. П4.1 приведены значения  $K_{\text{эф}}$  для построения оптимальной последовательности вариантов, а также результаты промежуточных вычислений. Первая часть таблицы относится к подсистемам, для каждой из которых рассмотрено несколько вариантов резервирования. В третьей графе для подсистем приведены значения их собственных показателей: для ВК  $K_{\text{эф1}}=K_{\text{орг1}}$ , для АПД  $K_{\text{эф2}}=K_{\text{орг2}}$ , для АО  $K_{\text{эф3}}$ , определяемый третьим и четвертым сомножителями в (П4.2). Вследствие простой зависимости  $K_{\text{эф}}$  от этих показателей его приращение  $\Delta K_{\text{эф}}$  на каждом шаге практически равно приращению  $\Delta K_{\text{эф}i}$  соответствующей подсистемы.

Поскольку и  $\Delta C=\Delta C_i$ , можно принять

$$\Delta K_{\text{эф}}/\Delta C = \Delta K_{\text{эф}i}/\Delta C_i, \quad (\text{П4.4})$$

что облегчает выбор каждого очередного варианта системы.

Во второй части таблицы приводятся варианты системы в порядке убывания отношения  $\Delta K_{\text{эф}}/\Delta C$ . Это и есть искомая последовательность, характеризующая оптимальную зависимость надежности — стоимость для данной системы. Эта зависимость изображена графически на рис. П4.1. Числа над графиком означают номера вариантов системы. Предельные затраты (3000 тыс. руб.) соответствуют  $K_{\text{эф}}=0,9978$ . Данную цифру и следует внести в ТЗ в качестве требуемой. Округление до 0,998, как видно из графика, может вывести затраты далеко за пределы ограничений.

Рис. П4.1

## Список литературы

1. МУ-3-69. Методика выбора номенклатуры нормируемых показателей надежности технических устройств. — М.: Изд-во стандартов, 1970.
2. Методика выбора показателей для оценки надежности сложных технических систем. — М.: Изд-во стандартов, 1977.
3. Вальд А. Последовательный анализ: Пер. с англ. — М.: Физматгиз, 1960.
4. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. — М.: Наука, 1969.
5. ГОСТ 17572—72. Надежность в технике. Испытания с ограниченным числом отказов.
6. ГОСТ 18049—72. Надежность в технике. Испытания с ограниченной продолжительностью с заменой отказавших изделий.
7. Заренин Ю. Г., Стоянова И. И. Определительные испытания изделий на надежность. — М.: Издательство стандартов, 1978.
8. Дзиркал Э. В. Выбор и оценка показателей надежности сложных изделий. — М.: Знание, 1974.
9. Дзиркал М. Н., Дзиркал Э. В. Применение экспериментально-расчетного метода для ускорения испытаний изделий с резервом. — Надежность и контроль качества, 1973, № 8.
10. Козлов Б. А., Ушаков И. А. Справочник по расчету надежности аппаратуры радиоэлектроники и автоматики. — М.: Сов. радио, 1975.
11. Шор Я. Б. Статистические методы контроля качества и надежности. — М.: Сов. радио, 1965.
12. Беляев Ю. К. Об упрощенных методах построения доверительных границ для надежности систем по результатам испытаний компонент. — Изв. АН СССР. Сер. Техн. кибернетика, 1968, № 5.
13. Тескин О. И. Определение доверительных границ для коэффициента готовности. — Надежность и контроль качества, 1974, № 1.
14. Павлов И. В. Прямой метод вычисления доверительных оценок для показателей надежности и эффективности функционирования сложных систем. — Надежность и контроль качества, 1978, № 11.
15. Судаков Р. С. К вопросу об интервальном оценивании показателя надежности последовательных систем. — Изв. АН СССР. Сер. Техн. кибернетика, 1974, № 3.
16. ГОСТ 20699—75. Приборы и средства автоматизации ГСП. Надежность. Методы контрольных испытаний.
17. ГОСТ 13216—74. Приборы и средства автоматизации ГСП. Надежность. Общие технические требования и методы испытаний.
18. ГОСТ 13377—75. Надежность в технике. Термины и определения.
19. ГОСТ 15467—79. Управление качеством продукции. Основные понятия. Термины и определения.
20. Гиленко Б. В., Беляев Ю. К., Соловьев А. Д. Математические методы в теории надежности. — М.: Наука, 1965.
21. Методика выбора норм надежности технических устройств. — М.: Изд-во стандартов, 1971.
22. Большев Л. Н., Смирнов Н. В. Таблицы математической статистики. — ВЦ АН СССР, 1968.
23. Бернштейн С. И. Теория вероятностей, 4-е изд. — М.—Л.: Гостехиздат, 1946.
24. Стандарт СЭВ 878—78. Надежность в технике. Порядок выбора номенклатуры нормируемых показателей.
25. Дзиркал Э. В. Расчет коэффициента сохранения эффективности систем массового обслуживания. — Надежность и контроль качества, 1978, № 11.
26. Дзиркал М. Н., Дзиркал Э. В. Таблицы для контроля коэффициента готовности. — Надежность и контроль качества, 1976, № 9.
27. Андреев И. И., Дзиркал М. Н., Дзиркал Э. В. Применение последовательного анализа при испытаниях сложных систем на надежность. — Надежность и контроль качества, 1977, № 3.
28. Дзиркал Э. В. Планирование контрольных испытаний на надежность для случая показателей — функций многих переменных. — Надежность и контроль качества, 1976, № 3.
29. Судаков Р. С. Видоизменение результата Мирного Р. А. и Соловьева А. Д. для случая резервированных систем. — В кн.: Точность и надежность кибернетических систем. — Киев: Наукова думка, 1975, вып. 3.
30. Кузьмин Ф. И. Задачи и методы оптимизации показателей надежности. — М.: Сов. радио, 1972. — 224 с.
31. Мусхелишвили Г. Н., Черкесов Г. Н. Методы и средства управления процессами разделения изотопных смесей в насадочных колоннах. — Тбилиси: Мецниереба, 1979. — 342 с.
32. Володин С. В. Потеря эффективности одного класса сложных систем вследствие отказов аппаратуры. — Вопросы радиоэлектроники, Сер. XII, 1965, вып. 3.
33. Ушаков И. А. Методы исследования эффективности функционирования технических систем. — М.: Знание, 1976. — 54 с. (первый выпуск), 45 с. (второй выпуск).
34. Ушаков И. А. Методы решения простейших задач оптимального резервирования при наличии ограничений. — М.: Сов. радио, 1969. — 175 с.
35. Коростышевский Е. Б., Резиновский А. Я., Шубинский И. Б. Модель оценки надежности резервированной системы любой кратности с учетом реального качества резервирования. — Надежность и контроль качества, 1973, № 11.
36. Павлов И. В. Доверительная оценка показателей надежности и эффективности сложных систем по результатам испытаний на надежность. — В кн.: Вопросы экспериментальной оценки показателей надежности. — М.: Знание, 1979, с. 3—55.

## Оглавление

Предисловие . . . . .	3	5.3. Другие применения прямого экспериментального метода . . . . .	124	
Определения . . . . .	8	Выводы . . . . .	127	
<b>Г л а в а 1.</b>				
ВЫБОР ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ . . . . .	12	<b>Г л а в а 6.</b>		
1.1. Требования, предъявляемые к нормируемым показателям надежности . . . . .	12	РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ МЕТОД ИСПЫТАНИИ НА НАДЕЖНОСТЬ . . . . .	128	
1.2. Выбор показателей для новых разработок. Изделия общего назначения . . . . .	16	6.1. Применение расчетно-экспериментального метода . . . . .	128	
1.3. Выбор показателей для новых разработок. Изделия конкретного назначения . . . . .	22	6.2. РЭМ как метод ускоренных испытаний . . . . .	137	
1.4. Выбор показателей для серийных изделий . . . . .	32	Выводы . . . . .	140	
Выходы . . . . .	34	<b>Г л а в а 7.</b>		
ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПОЛНОТЫ И ДОСТОВЕРНОСТИ ИСХОДНОЙ СТАТИСТИКИ . . . . .				
Г л а в а 2.	35	7.1. Организация сбора статистики . . . . .	141	
ОБОСНОВАНИЕ ТРЕБУЕМОГО УРОВНЯ НАДЕЖНОСТИ . . . . .	36	7.2. Характерные ошибки в работе по сбору статистики . . . . .	148	
2.1. Требуемый уровень надежности новых разработок. Изделия конкретного назначения . . . . .	45	Выходы . . . . .	155	
2.2. Требуемый уровень надежности новых разработок. Изделия общего назначения . . . . .	46	Приложение 1. Планы одноступенчатого контроля коэффициента готовности . . . . .	156	
2.3. Требуемый уровень надежности серийных изделий . . . . .	49	Приложение 2. Зоны приемки и браковки для последовательного контроля коэффициента готовности . . . . .	158	
Выходы . . . . .	50	Приложение 3. Пример планирования контрольных испытаний сложного изделия . . . . .	164	
<b>Г л а в а 3.</b>				
МЕТОДЫ РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТА СОХРАНЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ . . . . .	52	Приложение 4. Пример обоснования численного значения нормируемого показателя надежности . . . . .	169	
3.1. Усреднение по траекториям . . . . .	56	Список литературы . . . . .	173	
3.2. Усреднение по состояниям . . . . .	64			
3.3. Усреднение по требованиям . . . . .	72			
3.4. Коэффициент сохранения эффективности изделий с двумя уровнями работоспособности . . . . .	77			
Выходы . . . . .				
<b>Г л а в а 4.</b>				
ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ИСПЫТАНИЙ НА НАДЕЖНОСТЬ . . . . .	78			
4.1. Определительные испытания . . . . .	79			
4.2. Контрольные испытания. Одноступенчатый контроль с помощью оценочного норматива . . . . .	87			
4.3. Контрольные испытания. Одноступенчатый контроль с помощью доверительных границ . . . . .	96			
4.4. Контрольные испытания. Последовательный метод . . . . .	103			
4.5. Упрощенные методы контроля надежности сложных изделий при серийном производстве . . . . .	107			
Выходы . . . . .	110			
<b>Г л а в а 5.</b>				
ПРЯМОЙ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ МЕТОД ИСПЫТАНИИ НА НАДЕЖНОСТЬ . . . . .	111			
5.1. Применение прямого экспериментального метода . . . . .	111			
5.2. Прямой экспериментальный метод при зависимых опытах . . . . .	116			
	175			

ЭРНЕСТ ВАЛЬТЕРОВИЧ ДЗИРКАЛ

### ЗАДАНИЕ И ПРОВЕРКА ТРЕБОВАНИЙ К НАДЕЖНОСТИ СЛОЖНЫХ ИЗДЕЛИЙ

Редактор Т. М. Бердичевская

Художественный редактор Н. С. Шеин

Технический редактор З. Н. Ратникова

Корректор И. Г. Зыкова

ИБ № 597 (С. р)

Сдано в набор 29.09.80 Подписано в печать 27.04.81 Т-08353

Формат 84×108<sup>1/2</sup> Бумага книжно-журн. № 2 Гарнитура лятер. Печать высокая

Усл. печ. л. 9,24 Уч.-изд. л. 9,82 Усл. кр.-отт. 9,45 Тираж 8000 экз.

Изд. № 19577 Зак. 1031 Цена 50 к.

Издательство «Радио и связь», Москва, Главпочтамт, а/я 693

Московская типография № 10 «Союзполиграфпрома»

Государственного Комитета СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.

Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10

Отпечатано в типографии «Радио и связь».

Москва, Главпочтамт, а/я 693 Зак. 1211.