ТАИНСТВЕННАЯ СТРАНА АЛЬ-ДЖАБР

ИСТОРИИ О НАУЧНЫХ ОЗАРЕНИЯХ

4

Игорь Ушаков

ИСТОРИИ О НАУЧНЫХ ОЗАРЕНИЯХ

(КНИГА 4)

Игорь Ушаков

ТАИНСТВЕННАЯ СТРАНА АЛЬ-ДЖЕБР

Перевод с английского

San Diego
2012

Дизайнер обложки: Кристина Ушакова

Художник: Святослав Ушаков

Перевод с английского.

Серия книг «Истории о научных озарениях»

1. **Как люди познавали Вселенную**
   Начало астрономии. Античные ученые измеряют размеры Земли, Луны и Солнца. Начало географии. Как люди учились измерять.
2. **В начале было число…**
   Как люди начали считать. Цифры разных народов. Удивительные числа. Цифры в черной магии. Арифметика – не скучная наука!
3. **Волшебство геометрии**
   Необычные и невозможные фигуры. Лист Мёбиуса. Бутылка Клейна. Фракталы. «Золотое сечение».
4. **Таинственная страна Аль-Джабр**
   Интересное об алгебре. Диофантовы уравнения. Великая Теорема Ферма, которая сводила с ума поколения математиков, наконец-то доказана!
5. **Этот случайный, случайный, случайный мир…**
   Природа случайного. Вероятностные парадоксы. Можно ли регулярно выигрывать в лотерею?
6. **От счёта на пальцах до компьютера**
   Как люди изобрели первые счетные машины. Первые компьютеры. Создание искусственного интеллекта.
7. **Прекрасные ученые прекрасного пола**
   Рассказы о женщинах-ученых от Античности до наших дней.
8. **Икары и Ихтиандры**
   Как человек покорил небо и подводное царство.
9. **Небо без границ**
   История покорения космоса. Триумфы и трагедии.
10. **Чудо жизни**
    Гипотезы возникновения жизни. Биологические курьезы.

Эти книги помогут преподавателям сделать их занятия более увлекательными, а слушателям - узнать больше, чем знают сами учителя!

СОДЕРЖАНИЕ

Блаженство тела состоит в здоровье,
блаженство ума – в знании.

Фалес Милетский[1]

От автора

О чем серия этих научно-популярных книг? Для кого она предназначена?

С самого начала заметим, что это не учебные пособия и не научные опусы. Это сборник рассказов о великих математических, научных и инженерных озарениях и о творцах новых идей в самых различных сферах человеческой деятельности.

Чтение этой книги не требует от читателя каких-либо специальных знаний, хотя, конечно, определенные знания предполагаются (практически на уровне средней школы): в этом случае книгу будет читать приятнее.

Прежде всего, книги серии «Истории о научных озарениях» должны вызвать интерес у школьников и студентов, которым захочется узнать о том, что выходит за рамки учебной программы. (А хорошие ученики всегда хотят знать больше того, что им дают преподаватели!)

Кроме того, книга будет полезной для преподавателей школ и профессоров университетов, которым нужно оживить сухой материал своего предмета на лекциях и семинарских занятиях.

Предварительная рассылка электронной версии книги коллегам и друзьям убедила автора, что даже школьники начальных классов находят в книге много такого, что стимулирует их интерес к различным наукам. В то же время автор получил несколько восторженных отзывов от студентов ВУЗов, нашедших в книге много нового для себя.

Возможно, книгой заинтересуются и родители учеников и студентов – ведь совсем недавно они сами были молодыми, и, возможно, жизнь еще не отбила у них былой любознательности.

Автор надеется, что читатели получат от чтения книг этой серии такое же удовольствие, какое получил автор при написании этих книг.

San Diego, California.

[1] **Фалес** из Милета (625-545 до н. э.), первый древнегреческий философ. Ему приписывают изречение: «Познай самого себя».

1. ОТ АРИФМЕТИКИ К АЛГЕБРЕ

Человеческий ум не изобрел другой машины, в той же мере избавляющей от нудной работы, как алгебра.

Джозеф Гиббс[2]

1.1. От счета к вычислениям

Какая наука может быть более благородна, более восхитительна, более полезна для человечества, чем математика?

Бенджамин Франклин[3].

Простейшим математическим понятием является число. Число порождает необходимость действий над ним: сложение и вычитание, а потом умножение и деление... Вы конечно, наблюдали, как маленький ребенок обретает первые навыки сложения.

Возникновение числа и счета происходило в течение очень долгого времени. Здесь уместно вспомнить об онтогенезе[4] и филогенезе[5]: развитие особи (зачатие, рождение, развитие, старение и смерть) отражается в развитии популяции. Среди ученых-остряков даже бытует шутка, что миллион лет – это время необходимое для превращения обезьяны в доктора философии (имеется в виду западная ученая степень, эквивалентная нашему кандидату наук).

---

[2] **Джозеф (Джозайя) Уиллард Гиббс** (1839 - 1903), американский математик и физик, один из создателей векторного анализа и математической теории термодинамики.

[3] **Бенджамин Франклин** (1706-1790), американский учёный, журналист и политический деятель. Один из лидеров США во время войны за независимость.

[4] **Онтогенез** – индивидуальное развитие организма от оплодотворения до смерти.

[5] **Филогенез** – историческое развитие популяции организмов.

Счет на пальцах.

И так же, как развитие ребенка в обычной человеческой семье отличается от развития киплинговского Маугли[6], точно так же отличается развитие человека в цивилизованной среде от развития в абсолютно изолированной популяции людей. Так в XIX веке в районе бассейна южноамериканской реки Амазонки было обнаружено индийское племя, которое знало из чисел только 1, 2 и 3. Все большие числа имели только некое смутное определение типа древнерусской «тьмы» или древнегреческой «мириады».

Но с развитием арифметики и искусства вычислений, у людей появилась потребность в развитии более тонкого математического аппарата. Тогда в результате развития арифметики зародилась алгебра.

Истоки алгебры уходят в давние времена. Известно, что уже около четырех тысячелетий назад шумеры владели решением квадратного уравнения и решали системы двух уравнений, из которых одно было даже второй степени. Эти уравнения описывали различные проблемы, возникавшие при замерах и дележе земельных участков, а также при строительстве. Правда, алгебра шумеров была еще не формульная: уравнения записывались в словесной форме, а первые сокращенные обозначения для неизвестных величин встречаются лишь у древнегреческого математика Диофанта (II век н.э.).

---

[6] **Маугли** – имя героя одноименной сказки английского писателя Джозефа Редьярда Киплинга (1865 - 1936). В сказке мальчика, оказавшегося в джунглях Индии, воспитывает волчица.

1.2. Самая древняя задача.

Сначала восходят к аксиомам,
а затем спускаются к практике.
***Фрэнсис Бэкон*[7]**

В папирусе Ринда[8], датируемом примерно II тысячелетием до н.э. содержится, видимо, первая из известных алгебраических задач. Содержание этой задачи следующее: Пять человек делили 100 хлебов, причем второй получил столько же сколько и первый плюс добавочную порцию. Третий получил столько же, сколько и второй, но опять получил добавочную порцию, и т.д. Иначе говоря, каждый последующий получает столько же, сколько предыдущий плюс некую стандартную «надбавку». Известно, при этом, что двое первых получили в семь раз меньше, чем трое последних. Сколько получил каждый из них?

Уже из постановки задачи видно, что делил хлеба пятый участник, который получил больше всех. И все же насколько несправедливым был дележ?

Обозначим долю, полученную первым через x, а разницу в долях соседних участников неправедного дележа через y. Тогда все сто хлебов разделены следующим образом:

$$x + (x + y) + (x + 2y) + (x + 3y) + (x + 4y) = 100.$$

Теперь воспользуемся дополнительным условием:

$$7[x + (x + y)] = (x + 2y) + (x + 3y) + (x + 4y).$$

Итак, получилась система уравнений с двумя неизвестными. После элементарных упрощений окончательная система в обычном для нас виде принимает вид:

---

[7] **Фрэнсис Бэкон** (1561-1626), английский философ, историк, политический деятель, основоположник философского учения эмпиризм.

[8]**Папирус Ринда,** озаглавленный «*Способы, при помощи которых можно дойти до понимания всех темных вещей, всех тайн, заключающихся в вещах*», является одним из древнейших учебников математики. Его называют *Папирусом Ринда* по имени египтолога Генри Ринда – мецената, приобретшего папирус в 1858 году и привезшего его в Англию. Иногда, этот документ называют *Папирусом Ахмеса* по имени его автора – писца XVII века до н.э., или *Лондонским папирусом*, поскольку он хранится в Британском Музее в Лондоне. Этот папирус является одним из первых рукописных документов математического содержания.

$$\begin{cases} x + 2y = 20 \\ 11x = 2y. \end{cases}$$

Подставив значение $2y$ из второго уравнения в первое, находим

$$12x = 20,$$

откуда $x = \dfrac{20}{12} = 1\dfrac{2}{3}$, а затем уже и $y = \dfrac{11}{2} \cdot \left(1\dfrac{2}{3}\right) = \dfrac{55}{6} = 9\dfrac{1}{6}$. Значит, хлеба были разделены так:

- первый получил 1 хлеб и 2/3 хлеба,
- второй получил 10 хлебов и 5/6 хлеба,
- третий получил ровно 20 хлебов,
- четвертый получил 29 хлебов и 1/6 хлеба,
- пятый получил 38 хлебов и 1/3 хлеба.

Более, чем несправедливая дележка...

Для нас решение этой задачи не представляет труда. А как, интересно, эту задачу решали древние египтяне? Конечно же, такую задачу в уме не решишь.

1.3. Диофант и Диофантовы уравнения

> Незатейливые головоломки о целых числах веками служили источником обновления математики.
>
> ***Гаррет Биркгоф*[9]**

О жизни великого математика Античности Диофанта нет почти никаких сведений. Достоверно известно лишь своеобразное жизнеописание Диофанта, которое, по преданию, было высечено на его надгробии в виде задачи-головоломки, словно специально предназначенной любителям математики:

Прах Диофанта гробница сырая покоит…
Камень надгробный нам жизнь мудреца открывает,
Вещая, как долго усопший ходил по земле.
Волей богов, что правят сим миром подлунным,
Шестую часть жизни он прожил ребенком,
Отроком юным пробыл половину шестой.
Только минула седьмая, с подругою он обручился.

---

[9] **Гаррет Биркгоф** (1911-1996) , американский математик.

С нею пять лет проведя, сына обрел, наконец...
Только полжизни отцовской возлюбленный сын его прожил,
Уйдя прежде времени в Царство Теней...
Дважды два года родитель оплакивал тяжкое горе,
Пока и его не призвал в свое царство Аид.

Вот такую математическую эпитафию завещал Диофант выгравировать на своем надгробии...

Диофант Александрийский

(III век до н.э.)

Знаменитый древнегреческий математик, живший в Александрии. Обобщивший всю античную математику, он ввел так называемые Диофантовы уравнения, решения которых находятся только в целых числах. Он впервые использовал буквенную символику в алгебре. В средние века математики называли его «отцом алгебры».

Диофант оставил два сочинения: Арифметику в 13 книгах, из которых только первые шесть дошли до нас, и сочинение о так называемых многоугольных числах.

В первый раз сочинения Диофант были изданы в латинском переводе в Европе в 1575.

Задача-загадка, начертанная на надгробной плите, сводится к составлению и решению уравнения первой степени.

Обозначим продолжительность жизни Диофанта через x. Из текста задачи следует, что $\frac{x}{6}$ пришлось на его детство; $\frac{x}{12}$ – на юношеские годы; $\frac{x}{7}$ прошла прежде, чем он женился; через 5 лет у него родился сын; сын прожил полжизни отца, т.е. $\frac{x}{2}$; 4 года Диофант оплакивал смерть сына прежде, чем умер. Таким образом, продолжительность жизни Диофанта x можно записать в виде суммы:

$$\frac{x}{6}+\frac{x}{12}+\frac{x}{7}+5+\frac{x}{2}+4=x,$$

что можно переписать в виде

$$\left(1-\frac{1}{6}-\frac{1}{12}-\frac{1}{7}-\frac{1}{2}\right)x=9,$$

откуда $\left(1-\frac{14+7+12+42}{84}\right)x=\left(1-\frac{75}{84}\right)x=\frac{9}{84}x=9$ и окончательно $x = 84$, т.е. Диофант умер в возрасте 84 лет.

Диофант развил весьма своеобразную математику – так называемые Диофантовы уравнения, которые внешне мало отличаются от того, с чем знакомы мы со школьной скамьи, но при одном непременном условии: все решения должны быть только целыми числами.

Мой сын никогда, не слышавший про Диофанта, во время собеседования в первом классе (он поступал в «элитную школу») дал Диофантово решение. Женщина-экзаменатор спросила его:

- Сколько будет, если три курицы разделить на две части?

Подумав мой сын спросил:

- А курицы живые или вареные?..

Экзаменаторша прямо взвелась в негодовании:

- А какая же разница?!

- Если они живые, то получится 2 и 1, а если вареные то будет по полторы курицы...

Грекам были неведомы отрицательные числа, поэтому уравнение типа

$$3x + 6 = 2x+1,$$

у которого решение в нашем понимании есть $x = -5$, Диофант называл «неуместным». Перенося члены из одной части уравнения в другую, Диофант говорил, что слагаемое становится вычитаемым, а вычитаемое – слагаемым.

Из работ Диофанта самой важной является «*Арифметика*», состоящая из 13 книг. В X веке эти книги были переведена на арабский язык, позднее шесть из них были найдены Региомонтаном[10] в Венеции в 1463 году. Эти шесть книг содержат 189 задач с решениями.

Одно из ранних изданий книги Диофанта

Интерес к «*Арифметике*» Диофанта возрос в Европе после того, как Бомбелли[11] повторно обнаружил это сочинение в Ватиканской библиотеке и перевод 143 задач из него опубликовал в своей «*Алгебре*».

Наконец, в 1621 году появился подробно прокомментированный латинский перевод «*Арифметики*», сделанный де Мезириаком[12]. С этого момента работа Диофанта заняла свое достойное место в математике: методы Диофанта оказали огромное влияние на таких крупнейших математиков, как Франсуа Виет[13], Пьер Ферма[14] и Рене Декарта[15].

---

10 **Иоганн Региомонтан** (1436 - 1476), немецким астрономом, составил первые астрономические таблицы положения планет на каждый день с 1475 по 1506 годы, которыми пользовались Васко да Гама и Колумб. Автор первого труда по тригонометрии, в котором многие задачи на построение треугольников были решены не геометрическим построением, а алгебраически. Главной работой Региомонтана был перевод «*Альмагеста*» Птолемея.

11 **Рафаэль Бомбелли,** настоящая фамилия Маццоли (1526-1572), итальянский математик, инженер-гидравлик. Известен тем, что ввёл в математику комплексные числа и разработал основные правила операций над ними.

12 **Клод Гаспар Баше де Мизириак** (1581 - 1638), французский математик и поэт, автор первой в мире книги по занимательной математике «Приятные и занимательные задачи». Перевел «Арифметику» Диофанта на латынь, снабдив книгу дополнениями и примечаниями.

13 **Франсуа Виет** (1540-1603), выдающийся французский математик, основоположник современной алгебры.

14 **Пьер де Ферма** (1601-1665), выдающийся французский математик, один из создателей аналитической геометрии, математического анализа, теории вероятностей и теории чисел.

15 **Рене Декарт** (1596-1650), выдающийся французский математик, философ, физик и физиолог, создатель аналитической геометрии и современной алгебраической символики,

При составлении уравнений Диофант, чтобы сделать решение «прозрачным», умело выбирает значения неизвестных, чтобы решение можно было найти почти на интуитивном уровне. Например, одна из его задач звучит так: «Найти два числа, сумма которых равна 20, а произведение равно 96».

Путь решения примерно такой. Числа не равны между собой, так как если бы каждое было равно 10, то их произведение было бы равно 100. Числа эти «симметричны» относительно 10, т.е. одно из них больше десяти. Скорее всего, эти числа – 9 и 11 или 8 и 12. При простой проверке, можно найти, что решением являются 8 и 12. Однако, это не решение, а почти угадывание. Решение же таково: обозначим неизвестные числа как $(10+x)$ и $(10-x)$. Используя их «симметричность» относительно 10. Итак, мы подошли к уравнению

$$(10+x)(10-x)=96,$$

которое, в свою очередь, эквивалентно уравнению $x^2 = 4$. Следовательно, $x = 2$. (Как мы уже упоминали, Античность была не знакома с отрицательными числами.) Итак, решением задачи являются числа 8 и 12.

А вот еще одна задача Диофанта: «Каков наименьший набор гирь, который позволит взвесить любой груз весом от 1 до 40 талантов[16]?»

Нужно заметить, что Диофант был первым математиком, который предлагал «задачник», т.е. приводил формулировку задачи, не всегда давая решения. В частности, эта задача была приведена Диофантом без решения.

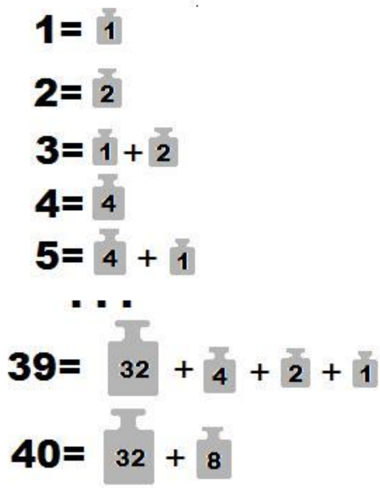
Видимо решение Диофанта было: необходимо иметь шесть гирь весом в 1, 2, 4, 8, 16 и 32 талантов. Действительно, такой набор гирь позволяет взвесить любой груз от 1 до 40 единиц, помещая на одну чашу весов груз, а на другую – некоторую комбинацию гирь:

$1 = 1$; $2 = 2$; $3 = 2 + 1$; $4 = 4$; $5 = 4 + 1$; ... и, наконец, $39 = 32 + 4 + 2 + 1$;

---

[16] Талант (греч. τάλαντον, лат. talentum) – единица веса, использовавшаяся в античные времена.

40 = 32 + 8.

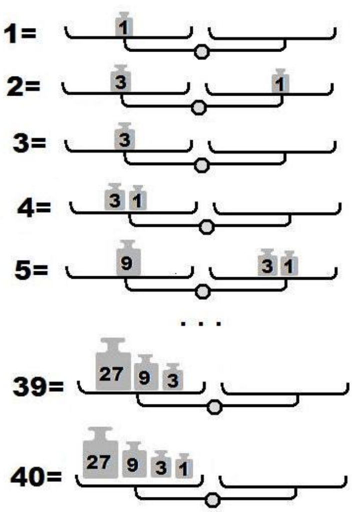


Как Диофант решал задачу о взвешивании.

Остроумное решение этой задачи было найдено Гаспаром Баше, правда ... почти 2 века спустя! Он сделал дополнительное предположение: гири можно класть не только на одну чашу весов. Эта «задача о гирях» в русской математической литературе известна также под названием «задачи Баше-Менделеева».

Он показал, что можно решить поставленную задачу, располагая набором всего лишь из четырех гирь весом 1, 3, 9 и 27 единиц, если допускается класть гири на обе чаши весов:

1 = 1; 2 = 3 – 1; 3 = 3; 4 = 3 + 1; 5 = 9 – 3 – 1; ... и, наконец,
39 = 27 + 9 + 3 и 40 = 27 + 9 + 3 + 1.



Как Баше решал задачу о взвешивании.

Диофант стоял на пороге введения в алгебру буквенных обозначений, он первым начал переходить от чисто словесного изложения алгебраических задач к использованию сокращенных слов и даже символов.

Неизвестное Диофант называл αριθμος («аритмос», что значит «число»). Единицу он изображал знаком μο и называл μονας («монас»). Для второй степени ввел знак δν и назвал ее «дюнамис» (это слово имеет много значений: сила, могущество и, в том числе, степень). Третью степень Диофант обозначил *κν* и назвал «кюбос» (куб). Затем названия степеней образуются составными словами: четвертая - "дюнамодюнамис", пятая - "дюнамокубос", шестая - "кюбокюбос". Эти величины он обозначает первыми буквами соответствующих наименований (*ар, дю, кю, ддю, дкю, ккю*). Известные числа для отличия от неизвестных сопровождаются обозначением «*мо*» (монас). Сложение не обозначается – подразумевается, что числа следующие друг за другом складываются, для вычитания был введен знак ↑, а равенство обозначалось ις («ис» от слова «исос», что означало «равный»).

Так начиналась алгебра...

1.4. Как решались уравнения

Алгебра щедра. Зачастую она даёт
больше, чем у неё спрашивают.

Жан Даламбер[17]

В Китае давно умели решать уравнения первой и второй степеней, а также системы линейных уравнений. Уже в XI веке китайцы знали закон образования биноминальных коэффициентов, который нам известен под именем «треугольник Паскаля». (В Европе этот закон был открыт на 250 лет позднее.)

В Индии математики широко применяли сокращенные обозначения неизвестных величин, широко пользовались иррациональными и отрицательными числами. В Индии же нуль впервые получил «гражданские права» – он стал числом, а не просто обозначением пропущенного разряда.

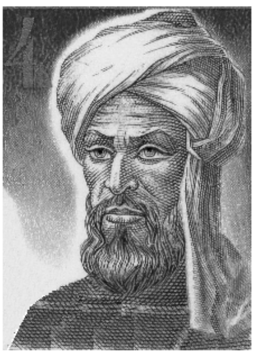
Истинного расцвета достигла алгебра с странах Средней Азии, в первую очередь на территории современных Узбекистана и Таджикистана. Алгебра становится самостоятельной математической дисциплиной.

Основоположником алгебры как отдельной ветви математики считают среднеазиатского ученого аль-Хорезми.

[17] **Жан Лерон Даламбер** (1717-1783), французский математик,механик и философ.

Своим сочинением «Краткая книга об исчислении восстановления и противопоставления». Термином «восстановление» аль-Хорезми обозначает перенос вычитаемого из одной части уравнения в другую, а термином «противопоставление» – собирание неизвестных в одну сторону уравнения, а известных – в другую, например, выражение $x^2 + 5 = 40x + 4x^2$ приводится к виду $40x + 3x^2 = 5$.

По-арабски название книги звучало «аль-китаб аль-мухтасар фи хисаб аль-джабр уа-ль-мукабаля», где слово «аль-джебр» по-арабски означает «восстановление», а слово «аль-мукабалы» – «противопоставление». При переводе названия книги незнакомое и почти магическое слово «аль-джабр» было просто переписано, трансформировавшись в более благозвучное для европейского уха слово «алгебра»[18].



Аль-Хорезми
(786-850)

Полное имя ученого Абу Абдулла (или Абу Джафар) Мухаммед ибн Муса аль-Хорезми. Имя аль-Хорезми указывает на его родину – среднеазиатское государство Хорезм[19], а одно из прозвищ учёного – аль-Маджуси говорит о его происхождении из зороастрийских[20] жрецов – магов (по-арабски «маджус»). Сведений о его жизни сохранилось крайне мало.
Известно, что он был одним из главных ученых во «Дворце мудрости» в Багдаде, где на арабский язык были переведены основные греческие философские и научные труды. Им было написано первое руководство по арифметике, сохранились его трактаты об алгебре и о календаре. Трактат по алгебре также включает главу по геометрии, тригонометрические таблицы и таблицы широт и долгот городов.

---

[18] При переводах арабских трудов на латынь – главный язык научных публикаций в Европе, такой прямой перенос названия по его арабскому звучанию использовался довольно часто: вспомните историю с «*Альмагестом*» Клавдия Птолемея.

[19] Ныне Хива, город в Узбекистане.

[20] **Зороастрийская религия** - самая первая пророческая и монотеистическая религия в истории человечества. Ее пророком считается Заратуштра, который впервые в истории проповедовал единобожие.

ТАИНСТВЕННАЯ СТРАНА АЛЬ-ДЖАБР

Труд Хорезми в основном посвящен решению линейных и квадратных уравнений.

Аль-Хорезми написал также трактат об индийских цифрах «*Аль-Хорезми об индусском искусстве вычисления*», арабский текст которого утерян. Латинский перевод книги звучал, как «*Algoritmi de numero Indorum*», т.е. название начиналось с искаженного написания имени автора «Аль-Горитми», что впоследствии и дало происхождение математическому термину «алгоритм».

У аль-Хорезми и у других среднеазиатских математиков алгебра широко применялась при торговых и денежных расчетах. Заметим, что ни аль-Хорезми, ни другие его математики-коллеги, писавшие по-арабски, не употребляли сокращенных обозначений, поскольку арабское письмо очень компактно само по себе, и многие слова записываются одним символом.

Однако арабские математики не приняли индийских отрицательных чисел, а посему должны были различать три частных вида квадратных уравнений: $x^2+px=q$, $x^2+q=p$ и $x^2=px+q$, где p и q предполагаются положительными.

Персидские и арабские математики Средней Азии обогатили алгебру рядом новых достижений. В частности, для уравнений высших степеней они умели находить приближенные значения корней с очень большой точностью. Так, знаменитый среднеазиатский философ, астроном и математик аль-Бируни свел задачу о вычислении сторон правильного 9-угольника, вписанного в данную окружность, к кубическому уравнению $x^3=1+3x$ и нашел (в шестидесятиричных дробях) приближенное значение

$$x = 1{,}52'45''47'''13'''',$$

что в «натуральной шестидесятеричной» записи имеет вид:

$$x = 1 + \frac{52}{60} + \frac{45}{60^2} + \frac{47}{60^3} + \frac{13}{60^4}.$$

Это значение, равное в десятичной форме записи 1.879385262...,дает правильное решение с точностью до седьмого знака!

Аль-Бируни
(973-1048)

Полное имя Абу Райхан Мухаммад ибн Ахмад аль-Бируни. Среднеазиатский учёный-энциклопедист. Написал свыше 40 трудов на арабском языке. Установил угол наклона эклиптики к экватору и довольно точно определил диаметр Земли.

Его часто называют «отцом антропологии» и «отцом геодезии».

Подробнее см. в главе «Пантеон».

Классический персидской и таджикской ученый и поэт, Омар Хаям, писавший на языке фарси[21], пытался найти решение кубического уравнения. Однако, ни ему, ни другим ученым мусульманского мира так и не удалось найти алгебраического решения, хотя Хайям разработал все же геометрический метод нахождения корней уравнения. (Заметим, что он интересовался лишь положительными решениями.)

Омар Хайям

(1048 - 1131)

Персидский поэт, философ, астроном и математик, сделавший очень много для развития алгебры.

Широко известен своими четверостишьями (рубаи), написанными на языке фарси и переведенными на многие языки мира.

Подробнее см. в главе «Пантеон».

Как остроумно заметил один из историков математики, история развития алгебры в Европе в средние века «представляет собой нечто среднее между детективной историей и рыцарским турниром»...

---

[21] **Фарси**, или персидский язык – самый распространённый язык иранской ветви индоевропейской группы, официальный язык Ирана (Персии), Афганистана и Таджикистана.

ТАИНСТВЕННАЯ СТРАНА АЛЬ-ДЖАБР

В средневековой Италии регулярно проводились математические турниры (нечто подобное нашим школьным олимпиадам).

Сначала Сципион дель Ферро[22] находит общее решение уравнения третьей степени, но держит его в секрете, поскольку знание метода очень важно для победы в очередном математическом турнире. Перед смертью он открывает свой секрет своему ученику Фиоре[23]. В 1535 году Фиоре, вооруженный секретом своего учителя, вызывает на «математическую дуэль» талантливого математика – Николо Тарталью.

Позже Тарталья писал: «Я применил все рвение, прилежание и искусство, чтобы найти правило решения этих уравнений, и это мне удалось за десять дней до срока, благодаря счастливой судьбе».

Во время состязания каждому из соперников надо было решить по 30 задач, предоставленных его противником. Тарталья справился со всеми задачами Фиоре за два часа, а Фиоре не решил ни одной задачи противника!

Но теперь уже победитель держит свой метод в секрете...

---

[22] **Сципион дель Ферро** (1465–1526), профессор Болонского университета, наиболее вероятный автор решения кубических уравнений.

[23] **Антонио Марио Фиоре**, ученик дель Ферро, единственно чем и знаменит, так это своей словесной дуэлью с Николо Тарталья.

Николо Фонтана Тарталья
(1500 - 1557)

Итальянский математик. Тарталья – это его прозвище, означающее «заика» (tartaglia). Дело в том, что двенадцатилетним мальчиком, во время захвата Италии французами, он был ранен в челюсть. Это привело к сильной деформации его речи, после чего он получил прозвище, которое и закрепилось за ним.

Еще в детстве он увлекся математикой и, будучи самоучкой, достиг больших успехов. В своих сочинениях он рассматривает, помимо математики, некоторые вопросы механики, баллистики и топографии.

На следующем этапе этой увлекательной истории на сцене появляется известный итальянский ученый Джероламо Кардано.

Услышав, что Николо Тарталья хранит секрет решения кубических уравнений, Кардано, готовивший книгу, загорелся желанием украсить ее этим результатом. По его просьбе один его знакомый встретился с Тартальей в Венеции и попросил от имени «честного человека, врача города Милана, по имени Джероламо Кардано» поделиться с ним правилом решения кубического уравнения для опубликования этого в книге. Ответ Тартальи был отрицательным: «Передайте его светлости, чтобы он простил меня, но если я захочу опубликовать свое открытие, то я сделаю это в моем собственном труде, а не в книге другого».

Однако, в конце концов Кардано «уломал» Тарталью: тот раскрыл свой секрет, взяв с Кардано «священную клятву» молчания. Сохранился и текст клятвы:

> «*Как человек чести, я клянусь Святой Библией не только никогда не публиковать открытия, которые вы сообщили мне, но я также обещаю вам, как добропорядочный христианин записать все, что вы мне сказали в столь зашифрованной форме, что никто не будет в состоянии прочесть мои записи после моей смерти*».

Джероламо Кардано

(1501-1576)

Итальянский ученый, один из образованнейших людей своей эпохи. Он был одновременно математиком и механиком, врачом и алхимиком, хиромантом и личным астрологом римского папы. Однажды он осмелился составить гороскоп Иисуса Христа, за что Святая Инквизиция даже некоторое время продержала его в тюрьме.

Подробнее см. в главе «Пантеон».

Между Кардано и Тартальей завязалась достаточно интенсивная переписка, поскольку Кардано нашел примеры, где идея Тартальи не работает. В частности, в 1539 году Кардано пишет в письме:

> «Оставив в стороне немыслимость ситуации, перемножим все число $5+\sqrt{-15}$ на $5-\sqrt{-15}$, мы получаем 25–(–15). Таким образом, в результате получается значение 40».

Заметим, что это было написано задолго до того, как мнимые числа были признаны математиками!

Однако, по-видимому, сведения сообщенные Тарталья были столь ограничены, что Кардано вынужден был искать пути, чтобы познакомиться с исходной рукописью математика из Болоньи дель Ферро, который первым изобрел способ решения кубических уравнений еще в 1515 году.

Во всяком случае, Кардано, нарушив клятву, данную Тарталье, публикует в 1545 году книгу «*Великое искусство*» (*Ars Magna*), в которой дается формула решения кубического уравнения (теперь называется «формулой Кардано»). В этой же книге содержится и открытие, сделанное его учеником Луиджи Феррари[24], а именно, решение уравнения четвертой степени.

Нужно отметить, что Джероламо Кардано в предисловии к книге честно написал, что не ему, «...а моему другу Тарталье принадлежит честь такого открытия, столь прекрасного и удивительного, которое превосходит человеческое остроумие и все таланты человеческого духа. Это открытие есть по истине небесный дар, такое прекрасное доказательство силы ума, его постигнувшего, что уже ничто не может считаться для него недостижимым».

Тарталья, тем не менее, был взбешен. Он обвинил Кардано в нарушении клятвы. В ответ на это Кардано заявил, что решение на самом деле было получено еще Ферро, что освобождает его от всех обязательств по отношению к Тарталье.

Завязывается острая и продолжительная борьба двух ученых...

Тарталья был непримирим: он считал, что Кардано обокрал его. За честь своего учителя вступился Луиджи Феррари и вызвал Тарталью на публичный диспут по «геометрии, арифметике или связанными с ними дисциплинам таким, как астрология, музыка и др.»

Этот поединок состоялся в Милане в 1548 году. Тарталья потерпел сокрушительное поражение, что сильно уронило его авторитет и повредило карьере. Он занялся переводами трудов Архимеда и Евклида и начал издавать многотомный труд «*Общий трактат о мере и числе*» (*Generale trattato de numeri e misure*), издание которого завершилось уже после его смерти.

За формулой для решения кубического уравнения прочно укоренилось название «формула Кардано».

А кто знает: не будь этой тяжбы, может с легкой руки Кардано, который честно отметил в предисловии к своей книге роль Тартальи в получении формулы для решения кубического уравнения, называлась бы она «формулой Тартальи»?

[24] **Луиджи** (**Лудовико**) **Феррари** (1522-1565), итальянский математик, ученик Джероламо Кардано, долгое время работавший у последнего научным секретарем.

Сложность правил для решения кубических уравнений привела к необходимости усовершенствовать обозначения. Процесс был крайне затяжной – тянулся почти целое столетие. Наконец, в конце XVI века французский математик Виет ввел буквенные обозначения, и притом не только для неизвестных, но и для известных величин (неизвестные обозначались заглавными гласными буквами, известные – заглавными согласными).

Франсуа Виет

(1540 - 1603)

Французский математик, сделавший огромный вклад в развитие алгебры. Получив юридическое образование, он с девятнадцати лет успешно занимался адвокатской практикой. Знал астрономию и математику и все свободное время отдавал этим наукам. Сделал важные открытия при изучении общих свойств алгебраических уравнений. Виета, основоположника буквенной символики, называют «отцом» алгебры. Имея в виду великого античного математика Аполлония Пергского, Виет без ложной скромности величал себя «Аполлонием Галльским» (Галлией в древности называли территорию, включавшую и нынешнюю Францию). Аполлоний Пергский прославился методом построения круга, касательного к трем данным кругам.

Им же были введены сокращенные обозначения действий (до него разные авторы использовали свои обозначения).

В середине XVII века, благодаря французскому ученому Рене Декарту, алгебраическая символика (1596-1650) приобретает вид очень близкий к тому, которой пользуемся мы. В результате алгебра получила универсальный «язык общения».

Рене Декарт
(1596 - 1650)

Знаменитый французский философ, математик, физик и физиолог. Образование получил в иезуитском колледже. Во время Тридцатилетней войны служил в армии. Несколько лет путешествовал по Европе, а с 35 лет обосновался в Нидерландах, где издал свои основные книги.

Через 20 лет по личному приглашению королевы переехал в Швецию и вскоре умер от случайной простуды.

Он заложил основы аналитической геометрии, вврл так называемые декартовы координаты. Основал Картезианскую философскую школу (от латинского написания его имени *Renatus Cartesius*), знаменитое мотто которой было: «*Cogito ergo sum*» (« Я мыслю, следовательно, я существую»).

Не зря Николай Лобачевский[25] сказал однажды:

«Подобно тому как дар слова обогащает нас мнениями других, так язык математических знаков служит средством еще более совершенным, более точным и ясным, чтобы человек мог передавать другому понятия, которые он приобрел, истину, которую он постигнул, и зависимость, которую он открыл».

Когда-то Джозайя (он же Джозеф) Гиббс произнес свою самую длинную речь, сказав: «Алгебра – это язык!» Да, для математиков это прекрасный язык!

А вот во Франции, когда человек чего-то не понимает, он говорит: «Это для меня все равно, что алгебра!»

Мне лично понятнее, когда англичане или русские в подобных ситуациях говорят: «Для меня это китайская грамота!»

Итак, арифметика породила алгебру. А алгебра, свою очередь, породила абстрактную алгебру. Возникло новое научное

[25] **Николай Иванович Лобачевский** (1792 - 1856), великий русский математик, создатель геометрии Лобачевского, крупный мыслитель-материалист.

направление – теории групп. Эварист Галуа был первым математиком, связавшим теорию групп с другой ветвью абстрактной алгебры — теорией полей, разработав теорию, ныне называемую теорией Галуа.

Вникать сколько-нибудь в суть такого предмета – неуместное занятие для популярной книги. Однако нельзя обойти молчанием самого Галуа – одну из ярчайших фигур в истории математики.

Эварист Галуа
(1811-1832)

Французский математик, труды которого по теории алгебраических уравнений положили начало развитию современной алгебры. С идеями Галуа связаны такие ее важнейшие понятия, как группа, поле и др.

Галуа погиб на дуэли, когда ему не исполнилось и 21 года...

Научное наследие Галуа – небольшое число весьма кратко написанных работ, из-за новизны идей не понятых при его жизни. Работы Галуа были опубликованы лишь в 1846.

Подробнее см. в главе «Пантеон».

2. ЭТОГО В ШКОЛЕ МЫ НЕ ПРОХОДИЛИ

Образование — это то, что остаётся после того, как забывается всё выученное в школе.
Альберт Эйнштейн

2.1. Числа, сложные по определению

Мнимые числа – это прекрасное и чудесное убежище божественного духа, почти что сочетание бытия с небытием.
Готфрид Лейбниц

По-видимому, впервые с числами весьма странной природы, у которых даже и впоследствии официальным именем стало «мнимые числа», столкнулся итальянский инженер и математик Джироламо Кардано. В своей книге «Великое искусство» (1545), решая систему уравнений:

$$x + y = 10$$

$$xy = 40\,,$$

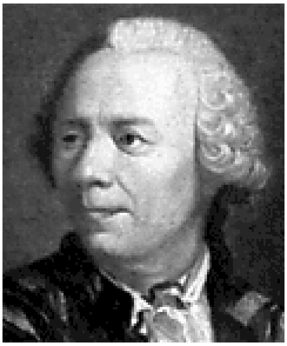
он получил решения $x = 5 + \sqrt{-15}$, $y = 5 - \sqrt{-15}$, которые, казалось бы, не имели никакого смысла. Сам Кардано именовал корни из отрицательных чисел «софистически[26] отрицательными» числами. Он считал эти числа бесполезными и старался их не употреблять, отмечая, что с помощью таких чисел нельзя выразить результат измерения физической величины...

Тем не менее, эти числа совершенно новой природы были «выпущены в свет», и уже в 1572 г. Рафаэле Бомбелли в своей книге «Алгебра» привел разработанную им арифметику мнимых величин, тем самым положив начало теории комплексных чисел.

---

[26] Слово «софистика» происходит от греческого слова «софист», что означает мудрец; в Древней Греции так называли учителей ораторского искусства.

Само название «мнимые числа» было введено в 1637 году Рене Декартом, а в 1777 году Леонард Эйлер предложил использовать для обозначения мнимой единицы» ($\sqrt{-1}$) латинскую букву «*i*», являющуюся первой буквой французского слова imaginaire (мнимый).



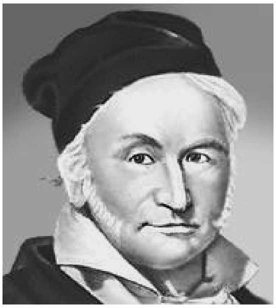
Леонард Эйлер
(1707–1783)

Один из самых великих математиков новой истории. Родился и учился в Швейцарии, был членом Петербургской Академии наук, потом четверть века проработал в Германии и вновь вернулся в Россию, где за последние 17 лет своей жизни, будучи слепым, сумел почти удвоить свое научное наследие, диктуя свои сочинения сыну и двоим ассистентам до полного их изнеможения.

Сделал огромный вклад в математический анализ, теорию чисел, комбинаторику, теорию вероятностей, механику, оптику, астрономию, физику, и даже в музыку.

Подробнее см. в части 2, Гл. 6 «Пантеон»).

Во всеобщее употребление в математике этот символ вошел, благодаря Карлу Гауссу. Да и термин “комплексные числа” (от латинского complexus) был введен также Гауссом в 1831 году.



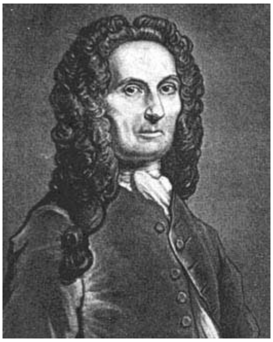
Иоганн Карл Фридрих Гаусс
(1777-1855)

Выдающийся немецкий математик, астроном и физик, считается одним из величайших математиков всех времён. Отличительными чертами творчества Гаусса являются необычайно широкий диапазон его исследований и глубокая органическая связь в его теоретических исследований с практикой.

Работы Гаусса оказали большое влияние на развитие высшей алгебры, теории чисел, дифференциальной геометрии, теории притяжения, классической теории электричества и магнетизма, геодезии, а также теоретической астрономии.

Подробнее см. в Главе «Пантеон».

Вскоре Леонард Эйлер распространил понятие логарифма на любые комплексные числа, а в 1776 году придумал новый метод интегрирования с помощью комплексных переменных. Абрахам де Муавр в 1707 году показал, как извлекаются корни натуральной степени из комплексных чисел.



Абрахам де Муавр
(1667- 1754)

Французский математик, проработавший всю свою жизнь в Англии, член Лондонского Королевского общества, иностранный член Парижской и Берлинской Академий Наук. Был в дружеских отношениях с Исааком Ньютоном.

Работал в области теории рядов, теории вероятностей, комплексных чисел. В теории вероятностей он доказал важную теорему, названную его именем (теорема Муавра-Лапласа). В теории комплексных чисел вывел правила возведения в степень и извлечения корней из комплексных чисел (формулы Муавра).

Муавр записывал комплексное число в тригонометрической форме,

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi),$$

где r некоторое вещественное число. Муавр доказал, что для любого натурального можно записать

$$(r(\cos\varphi + i\sin\varphi))^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi).$$

В 1748 году Эйлер опубликовал замечательную формулу, связывающую два представления комплексного числа – в показательной и тригонометрической формах:

$$e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi.$$

Справедливости ради, следует заметить, что сама эта формула впервые была доказана Роджером Коутсом[27] еще в 1714 году. Он дал логарифмическую форму представления в виде:

[27] **Роджер Коутс** (1682-1716), английский математик, помогавший Исааку Ньютону готовить рукопись его «*Принципов*» к изданию. Он также вывел формулы, известные как формулы Ньютона-Коутса, а также впервые ввел

$$\mathrm{Ln}[\cos(\varphi) + i\sin(\varphi)] = i\varphi.$$

С помощью формулы Эйлера операция возведения комплексного числа в любую степень стала определена очень четко и формально понятно:

$$\left(e^{i\varphi}\right)^n = e^{in\varphi}.$$

Иначе говоря, формула Муавра следует автоматически из формулы Эйлера.

Однако ни Эйлер, ни Коутс не представляли себе геометрической интерпретации полученной формулы. Представление о комплексных числах, как точках на комплексной плоскости, появилось лишь полвека спустя, в 1799 году в работе Каспара Весселя[28], опубликованной в трудах Датской Королевской Академии наук.

Геометрическое представление комплексных чисел, иногда называемое «диаграммой Аргана», вошло в обиход после опубликования в 1806 году работы Жана-Робера Аргана[29], повторявшей независимо выводы Весселя.

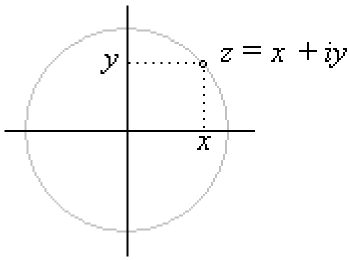


Диаграмма Аргана.

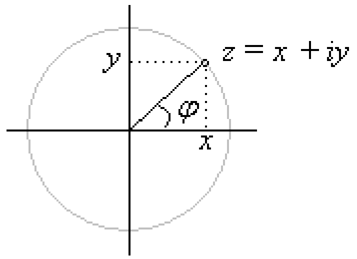
Позднее оказалось, что еще удобнее изображать комплексное число не самой точкой z, а вектором $\overrightarrow{0z}$, идущим в точку z из начала координат.

При таком истолковании сложение и вычитание комплексных чисел совпадает с соответствующими операциями над векторами.

запись для комплексных чисел в форме, известной теперь как формула Эйлера.

[28] **Каспар Вессель** (1745-1818), норвежский землемер и математик.

[29] **Жан-Робер Арган** (1768 - 1822), французский математик-любитель, опубликовавший две работы, содержавших описание диаграмм, названных позже его именем.

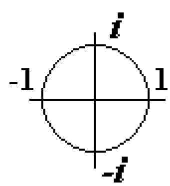


Векторное представление комплексного числа.

Вектор $\overline{0z}$ можно задавать не только его координатами x и y, но и его длиной r и углом φ, который он образует с положительным направлением оси абсцисс.

Совершенно очевидно, что при $\varphi = 0$ значение $e^{i\varphi} = 1$, поскольку, как известно, любое число в нулевой степени дает 1. Но для не-математиков будет, наверное интересно узнать, что при

$\varphi = \pi$ (т.е. 180^o) получается $e^{i\varphi} = -1$, т.е. опять появляется наша самая обычная родная единичка, правда, со знаком минус... Зато «софистически отрицательные числа» берут свое при $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$ и $\varphi = \dfrac{2\pi}{3} 270^o$ получаются чисто мнимые значения i и - i:



Арифметическая теория комплексных чисел как пар вещественных чисел была построена Уильямом Гамильтоном[30] в 1837

---

[30] **Уильям Роуэн Гамильтон** (1806 - 1865), выдающийся ирландский математик. В двадцать два года был уже профессором Дублинского Университета, а в 31 год был избран Президентом Ирландской Королевской

году. Ему же принадлежит обобщение комплексных чисел: он ввел так называемые «кватернионы», которые обладают совсем уж ненормальными для нормальных людей свойствами: перемножение их некоммутативно, или, выражаясь нашим обычным языком, при перемене мест сомножителей произведения не совпадают! Но уж в эти дебри абстрактной алгебры залезать в нашей книге просто неприлично...

2.2. Три задачи античности

Сначала восходят к аксиомам, а затем спускаются к практике.

Фрэнсис Бэкон[31]

Известны три классических проблемы математики Древней Греции, которые оказали большое влияние на развитие геометрии:

- Задача о квадратуре круга,
- Задача о трисекции угла и
- Задача об удвоении куба.

(Часто к этим проблемам добавляют и задачу о геометрическом построении правильного семиугольника.)

Давид Гильберт

(1852-1943)

Немецкий математик, которого называют последним всесторонним математиком и самым замечательным учителем математиков 20 века. Он оставил заметный след во многих областях математики, создал новые направления математических исследований. В геометрии он сделал величайший вклад со времен великого математика древности Евклида.

В 1900 году на математическом конгрессе в Париже Давид Гилберт предложил список из 23 проблем (так называемые «Проблемы Гильберта»), которые необходимо решить в XX столетии, из коих к настоящему времени решена 21 проблема.

Академии наук. Почетный член-корреспондент Санкт-Петербургской Академии наук.

[31] **Фрэнсис Бэкон** (1561- 1626), английский философ, историк, политический деятель, основоположник эмпиризма.

Невольно вспоминается эпизод о том, как будучи однажды спрошен, решение какой задачи было бы полезнее всего для развития математики, Давид Гильберт ответил: «Поймать муху на обратной стороне Луны!»

Изумленным таким ответом слушателям он объяснил: «Сама эта задача никому не нужна. Но подумайте: если она будет решена, то, какие могучие методы придется изобрести для этого, и какое множество других важных открытий мы при этом сделаем!»

Так что можете себе представить, сколько дала математике за несколько тысячелетий попытка поймать трех неуловимых «геометрических мух»!

КВАДРАТУРА КРУГА

Легче найти квадратуру круга, чем перехитрить математика.
Огюст де Морган

Квадратура круга – задача, заключающаяся в построении с помощью циркуля и линейки такого квадрата, который был бы равновелик по площади данному кругу.

Методы приближенного построения равновеликих по площади круга и квадрата были известны еще древним вавилонянам. Да и в Древнем Египте, как это видно из папируса Ринда (около 2 тысячелетий до нашей эры!), площадь круга определялась как $\frac{64}{81}d^2$, где d – диаметр окружности. Менее точное приближение было известно и в Древней Индии.

Впервые проблема точного решения задачи «квадратуры круга» была, видимо, сформулирована Анаксагором из Клазомен[32], пока он отбывал тюремное заключение.

---

[32] **Анаксагор из Клазомен** (500 - 428 до н. э.), древнегреческий математик и астроном, основоположник афинской философской школы. Стараясь объяснять естественными причинами такие явления, как солнечное и лунное затмение, землетрясения и. т. п., он навлёк на себя обвинение в оскорблении богов. Его судили и приговорили к смерти, от которой его спасло лишь покровительство тогдашнего правителя Афин Перикла:

Проблема решения задачи построения равновеликих круга и квадрата была, по-видимому, настолько популярна, что в комедии Аристофана[33] «*Птицы*» один из героев (кстати, астроном, т.е. человек близкий к математике) произносит следующую тираду:

Возьму линейку, проведу прямую,
И мигом круг квадратом обернётся,
Посередине рынок мы устроим,
А от него уж улицы пойдут –
Ну, как на Солнце! Хоть оно само
И круглое, а ведь лучи прямые!...

Одним из первых начал строить равновеликие криволинейные фигуры и треугольники Гиппократ Хиосский[34].

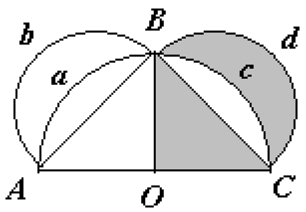
Давайте повторим одно из его построений. На отрезке *AO* как на радиусе построим полуокружность *AaBcC*. Затем на сторонах *AB* и *BC* равнобедренного треугольника *ABC* построим еще две полуокружности *AbB* и *BdC*, соответственно. Получившиеся криволинейные фигуры *AbBa* и *BcCd* носят название «Гиппократовых луночек». Оказывается, что площадь заштрихованной луночки

смертный приговор заменили изгнанием. «Не я потерял Афины, а афиняне потеряли меня» – гордо заявил он. ***Подробнее см. Том 1.***

[33] **Аристофан** (456 – 386 до н.э.), величайший драматург Древней Греции, которого называют «Отцом комедии». Свою первую пьесу написал в возрасте 17 лет.

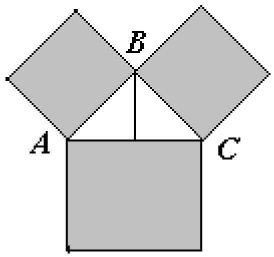
[34] **Гиппократ Хиосский** (470 - 400 до н.э.), античный геометр, живший на греческом острове Хиос (откуда и его прозвище). Автор первого систематического изложения геометрии (к сожалению, до нас не дошло). *Не путать с Гиппократом – «отцом медицины», который жил примерно на век раньше и родился на греческом острове Кос!*

равна площади заштрихованного равнобедренного треугольника *OBC*.



«Гиппократова луночка».

По теореме Пифагора имеем:



$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 = 2(BC)^2$$

Пояснение к построению «Гиппократовой луночки».

Как доказал Гиппократ Хиосский, отношение площадей двух кругов равно отношению площадей квадратов, стороны которых равны соответствующим диаметрам этих же кругов. Итак, площадь сектора *OBcC* равна площади полукруга *BdC*, построенного на диаметре *BC*. Если из обеих этих равных площадей вычесть общую площадь сегмента *BcC*, то в результате получим, что площадь треугольника *BOC* равна площади луночки *BcCd*.

Гиппократ нашел и другие луночки, допускающие квадратуру, в надежде решить задачу квадратуры круга. Этого он не достиг, но имя его как замечательного геометра дошло до наших времен через многие века...

Прошло почти два тысячелетия, пока в 1667 году Джеймс Грегори[35] не дал, наконец, доказательство невозможности решения задачи квадратуры круга в своей работе «*Vera Circuli et Hyperbolae Quadratura*» («*Истинная квадратура круга и гиперболы*»). И хотя его доказательство было нестрогим, оно было важным первым шагом (на то время еще не были открыты трансцендентные числа, которые являются не-алгебраическими, т.е. не могут быть получены как корни каких-либо алгебраических уравнений с рациональными коэффи-

[35] **Джеймс Грегори** (1638–75), шотландский математик и астроном, создатель одного из первых зеркальных телескопов.

циентами, а посему отрезки такой длины и являются «непостроимыми» на плоскости).

Иоганн Ламберт[36] еще через 100 лет, в 1768 году доказал иррациональность числа π и даже, по существу, его трансцендентность, хотя трансцендентные числа были тогда еще не известны.

Следующий шаг потребовал еще 100 лет на размышление, и только в 1882 году Фердинанд Линдеман[37] показал невозможность решения задачи о квадратуре круга, строго доказав, что число π является трансцендентным...

Тем самым было доказано, что с помощью только циркуля и линейки нельзя построить квадрат, по площади равный данному кругу.

Задача о квадратуре круга породила не меньше маниакальных попыток ее решить, чем знаменитая теорема Ферма. К тому же формулировка столь проста, что думается, что и решение должно быть простым. Даже несмотря на, что строгое доказательство невозможности решения задачи квадратуры круга, получено Линдеманом уже более 100 лет назад, попытки решения продолжаются...

ТРИСЕКЦИЯ УГЛА

Ну, а трисекция угла
Кому-то разве помогла?
Лука Умищев

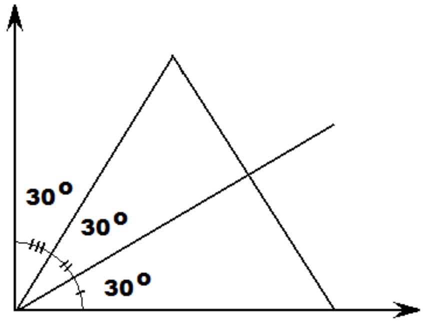
Весьма знаменитой была в древности и классическая задача на построение: разделение угла на три равные части с помощью циркуля и линейки, или, как она называется, «задача о трисекции угла».

---

[36] **Иоганн Генрих Ламберт** (1728–1777), немецкий астроном, математик, физик, философ. Сын портного, он вынужден был бросить школу в 12 лет и занимался самостоятельно самообразованием. Наибольшую известность Ламберту принесли его исследования по фотометрии, основоположником которой он считается. Он ввел тригонометрические синус и косинус, изучал гиперболические функции, предвосхитил многие идеи алгебры логики Джона Буля. Член Берлинской Академии наук.

[37] **Карл Луис Фердинанд фон Линдеман** (1852-1939), немецкий математик.

В некоторых частных случаях это легко удается сделать. Деление прямого угла на три равные части умели производить еще пифагорейцы, которые знали, что в равностороннем треугольнике каждый угол равен 60°. В этом случае задача сводилась к проведению биссектрисы для соответствующего угла треугольника, что легко делается с помощью циркуля и линейки.



Трисекция прямого угла.

Задача о трисекции угла оказывается разрешимой и при некоторых других частных случаях (например, для углов, равных $\frac{\pi}{4n}$, где n – натуральное число, отличное от 3). Однако в общем случае задача трисекции угла не может быть решена при помощи только циркуля и линейки – любимых инструментов античных геометров.

АРХИМЕДОВО РЕШЕНИЕ

Удачная математическая шутка лучше, чем дюжина заурядных работ; она является одновременно и лучшей математикой.

Джон Литлвуд[38]

Задача о трисекции угла, в отличие от квадратуры круга и удвоения куба, была не только загадкой для пытливого ума: уметь делить углы на три равные части часто приходилось архитекторам и строителям.

А если угол произвольный? Что делать? А под руками только циркуль и линейка...

Тут, как говорится, «если нельзя, но очень хочется, то можно». Однако, все же для этого понадобилась голова Архимеда!

[38] **Джон Иденсор Литлвуд** (1885-1977), английский математик, президент Лондонского математического общества. Основные работы относятся к математическому анализу и теории чисел.

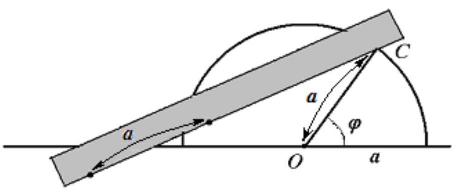
Видимо, чисто инженерные нужды подтолкнули Архимеда придумать удобный практический метод деления любых углов на три равные части, но он использовал при этом две маленькие хитрости: линейка у него была с делениями, а циркуль был не простой, а с возможностью фиксации ножек.

Вообще нужно заметить, что Архимед, будучи первоклассснейшим математиком, не пренебрегал прикладывать к решению практических задач свою голову, переполненную здравым смыслом и фантастическим воображением.

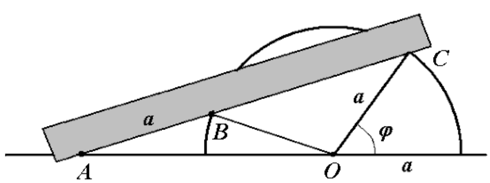
Зафиксируем на циркуле некоторое расстояние *a* между концами его ножек. На линейке сделаем две засечки на таком же расстоянии *a*.

Допустим нам надо поделить некий угол *φ*, образованный осью абсцисс и некоторой прямой выходящей из произвольной точки *O* на этой оси. Проведем через вершину угла окружность с помощью циркуля, на котором зафиксирован радиус *a*.

Из точки *C*, где сторона угла пересекается с окружностью, проведем прямую следующим образом: приложим линейку к точке *C*. Затем, поворачивая и смещая линейку, сохраняя при этом ее касание с точкой *C*, выберем такое ее положение, когда одна из отметок на линейке окажется на окружности, а вторая на оси абсцисс. Пересечение вновь построенной прямой с осью абсцисс обозначим через *A*, а пересечение ее с окружностью через *B*.

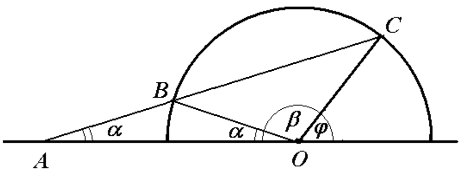


Начальная фаза Архимедова решения



Завершающая фаза Архимедова решения.

В результате мы пришли к окончательному чертежу.



Чертеж, поясняющий Архимедово решение.

Итак, по построению треугольники *ABO* и *BOC* являются равнобедренными, так как все боковые стороны их равны радиусу. Угол *ABO* равен $\pi - 2a$, откуда угол *OBC* равен $\pi - (\pi - 2a) = 2a$. Далее, для треугольника *BOC* можно записать: $\beta = \pi - 4a$. В то же время, $a + \beta + \varphi = \pi$, откуда немедленно следует:

$$\varphi = \pi - (a + \beta) = \pi - (a + \pi - 4a) = 3a.$$

Как и все у Архимеда – гениально просто! А ведь по сути – использовались только циркуль и линейка (правда, с линейкой Архимед схитрил!). И главное: решение практической задачи найдено, а то что не получилось «изящной математики» – наплевать и забыть!

ЕЩЕ О ТРИСЕКТРИСАХ

В математике ум исключительно занят собственными формами познавания - временем и пространством, следовательно, подобен кошке, играющей собственным хвостом.

Артур Шопенгауэр[39]

Одной из самых удивительных теорем геометрии треугольника, по праву называющейся жемчужиной геометрии, является Теорема Морли о трисектрисах, т.е. о лучах делящих угол на три равные части. Эта теорема утверждает следующее:

[39] **Артур Шопенгауэр** (1788-1860), немецкий философ-иррационалист.

Точки пересечения смежных трисектрис углов произвольного треугольника являются вершинами равностороннего треугольника.

Об этой теореме Франк Морли[40] в 1804 году упомянул как-то между прочим своим друзьям, а опубликовал её лишь двадцать лет спустя и почему-то в Японии. Нужно заметить, что Морли был весьма неординарной фигурой. Например, он прекрасно играл в шахматы и однажды обыграл даже своего коллегу-математика Эммануэля Ласкера[41], который был непобедимым чемпионом мира в течение 27 лет!

Содержание теоремы Морли иллюстрируется простым чертежом, не требующим объяснений.

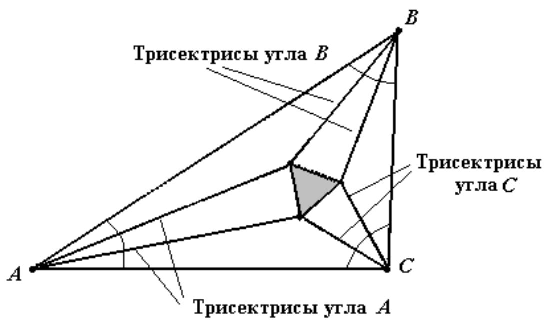


Иллюстрация теоремы Морли

Итак, для любого исходного треугольника внутренний треугольник (на рисунке закрашен серым цветом) всегда будет равносторонним!

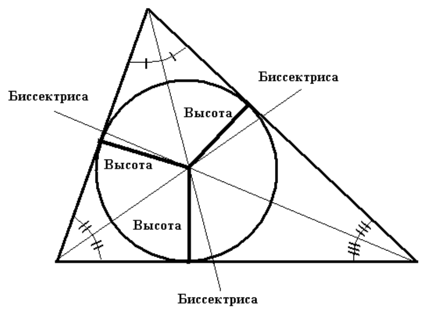
Правда, как-то не хочется «обижать» и биссектрисы: ведь и они обладают тоже красивым свойством. Помните, это мы проходили в школе классе в шестом или седьмом: Если из точки пересечения биссектрис опустить перпендикуляры на все три стороны

---

40 **Франк Морли** (1860 -1937), один из ведущих английских математиков прошлого века.

41 **Эммануэль Ласкер** (1868 -1941), второй в истории шахмат чемпион мира, бессменно обладавший титулом с 1894 по 1921 год (своеобразный чемпион среди чемпионов мира по любым видам спорта!), шахматный теоретик и литератор, имел степень доктора по математике. В 1933 году с приходом Гитлера к власти эмигрировал в США.

треугольника, то получится «трехногая» звезда с равными лучами. Вернее, нам говорили, что в треугольник можно вписать окружность, выбрав за центр точку пересечения биссектрис, ну, а уж радиусы, проведенные к точкам касания этой окружности с треугольником, естественно, окажутся перпендикулярами, так как они являются кратчайшими расстояниями от центра окружности до соответствующих прямых.



УДВОЕНИЕ КУБА

Кто был умен и кто был глуп –
Пытались все удвоить куб.
Но нету радости удач
Для нерешаемых задач!

Лука Умищев.

Задача об удвоении куба звучит так: имеется куб с ребром известной длины, требуется построить при помощи циркуля и линейки ребро нового куба, объем которого будет вдвое больше объёма исходного куба.

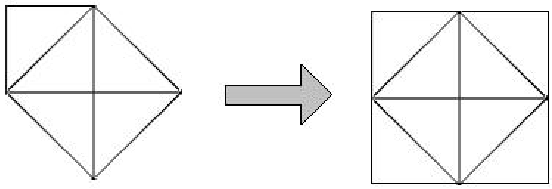
Начнем немного издалека. В античности любили различные чисто геометрические построения. Вообще геометрия была в чести. На вратах Академии Платона[42] было высечено изречение «Да не войдет сюда не знающий геометрии».

---

[42] **Академия Платона** – религиозно-философская школа, основанная античным философом Платоном около 385 года до н.э. близ Афин в роще, в которой по преданию по преданию был захоронен мифологический герой Академ. От названия рощи и произошло слово «академия».

ТАИНСТВЕННАЯ СТРАНА АЛЬ-ДЖАБР

В незапамятные времена была весьма элегантно решена задача об удвоении площади квадрата: строился «конверт», а потом к каждой стороне пристраивался снаружи треугольник, равный по площади одной четвертой исходного квадрата. В результате получалось, что большой квадрат состоит из восьми треугольников, а малый – из четырех.



Удвоение площади квадрата.

Проведем «небольшое» усложнение задачи: перейдем от удвоения площади квадрата к удвоению объема куба...

Интересно заметить, что если в новейшей времена задача о квадратуре круга была весьма популярна, то античные математики уделяли больше внимания задаче удвоения куба.

По одной из версий, небезызвестный мифический Критский царь Минос[43] приказал построить в столице своего царства – Кноссе гробницу в виде куба для своего погибшего сына. Когда гробница была построена, Минос заметил главному архитектору, что она мала для усопшего члена царской семьи и приказал увеличить ее объем ровно вдвое. Эта версия, конечно, слаба даже с позиции житейской логики: почему объем должен был быть увеличен именно ровно вдвое? Почему бы не приказать увеличить гробницы «не менее, чем вдвое»? Однако миф есть миф, тем более, что мы не в праве давать советы сыну самого бога Зевса, коим был Минос...

По другой версии, сама задача удвоения куба носит название Делийской задачи и связана со следующим мифом. По преданию, однажды на острове Делосе[44], что находится в Эгейском море, вспыхнула эпидемия чумы, унесшая жизни почти половины насе-

[43] Тот самый **Минос**, жена которого Пазифая от Критского быка родила Минотавра – чудище с телом человека и головой быка, которое жило в лабиринте, пока его не убил греческий герой Тезей.

[44] **Делос** – крохотный греческий островок, по преданию место рождения Аполлона и Артемиды. Сейчас практически безлюден.

ления. Жители этого острова обратились за советом к знаменитому Дельфийскому оракулу. Тот, естественно, вещал им, что все происходит из-за того, что жители острова прогневили Аполлона, а чтобы умилостивить бога, надо удвоить объем алтаря храма, имевшего кубическую форму. Совет оракула был исполнен, однако чума не прекращалась. Вновь делегация старейших направилась к оракулу, который ответил, что надо было удвоить объем алтаря, не изменяя его кубической формы, т.е. так, чтобы и новый жертвенник имел вид куба.

За разрешением этой геометрической задачи делосцы обратились к Платону[45], который язвительно заметив, что боги карают тех за то, что они «не думают о математике и не дорожат геометрией», решил задачу с помощью механического инструмента с подвижными планками.

Задачей об удвоении куба интересовался и Эратосфен[46]. Сохранилось его письмо об удвоении куба, написанное к царю Птолемею. В этом письме приводится много исторических сведений об этой задаче и дается описание изобретённого самим автором прибора для решения задачи удвоения куба, названного Эратосфеном «мезолябий». Мезолябий Эрастофена, возможно, использовал некоторые идеи инструмента Платона, о котором Эратосфен знал.

Ученик Евдокса[47] по имени Менехм[48] дал два способа решения, но опять же не построениями с помощью циркуля и линейки, а используя конические сечения (параболы и гиперболы).

Первое доказательство невозможности решить задачу об удвоении куба пришло лишь два тысячелетия спустя: его дал в 1637 году Рене Декарт.

---

45 **Платон** (428-347 до н. э.), древнегреческий философ, ученик Сократа, учитель Аристотеля.

46 **Эратосфен Киренский** (276-194 до н. э.), греческий математик, астроном, географ и поэт. ***Подробнее см. в Томе 1.***

47 **Евдокс Книдский** (408-355 до н. э.), один из виднейших математиков древности, астроном, географ, врач и законодатель.

48 **Менехем** (IV в. до н.э.), античный математик, последователь школы Платона.

Профессор: Ну хорошо... У меня есть еще последний вопрос. Вы что же и куб удвоить можете?!
Студент: Запросто! Возьму сторону, равную $\sqrt[3]{2}$ и все...
Профессор: Но как вы такой отрезок построите с помощью циркуля и линейки?!
Студент: Но это уже другой вопрос! Я же вам ответил на предыдущий...

2.3. Треугольник Паскаля и его «родственники»

Ах, как глаза мои ласкали
Те треугольники Паскаля!
Лука Умищев

В математике, в особенности в комбинаторном анализе и теории вероятностей огромную роль играют биномиальные коэффициенты. Впервые мы встречаемся с ними, когда раскрываем *бином Ньютона*: $(x+1)^n$, где n – целое число. Этот двучлен в развернутой форме представлен ниже.

Бином Ньютона	**Степень**	**Биномиальные коэффициенты**
$(x+1)^0=1$	0	1
$x+1$	1	1<>1
$(x+1)^2=x^2+2x+1$	2	1<>2<>1
$(x+1)^3=x^3+3x^2+3x+1$	3	1<>3<>3<>1
$(x+1)^4=x^4+4x^3+6x^2+4x+1$	4	1<>4<>6<>4<>1
$(x+1)^5=x^5+5x^4+10x^3+10x^2+5x+1$	5	1<>5<>10<>10<>5<>1
$(x+1)^6=x^6+6x^5+15x^4+20x^3$ $+15x^2+6x+1$	6	1<>6<>15<>20<>15<>6<>1
…	…	…

В общей форме бином Ньютона можно записать в форме:

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n b^0 + C_n^1 a^{n-1} b^1 + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \ldots$$
$$+ C_n^{n-1} a^{n-(n-1)} b^{n-1} + C_n^n a^{n-n} b^n \,,$$

где C_n^k – k-й по счету от начала биномиальный коэффициент в разложении бинома n-й степени.

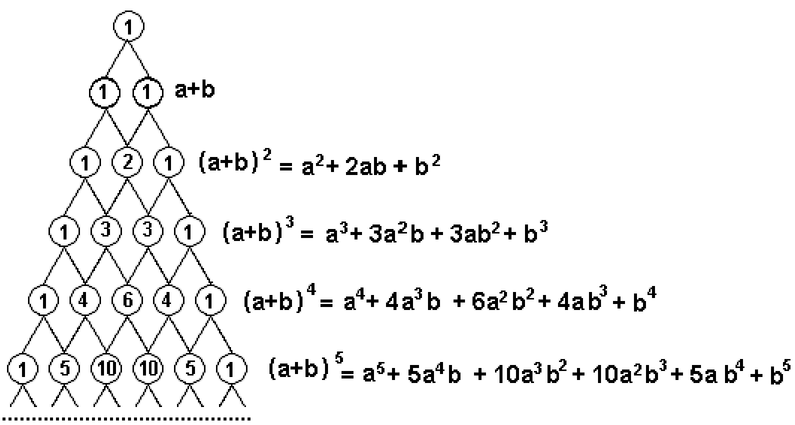
Заметим, что в западной литературе биномиальный коэффициент C_n^k обозначается также как $\binom{n}{k}$.

В свернутой форме можно написать:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k \,.$$

Так «откуда же есть пошли» биномиальные коэффициенты?

В европейской математике метод вычисления биномиальных коэффициентов стал внедряться после публикации «*Трактата об арифметическом треугольнике*» Блеза Паскаля. Он предложил простой и наглядный алгоритм вычисления биномиальных коэффициентов, названный впоследствии *треугольником Паскаля*.



Графическое представление треугольника Паскаля в виде «дерева».

Построение треугольника Паскаля понятно из рисунка: любое число в кружочке представляет собой сумму двух чисел в соответствующих кружочках верхнего ряда, которые «предшествуют» данному кружочку. Иначе говоря, каждый элемент треугольника определяется по правилу Паскаля:

$$L_{n+1,k}=L_{n,k-1}+L_{n,,k} ,$$

где n – номер ряда, а k – порядковый номер элемента по строке.

Блез Паскаль
(1623-1662)

Один из величайших математиков своей эпохи. Когда ему было 12 лет, он самостоятельно изучил полный курс геометрии. В неполных 17 лет он опубликовал свою работу по геометрии, изумившую Рене Декарта – одного из крупнейших математиков того времени.

В его переписке с Пьером де Ферма (1601-1665) родилось новое направление в математике – теория вероятностей.

В историю физики Паскаль вошел, установив основной закон гидростатики и подтвердив предположение Эванджелиста Торричелли (1608 - 1647) о существовании атмосферного давления.

Подробнее см. в главе «Пантеон» книги 5.

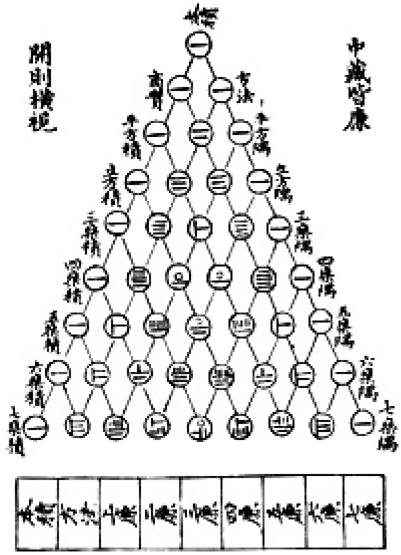
Справедливости ради, следует отметить, что аналогичный (если даже фактически не полностью идентичный) метод расчета биноминальных коэффициентов был открыт в Европе примерно за 100 лет до рождения Паскаля и был опубликован в 1533 году в книге Апиана[49] «*Космография*» («*Cosmographi*») Однако, книга Апиана прошла незамеченной математиками, а посему важный для алгебры результат пришлось переоткрывать

Нужно отметить удивительный и не так уж широко известный факт: в Китае в эпоху Сун (960–1279), по крайней мере, к началу 12 века, был уже известен «сиамский близнец» треугольника

---

[49] **Петр** (**Беневиц**) **Апиан** (1495-1552), немецкий географ и картограф.

Паскаля. В книгах Чжу Ши-цзе[50] «*Яшмовое зеркало четырех элементов*»[51] и Ян Хуэя[52] «Подробное объяснение метода счета»[53] приводятся рисунки для расчета коэффициентов бинома вплоть до шестой степени:



Китайская схема представления треугольника Паскаля

(Кстати, для нашего объяснения, мы использовали «китайскую» схему представления треугольника Паскаля). Там же упоминается, что идея такого треугольника восходит к «старому методу» математика Цзя Сяня, который был разработан им в 1100 году.

Так что, на самом деле, в Европе треугольник Паскаля был повторно открыт лишь спустя почти полтысячелетия после своего первого появления на свет!

---

[50] **Чжу Шицзе** (XIII-XIV века), китайский математик. Дал решение нелинейных систем с 4 неизвестными.

[51] Книга написана в 1303 году.

[52] **Ян Хуэй** (XIII век), китайский математик. В его работах содержится изложение методов решения уравнений 4-й и высших степеней и суммирования прогрессий.

[53] Книга написана в 1261 году.

Треугольник Паскаля можно представить и несколько в ином виде, «положив» треугольник Паскаля на бок. (Такое представление окажется удобным для последующего изложения).

1	1	1	1	1	1	1	1	...
	1	2	3	4	5	6	7	...
		1	3	6	10	15	21	...
			1	4	10	20	35	...
				1	5	15	35	...
					1	6	21	...
						1	7	...
							1	...
1	**2**	**4**	**8**	**16**	**32**	**64**	**128**	**...**

«Табличное» представление треугольника Паскаля.

Нетрудно заметить, что колонки в этой таблице соответствуют «ярусам» в традиционном треугольнике Паскаля. Биномиальные коэффициенты в этой таблице вычисляются по следующей схеме:

(a) для «внутренних» ячеек z

x	…
y	z

$z=x+y$,

Объяснение построения таблицы биномиальных коэффициентов.

(b) для «пограничных» ячеек значение всегда равно 1.

Иначе говоря, каждый элемент треугольника определяется по правилу Паскаля $L_{n+1,k}=L_{n,k-1}+L_{n,\mathrm{k}}$ при начальных условиях $L_{1,0}=1$, $L_{1,1}=2$ и $L_{0,k}=0$.

Сами биномиальные коэффициенты считываются по столбцам: для $(x+1)^0$ первый столбец из одного элемента («1»), для $(x+1)^1$ второй столбец из двух элементов («1, 1»), для (x+1)2 третий столбец из трех элементов («1, 2, 1»), и т.д.

Если теперь просуммировать биномиальные коэффициенты нового треугольника Паскаля по столбцам, начиная с нулевого столбца, то в последней строке, где представлены результаты суммирования, мы получим ряд чисел, представляющих собой степени числа 2: $2^0=1$, $2^1=2$, $2^2=4$, $2^3=8$, $2^4=16$, $2^5=32$, $2^6=64$, ... и т.д.

Кстати, это становится очевидным, если положить в исходной формуле бинома Ньютона $(x+1)^n$ величину $x=1$, т.е. $(1+1)^n = 2^n$.

Представление треугольника Паскаля в виде приведенной выше таблицы облегчает построение других аналогичных математических объектов похожей природы. Сдвинем каждый ряд в табличном представлении треугольника Паскаля на один столбец вправо относительно предыдущего ряда. В результате такого преобразования мы получим числовую таблицу, в которой суммы по столбцам дают числа Фибоначчи, которые находятся на нижней строке таблицы.

Приведенное выше табличное представление треугольника Паскаля позволяет строить многие интересные последовательности, например, обобщать уже знакомую нам задачу о кроликах, когда приплод от новой пары возможен только на k-й месяц, а не на второй, и т.д. Может быть построен и табличный треугольник для чисел Люка. Если вас эта идея заинтересовала, попробуйте «поиграть» с табличным представлением треугольника Паскаля.

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	...
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	...
				1	3	6	10	15	21	28	...
						1	4	10	20	35	...
								1	5	15	...
										1	...
1	**1**	**2**	**3**	**5**	**8**	**13**	**21**	**34**	**55**	**89**	**...**

«Табличное» представление чисел Фибоначчи.

2.4. Великая Теорема Ферма

Мужчин поболее не от любви сошло с ума,
А от попыток теорему доказать Ферма!

Лука Умищев

В связи с теоремой Пифагора возникает интересный вопрос, который увлекал многих ученых древности: много ли таких целых чисел, которые удовлетворяют этой теореме? Иными словами, много ли целых чисел удовлетворяет уравнению

$$x^2 + y^2 = z^2?$$

(Значения x и y можно интерпретировать как целочисленные длины катетов прямоугольного треугольника, а z как целочисленную гипотенузу.) Набор таких целых чисел (x, y, z) называется Пифагоровой тройкой.

Евклид сумел доказать, что существует бесконечно много таких Пифагоровых троек. Суть доказательства не столь уж проста, поэтому мы ее опускаем. Запишем лишь сразу же решение проблемы: любая Пифагорова тройка может быть представлена в виде

$$x=l(m^2-n^2), \quad y=2lmn, \quad z=l(m^2+n^2),$$

где l, m, n – натуральные числа, причем $m>n$.

Например, «классическая» Пифагорова тройка (3, 4, 5) получается при l=1, m=2, n=1. Если выбрать l=1, m=3, n=1, то получим Пифагорову тройку вида (6, 8, 10), т.е прямоугольный треугольник оказывается аналогичным предыдущему, но со сторонами в два раза большими, чем у предыдущего. Значения l=1, m=3, n=2 приводят к треугольнику со сторонами 5, 12, 13 и т.д.

История с Пифагоровыми тройками не прошла бесследно.

Найти целочисленные решения уравнения Пифагора, т.е. пифагоровы тройки, было сравнительно легко, но стоит лишь изменить степень с 2 на 3 (т.е. заменить квадраты кубами), как решение уравнения, столь похожего на уравнения Пифагора, в целых числах мы вместо сравнительно легко решаемого уравнения получаем задачу умопомрачительной сложности.

В 1636 году, т.е. примерно через два тысячелетия после Пифагора, Пьер Ферма выдвинул утверждение из области теории чисел, которое впоследствии получило название Великой (или Большой) теоремы Ферма. Он заявил, что уравнение вида $x^n+y^n=z^n$ не имеет решений в целых числах при показателе степени $n > 2$. Доказательство этого, казалось бы, простого с виду математического утверждения оказалось невероятно сложным.

Пьер де Ферма

(1601-1665)

Французский математик, по совместительству – советник парламента французского города Тулузы. Ферма внес большой вклад в аналитическую геометрию, теорию чисел, математический анализ. С именем Ферма связаны две замечательные теоремы – Большая, или Великая, и Малая. Идеи и открытия Ферма в области теории чисел оказали колоссальное влияние на последующие поколения математиков.

Подробнее см. в главе «Пантеон» .

Один из самых эрудированных и плодотворных математиков XVIII века Леонард Эйлер доказал теорему Ферма для степеней 3 и 4, но оказалось, что для пятой степени доказательство не работает... Затем Андриен Лежандр[54] доказал для степени 5, а Густав Дирихле[55] - для степени 7. Но не перебирать же все числа! Нужно доказательство в общем виде.

Попробуем проиллюстрировать постановку задачи графически. Начнем с «Пифагоровой тройки», для которой задачу можно описать так: найти два таких квадрата, составленных из единичных квадратиков, чтобы из суммарного числа этих квадратиков удалось построить один больший квадрат.

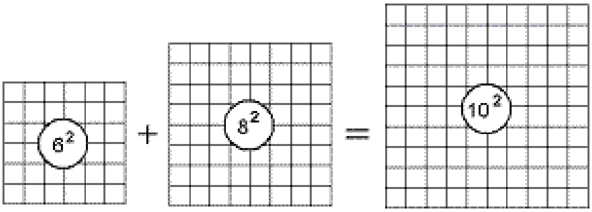


Иллюстрация решения уравнения $x^2+y^2=z^2$.

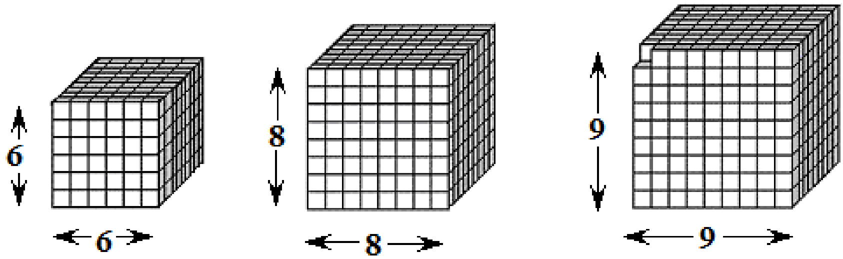
Теперь рассмотрим аналогичную ситуацию для $n = 3$. В этом случае из двух кубов надо сложить третий, использовав для этого все «элементарные» кубики. Оказывается, что независимо от того, какие два куба выбраны в качестве исходных, из маленьких единичных кубиков, их образующих, можно сложить третий куб либо с несколькими оставшимися лишними кубиками, либо построить неполный (недостроенный) куб. Ближайшим к идеальному кубу будет такая кладка, в которой один кубик останется лишним или недостающим. Например, если мы начнем с кубов 6^3 и 8^3 то, рассыпав их на кубики, сложим из них кладку, в которой всего лишь одного кубика не хватит до полного куба 9^3. (Конечно, нужно

---

[54] **Адриен Мари Лежандр** (1752-1833), французский математик французский математик, член Парижской Академии Наук. Основные труды по математическому анализу, теории чисел и геодезии.

[55] **Петер Густав Дирихле** (1805-1859), немецкий математик.

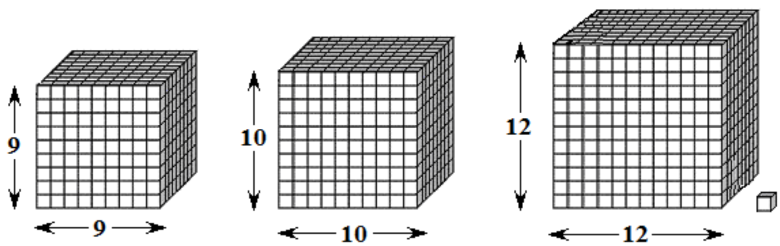
еще найти подходящие числа, чтобы вышло хотя бы так!)



$$6^3 + 8^3 = 9^3 - 1$$

Построение «почти суммарного» куба
(не хватает одного маленького кубика).

А вот пример, когда после складывания рассыпанных «атомарных» кубиков наоборот остается один лишний.



$$9^3 + 10^3 = 12^3 + 1$$

Построение «почти суммарного» куба (остается один лишний кубик).

Конечно, таких пар, которые дают один «почти суммарный» куб, можно найти бесчисленное множество, но ни одной пары, для которой удается построить суммарный куб, не существует! В этом и состоит суть Великой теоремой Ферма: невозможно найти три целых числа, которые в точности удовлетворяют кубическому уравнению $x^3 + y^3 = z^3$.

Если степень повысить с 3 до любого большего целого числа (т.е. до 4, 5, 6 и т.д.), то и в этом случае решений уравнения нет. Иначе говоря, уравнение вида

$$x^n + y^n = z^n,$$

где n больше 2, не имеет решения в целых числах.

Великая теорема Ферма является одной из самых известных и интригующих математических теорем. Формулировка ее столь проста, что многим казалось, что и решение ее не должно быть сложным.

Как только формулировка теоремы Ферма стала известна, тысячи профессионалов и любителей тратили годы и жизни на ее доказательство. Люди сходили с ума в буквальном смысле этого слова: в психиатрических клиниках появилась даже категория «ферматистов», или – как их называли в России – «фермачей», т.е. людей с маниакальными попытками решения этой задачи.

Математические кафедры европейских университетов были завалены мириадами доказательств, на экспертизу их затрачивались сотни и тысячи часов, которые могли бы быть потрачены с большим удовольствием для проверявших решения математиков и с большей пользой для общества...

Говорили, что в некоторых университетах, куда в больших количествах поступали «доказательства» Великой теоремы Ферма, были заготовлены бланки примерно такого содержания:

Уважаемый ____________!

В Вашем доказательстве теоремы Ферма на __странице в __ строке сверху в формуле:_____ обнаружена следующая ошибка: _______.

Нужно заметить, что масла в огонь подлил сам Пьер Ферма: на полях своего экземпляра книги Диофанта Александрийского «*Арифметика*», с которой он не расставался с детства, он написал:

> *«Невозможно разделить куб на два куба или биквадрат на два биквадрата или, в общем случае, любую степень выше двух на две части с той же степенью. Я нашел поистине удивительное доказательство этого предложения, но поля книги слишком узки для того, чтобы вместить его».*

Поколение за поколением математики почти три века тщетно пытались доказать теорему Ферма или же найти пример, опровергающий ее...

Однажды Давида Гильберта спросили, почему он никогда не пытался доказать Великую теорему Ферма. На это Гильберт ответил: «Прежде чем начать, я должен был бы затратить года три на усиленную подготовку, а у меня нет столько времени, чтобы так расточительно расходовать его на решение проблемы, которое может закончиться неудачей».

Многим стало не без оснований казаться, что доказательство Великой теоремы Ферма просто невозможно. А коекто из ополоумевших ферматистов усматривал в теореме даже козни дьявола...

В начале прошлого века немецкий промышленник, а по совместительству математик Пауль Вольфскель[56] также пытался найти решение Великой Теоремы Ферма. Сам он не смог внести какой-либо заметный вклад в поиски доказательства теоремы, но его имя теперь будет долго ассоциироваться с этой теоремой, поскольку он породил новую волну попыток доказать теорему.

Эта около-математическая история началась весьма романтично: у Вольфскеля случился неудачный роман – он был отвергнут предметом своей любви... Впав в невыносимое отчаяние, он решил покончить собой. Вольфскель начал с тщательностью и педантичностью немца (да еще математика!), готовиться к самоубийству: он назначил дату и решил выстрелить себе в висок ровно в полночь, с первым ударом часов. Как и положено самоубийце, он решил прежде привести в порядок все свои дела, составить завещание и написать прощальные письма друзьям и родственникам. Закончив все эти дела задолго до полуночи, чтобы как-нибудь скоротать время до назначенного самому себе самоубийства, он отправился в свою библиотеку, где стал просматривать математические журналы. Ему на глаза попалась статья, в которой объяснялось, почему Огюстен Коши потерпел неудачу в поисках доказательства

[56] **Пауль Фридрих Вольфскель** (1856-1906), немецкий профессор математики, унаследовавший от отца банковское дело.

Великой теоремы Ферма. Вольфскелю показалось, что он обнаружил ошибку в рассуждениях автора статьи. Он устремился к письменному столу, тщательно проанализировал рассуждения автора статьи и принялся излагать свое доказательство ошибки Коши. К рассвету Вольфскель закончил свои вычисления...

Только тогда он обнаружил, что время, назначенное для самоубийства, давным-давно прошло! Но он был этому даже рад: он был горд своим доказательством, а его отчаяние и грусть по поводу безответной любви развеялись, «как с белых яблонь дым». Так математика спасла человека, вернувши ему жажду жизни.

Вольфскель разорвал тщательно написанные прощальные письма и уничтожил свое завещание...

Аргументы Вольфскеля оказались ошибочным, но что это такое по сравнению с сохраненной жизнью!

Когда после смерти Вольфскеля, было оглашено его завещание, вся его семья была, как говорится, «в нокауте»: обнаружилось, что он завещал огромную часть наследства – 100 тысяч марок, что к нынешним временам выросло примерно до 2 млн. долларов, тому, кто сумеет доказать Великую теорему Ферма. Деньги были положены на счет Королевского научного общества Гёттингена, которое в том же году официально объявило о проведении конкурса на соискание премии Вольфскеля…

* * *

Говорят ещё, что в 80-х годах прошлого столетия на стене станции нью-йоркской подземки появилась следующая надпись: «Уравнение $x^n + y^n = z^n$ не имеет решений в целых числах. Я нашел поистине удивительное доказательство этого факта, но не успеваю записать его здесь, так как пришел мой поезд».

Но все же, наконец, Великая Теорема Ферма была доказана!

27 июня 1997 года в Геттингене премию Вольфскеля получил Эндрю Джон Уайлс, английский математик, работающий сейчас в Принстонском университете в США.

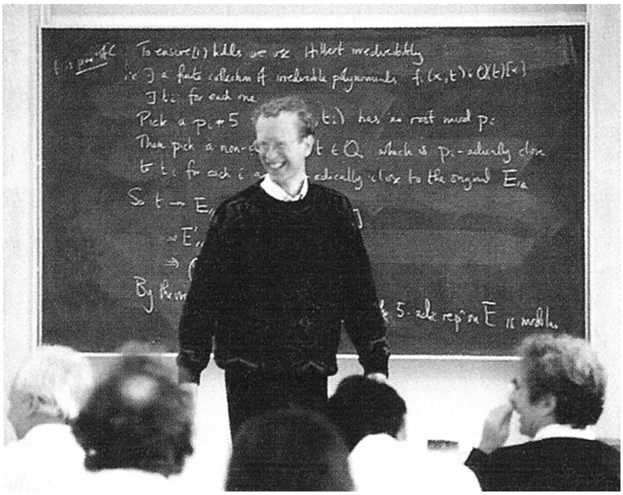
Родился Уайлс в 1953 году в Кембридже (Великобритания), поступил в Кембриджский университет, а по окончании его остался в нем же в качестве научного сотрудника. Про Великую Теорему Ферма он узнал еще в возрасте десяти лет. Кончив университет, он потом многие годы занимался этой проблемой, тщательно держа это в тайне, чтобы не прослыть еще одним чудаком-ферматистом.

Когда Уайлсу стукнуло 35 лет он целиком погрузился в решение казавшейся всем нерешаемой задачи. И вот после семи лет напряженной работы, он представил свои результаты на суд математического мира.

В 1994 году Уайлс сделал свое сообщение в Институте Исаака Ньютона в Кембридже. Время доклада было выбрано, в некотором смысле, весьма удачно: Пауль Вольфскель в своем завещании указал последнюю дату подачи на конкурс – 13 сентября 2007 года.

Доклад Уайлса произвел на всех огромнейшее впечатление, и едва прозвучали аплодисменты докладчику, как в комиссию Вольфскеля послали телеграмму о том, что Великая Теорема Ферма, наконец, доказана. По правилам конкурса, требовалась официальная публикация доказательства, а также подтверждение правильности доказательства со стороны авторитетных математиков: в завещании Вольфскеля на все это отводилось два года.

В том же году Уайлс опубликовал свое решение, занявшее свыше 200 страниц. Математики всего мира были в экстазе, газеты всех стран оповестили об эпохальном событии.



Эндрю Джон Уайлс на семинаре

Однако... вскоре коллеги Уайлса нашли фундаментальную ошибку в его рассуждениях, и тому ничего не оставалось, как отозвать свою работу и вновь погрузиться в сложнейшие доказательства. Новый вариант доказательства потребовал еще года напряженнейшей работы. Но вот доказательство было завершено и вновь представлено ученому миру...

На сей раз ошибок в рассуждениях Уайлса не оказалось!

ПАНТЕОН

Аль-Бируни

(973 – 1048)

Знание - самое превосходное из владений.
Все стремятся к нему, само же оно не приходит.
Аль-Бируни

Среднеазиатский ученый-энциклопедист. Автор трудов по истории Индии, математике и астрономии, географии и геодезии, физике и медицине, геологии и минералогии и др. Впервые на Среднем Востоке высказал мысль о том, что Земля движется вокруг Солнца.

Аль-Бируни, или полностью Абу-р-Райхан Муххамед ибн Ахмет аль-Бируни родился в предместье города Кят, расположенного в низовьях Аму-Дарьи, тогдашней столицы Хорезмского государства. Кят в то время был центром ремесленного производства, крупным торговым и научным пунктом страны.

Происхождение Бируни не ясно, поскольку даже он сам в одном из своих стихотворений писал:

ТАИНСТВЕННАЯ СТРАНА АЛЬ-ДЖАБР

Не знаю я, по правде, своего родословия.
Ведь я не знаю по-настоящему своего деда,
Да и как мне знать деда, раз я не знаю отца...

Ясно лишь одно: он был выходец из средних слоев общества. Это, пожалуй, был единственный случай из средневекового прошлого, когда сын ремесленника стал великим ученым и одним из величайших мыслителей Средней Азии.

Попав совсем в детском возрасте в семью ибн Ирака[57], приютившего и воспитавшего, как родного сына, Бируни впитал многое от мудрого главы семьи и был ему благодарен всю свою жизнь. «Семья Ираков вскормила меня своим молоком», - писал он.

В самом первом сочинении «Хронология древних народов» (1000 г.) Аль-Бируни собрал и описал все известные в его время системы календаря, применявшиеся у различных народов мира.

В тридцатилетнем возрасте Бируни по приглашению Хорезмского шаха Мамуна занимает должность его советника и руководит созданной к тому времени академией в новой столице Хорезма – Гурпандже (развалины этого города находятся в нескольких километрах от Ургенча). Вокруг Бируни группируются блестящие ученые, приглашенные шахом Мамуном из разных стран. Звездой первой величины, несомненно, был бухарский ученый Авиценна, знаменитый естествоиспытатель, философ, врач и математик, и хорезмский математик аль-Хорезми, которого называют сейчас отцом алгебры.

Но не долго длилось благоденствие Хорезма: в 1017 году его завоевывает султан соседнего государства – Махмуд. Мамун был убит, страна разорена, Бируни, как пленного, отправляют в столицу победителей Газну (юго-восток Афганистана), а другие ученые бегут в соседние страны.

[57] **Абу Наср Мансур ибн Али ибн Ирак** (965-1036), арабский астроном и математик, учитель Бируни. Автор авторизованного перевода «*Альмагеста*» Птолемея, названного «Шахским Альмагестом», поскольку книга была посвящена шаху Хорезма. Ибн Ирак написал много астрономических и математических сочинений, дошедших до нас.

Авиценна (Ибн Сина)

(980-1037)

Полное имя Абу Али Хусейн ибн Абдаллах Ибн Сина аль Балкхи.

Персидский медик, астроном, логик, математик, философ, физик, теолог, поэт и музыкант. Его называют «Отцом медицины». Он автор около 450 книг по различным вопросам науки (около 240 дошли до нашего времени). Его самыми известными трудами являются медицинские энциклопедии своего времени – «*Книга врачевания*» и «*Канон медицины*».

Но и здесь яркий ум ученого вскоре был оценен по достоинству. Бируни участвовал в походах Махмуда в Индию, где прожил несколько лет. Совершенные в эти годы путешествия в Индию вылились в написание фундаментального труда «Разъяснение принадлежащих индийцам учений, приемлемых разумом или отвергаемых»

После смерти султана Махмуда трон занял его сын Масуд, «щедро одаривший ал-Бируни своими милостями». В эти годы ал-Бируни написал свой главный труд – «*Канон Масуда*», посвященный общему описанию картины мира. Понятно, что этот труд был назван в честь нового покровителя - султана Газны Масуда. В этой работе Бируни подвел итоги работ многочисленных предшественников, а также осветил и собственные результаты исследований.

Велики заслуги Бируни и в астрономии. Он был первым среднеазиатским ученым, высказавшим гипотезу о движении Земли вокруг Солнца еще за 6 веков до Коперника, Кеплера и Ньютона. К тому же он предполагал, что звезды – очень далекие от нас солнца. Он разработал тригонометрический метод измерения географических долгот, близкий к современным геодезическим методам.

Проводя наблюдения Солнца во время полных солнечных затмений, Бируни выдвинул гипотезы о структуре солнечной короны. Для наблюдения Солнца и планет им был построен первый неподвижный гигантский восьмиметровый квадрант. Этот астрономический инструмент был самым большим и самым лучшим на протяжении четырех веков.

Бируни принадлежит метод определения радиуса Земли при наблюдении линии горизонта с горы, высота которой над уровнем поверхности известна.

Владея арабским, персидским, греческим, сирийским языками, а также санскритом, Бируни способствовал выработке принципов перевода естественнонаучной терминологии с одного языка на другой.

В 1038 году аль-Бируни написал «*Книгу сводок для познания драгоценностей*», в которой определил удельный вес многих минералов и дал подробные сведения о полусотне руд, металлов и сплавов и др.

Известны также его трактаты «*Сферика*» и «*Хорды*», названия которых говорят сами за себя. Отметим, что Бируни принадлежит сведение задач о трисекции угла и удвоении куба к решению уравнения третьей степени.

Умение напряженно трудиться, приобретенное еще в юности, видимо, под влиянием Мансура ибн Ирака, он пронес через всю жизнь. За свою жизнь он написал около 150 научных трудов по философии, математике и астрономии, географии и геодезии, истории и этнографии, лингвистике и филологии, и даже минералогии... Тридцать его работ дошли до наших дней.

В конце своей жизни Бируни так оценил результаты своего многолетнего труда: «Я сделал то, что надлежит сделать всякому в своей сфере знаний – с признательностью воспринять труды предшественников, исправить их погрешности и увековечить то, что будет поучительным для тех, кто явится в этот мир позже».

О последних годах жизни Бируни известно немного: одиночество, старость, но, как всегда, напряженный труд... Всю жизнь у него не было семьи. Будучи, как сейчас бы сказали, крупным ученым-администратором («Президентом Академии наук»), он не имел своей научной школы. О себе он писал:

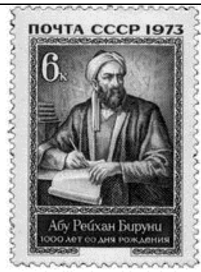
Все мои книги - дети мои,
А большинство людей очарованно
Своими детьми и стихами.

По легенде, умирал Бируни в полном сознании и, попрощавшись со всеми друзьями, спросил последнего: «Что ты толковал мне однажды о методах счёта неправедных прибылей?» «Как Вы можете думать об этом в таком состоянии?» — изумленно воскликнул тот. «Эх ты! — сказал Бируни еле слышно. — Я думаю, что покинуть сей мир, зная ответ на этот вопрос, лучше, чем уйти из него невеждой…»

Похоронен он в городе Газни на юге Афганистана.

* * *

В 1973 году народы мира отмечали 1000-летие со дня рождения Аль-Бируни. В различных странах мира были выпущены почтовые марки в его честь. Некоторые из них приведены ниже.

		
СССР	**Афганистан**	**Иран**
		
Египет	**Турция**	**Сирия**

Омар Хайям

(1048 - 1131)

Полное имя Хаким Гийяс эд-Дин Абу аль-Фатх Омар ибн Ибрагим Хайям Нишапури.

Великий таджикский и персидский поэт, философ, астроном, и математик, сделавший очень много для развития алгебры.

Широко известен своими четверостишьями рубайи, написанными на фарси и переведенными на многие языки мира.

Дату рождения Омара Хайяма удалось установить много позже его смерти по гороскопу Хайяма, составленному одним из его современников. В XI веке один индийский астроном определил совершенно точную дату рождения великого поэта и математика – 18 мая 1048 года. Эта оценка оказалась абсолютно точной, что подтвердили многократные последующие проверки. (Ничего не скажешь: средневековые астрологи неплохо владели картой звездного неба!)

Полное имя Омара Хайяма - Гияс ад-Дин Абу-л-Фатх Омар ибн Ибрахим Хайям Нишапури, в котором слово «хайям» буквально означает «палаточный мастер», от персидского слова «хайма» («палатка»). Кстати и старорусское слово «хамовник» (т.е. текстильщик) произошло оттуда же. Судя по всему, отец Омара был из рода ремесленников-ткачей.

Из полного имени Омара Хайяма видно также, что отца его звали Ибрахим, а «Нишапури» означало, что и по рождению, и по предкам он был из Нишапура[58].
Судя по всему, отец Омара был не из бедных, поскольку он смог дать сыну очень хорошее образование. Уже в восемь лет тот знал почти весь Коран на память, занимался математикой и астрономией. Десятилетним Омар изучал арабский язык, а через два года стал учеником медресе в Нишапуре, который был большим ярмарочным городом Средней Азии и одновременно одним из главных культурных центров Ирана. Уже в то время город славился своими первоклассными библиотеками и медресе – школами среднего и высшего типа. Можно сказать, что Нишапур тогда соперничал в сфере культуры и торговли с Багдадом и Каиром.

Затем Хайям учился в иранском городе Балхе и в среднеазиатском Самарканде. Он блестяще закончил курс по мусульманскому праву и медицине, получив квалификацию хакима, то есть врача. Но медицинская практика мало интересовала Омара, и он решил продолжить образование.

Еще учась в медресе, Хайям занялся проблемой извлечению корня любой целой степени из целого числа. Сам текст первого трактата Хайяма пропал, но по ссылкам на него современниками известно его название – «Проблемы арифметики».

Первым дошедшим до нас сочинением Хайяма является небольшой алгебраический трактат, рукопись которого хранится в библиотеке Тегеранского университета. Рукопись не имеет заглавия, однако указан автор. Не вполне ясно, где и когда был написан этот труд.

Во времена Хайяма ученые, не имевшие фактически никаких источников дохода, могли регулярно заниматься наукой только при дворе того или иного правителя. Как писал один из современников Хайяма: «Дабир (секретарь), поэт, астролог и врач, – суть ближние люди царя, и обойтись без них ему невозможно. На дабире – крепость правления, на поэте – слава правителя, на астрологе – благое устроение дел, а на враче – здоровье телесное».

---

[58] **Нишапур** – город в Иране в иранской провинции Хорасан; основан царем Шапуром I в III веке.

Считалось, что именно ученые-царедворцы во многом обеспечивают правителю прочность власти и ее великолепие. Правители века соперничали между собой в блеске своей свиты, переманивая друг у друга образованных царедворцев.

Первым покровителем Хайяма был главный судья города Самарканда. В этот период была написана основная часть алгебраического трактата «О доказательствах задач алгебры». Затем Хайям попал в Бухару к местному правителю, у которого пользовался особым покровительством и почетом: тот даже сажал имама Омара рядом с собой на свой трон.

В Бухаре в 1069 году Омар Хайям написал свою книгу под таким названием: «Трактат досточтимого мудреца Гийас ад-Дина Омара аль-Хаййами Ан-Наисабури, да освятит Аллах его драгоценную душу, о доказательствах задач ал-джебры и ал-мукабалы». Дату написания книги удалось восстановить именно потому, что в предисловии Хайям благодарил своего патрона.

В Бухаре же Омар Хайям начал и свою литературную деятельность.

Однако покровитель Хайяма вскоре потерял власть, оказавшись на положении вассала султана Малик-шаха, правившего огромной сельджукидской[59] державой, простиравшейся с запада на восток от Средиземного моря до границ Китая и с севера на юг от Кавказа до Персидского залива. У Хайяма появился новый хозяин – Малик-шах, который пригласил его в столицу султаната Исфахан к своему двору. Омар Хайям быстро вошел в ближайшую свиту султана, был его ближайшим советником и придворным астрологом. Слава Омара Хайяма как астролога-прорицателя, наделенного особым даром ясновидения, была очень велика.

С этого времени начался плодотворнейший двадцатилетний период научной деятельности Хайяма. Султан Малик-шах поручил Хайяму разработать новый персидский календарь. Для Омара Хайяма была сооружена современнейшая обсерватория, в которой в течение пяти лет он вместе с группой астрономов вел научные наблюдения. В результате ими был разработан новый календарь, отличавшийся исключительно высокой степенью точности. Этот

---

[59] **Сельджуки** – западно-турецкое племя, получившее свое название по имени главного вождя своей орды, Сельджука.

календарь, получил название «Маликшахово летосчисление» (кто платит, тот и заказывает музыку!).

В основу календаря был положен тридцатитрехлетний период, включавший восемь високосных годов; високосные годы следовали семь раз через четыре года и один раз через пять лет. Календарь, предложенный Омаром Хайямом, был на семь секунд точнее ныне действующего григорианского календаря. Это было замечательное достижение своего времени, которое так и осталось непревзойденным... Этот календарь стал официальным персидским календарем до реформы 1925 года.

Составил Хайям и карту звездного неба, которая, к сожалению, безвозвратно потеряна, и сохранились только ссылки в других сохранившихся источниках того времени.

Омар Хайям за несколько столетий до Николая Коперника высказал гипотезу, что не Вселенная крутится вокруг старушки-Земли, а наоборот: Земля вращается вокруг Солнца и вокруг своей оси, а звездный купол – неподвижен. Для доказательства своей смелой и казавшейся в то время всем просто дикой идеи, он смастерил вращающуюся платформу, поставил ее в центре круглого зала, а по стенам расставил зажженные свечи, имитирующие звезды.

В 1077 году Хайям заканчивает свой выдающийся математический труд «Трактат об истолковании темных положений у Евклида» («*Sharh ma ashkala min musadarat kitab Uqlidis*»), в котором рассматривает иррациональные числа как «вполне законные». В этой же книге Хайям пытается доказать пятый постулат Евклида, исходя из более очевидного его эквивалента. Эти опережающие время идеи проникли позже в Европу и существенно повлияли на первые шаги в развитии не-Евклидовой геометрии.

К 1080 году относится первый философский трактат Омара Хайяма – «*Трактат о бытии и долженствовании*», который был написан в ответ на письмо имама и судьи одной из провинций Ирана. Судья предлагал «царю философов Запада и Востока» объяснить, как он понимает мудрость аллаха в сотворении мира и человека и признает ли тот необходимость молитв. Это письмо имама возникло не просто так: Хайям был широко известен не только своими богохульными рубайи, но и прямыми антирелигиозными высказываниями.

Письмо вынуждало Омара Хайяма выступить с открытым признанием основных религиозных положений ислама (что же еще он мог сказать, живя в религиозном обществе?). В ответном трактате Омар Хайям, заявив себя учеником и последователем Авиценны, высказал свои суждения с философских позиций восточного аристотелианства. Признавая существование Бога как первопричины всего сущего, Хайям утверждал, однако, что конкретный порядок явлений – не результат божественной мудрости, а определяется законами природы. Философские взгляды Хайяма, которые категорически расходились с исламским догматизмом, были изложены в трактате языком недомолвок и иносказаний.

Однако, видимо, лишь протекция султана спасала вероотступника Омара Хайяма от «возмездия»: слишком много откровенных антирелигиозных строк содержали его так популярные в народе рубайи.

Вскоре Хайям написал еще одно философское сочинение – «Ответ на три вопроса».

Безоблачное существование при дворе султана неожиданно оборвалось:
Малик-шаха в конце 1092 года при невыясненных обстоятельствах скончался. Поговаривали о заговоре...Положение Омара Хайяма при дворе пошатнулось. Исфахан после смерти Малик-шаха вскоре потерял свое положение царской резиденции и главного научного центра, столица вновь была перенесена в Хорасан, в город Мерв.

К славе Хайяма как выдающегося математика и астронома прибавилась в эти годы крамольная слава вольнодумца и вероотступника. Из-за его философских взглядов, отношения Хайяма с высшим духовенством резко ухудшились.

Они приняли столь опасный для Омара Хайяма характер, что он вынужден был, в уже немолодые годы, совершить долгий и трудный путь паломничества в Мекку. Это был хадж не во имя веры, а только ради спасения своей жизни, которой угрожал фанатизм радикальных исламистов...

Вот что писал один из его современников:

> «*Когда же современники его очернили веру его и вывели наружу те тайны, которые он скрывал, он убоялся за свою кровь и, легонько схватив поводья своего языка и пера, совершил хадж по причине болезни, не по причине богобоязненности, и обнаружил тайны из тайн*

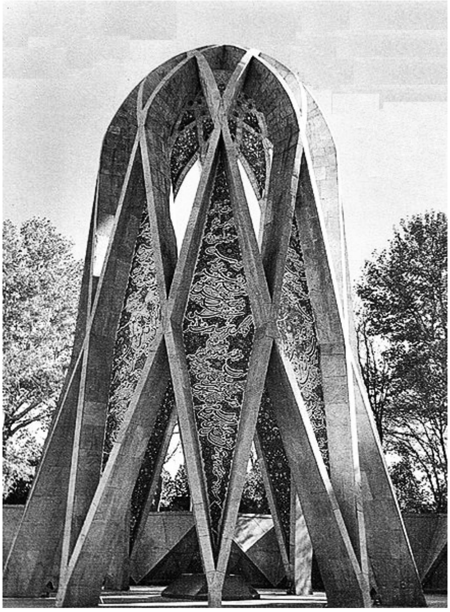
нечистых. Когда он прибыл в Багдад, поспешили к нему его единомышленники по части древней науки, но он преградил перед ними двери преграждением раскаявшегося, а не товарища по пиршеству. И вернулся он из хаджа своего в город, посещая утром и вечером места поклонения и скрывая тайны, которые неизбежно откроются...»

Про тот же период жизни Омара Хайяма один из его современников писал: «Не было ему равного в астрономии и философии, в этих областях его приводили в пословицу; о если бы дарована была ему способность избегать неповиновения богу!»

В какой-то момент Хайям возвращается в Нишапур, где он прожил до последних дней жизни, лишь по временам покидая его для посещения Бухары или Балха. Ему к тому времени было, по-видимому, более 70 лет.

О позднем периоде жизни Омара Хайяма известно также мало, как и о его юности.

Могила Хайяма находится в Нишапуре около мечети памяти имама Махрука. Ныне над могилой Омара Хайяма в Нишапуре возвышается величественный надгробный памятник – одно из лучших мемориальных сооружений в современном Иране.



Гробница Омара Хайяма в Нишапуре.

ТАИНСТВЕННАЯ СТРАНА АЛЬ-ДЖАБР

Говоря об Омаре Хайяме как о замечательном ученом, никак нельзя забывать его богатейшего литературного наследства, которое дошло до нас. Его замечательные четверостишья-рубайи очаровывают совершенством формы и удивительной музыкальностью и богатством образов. Каждое его четверостишие– это завершенная литературная миниатюра, микропоэма.

В Европе поэзия Омара Хайяма стала известна лишь в 1859 году, когда впервые Фицджеральдом[60] были опубликованы переводы его 75 четверостиший. После этого поэзия Омара Хайяма буквально захлестнула мир, а его «*Рубайят*» занял видное место в мировой литературе.

Бытует мнение, что Хайям писал свои рубайи, заполняя время между научными изысканиями. Но ведь именно это и поражает больше всего в личности Омара Хайяма: он был одновременно и талантливейшим ученым и талантливейшим поэтом! И эти две его творческие грани неразделимы.

Переводом рубаи Омара Хайяма на русский язык занимались десятки квалифицированых переводчиков: Р. Алиев, К. Арсенева, К. Бальмонт, Ц. Бану, С. Ботвинник, В. Величко, К. Герра, В. Голубов, Н. Гребнев, А. Грузинский, В. Державин, В. Зайцев, Т. Зульфикаров, И. Ильин, В. Кафаров, С. Кашеваров, Л. Козловский, Н. Кононов, Я. Козловский, Ф. Корш, А. Кушнер, Т. Лебединский, Н. Леонтьев, С. Липкин, В. Мазуркевич, Х. Манувахов, Б. Маршак, В. Микрюков, И. Налбандян, А. Наумов, Л. Некора, Л. Озеров, М.-Н. Османов, Л. Пеньковский, Г. Плисецкий, П. Порфиров, В. Рафальский, О. Румер, С. Северцев, Д. Седых, М. Сельвинский, Г. Семенов, Т. Спендиарова, А. Старостин, Н. Стрижков, В. Тардов, Н. Тенигина, И. Тхоржевский, А. Умов, Я. Часова, А. Щербаков. А. Янов...

Впечатляющий список, неправда ли? Хотя, большинство из нас, наверняка, не знает никого кроме Константина Бальмонта[61]!

---

[60] **Эдвард Малборо Фицджеральд** (1809-1883), английский поэт и переводчик. Изучив персидский перевел рубайи Омара Хайяма. В наши дни этот перевод считается шедевром английской поэзии XIX столетия.

[61] **Константин Дмитриевич Бальмонт** (1867-1942), поэт-символист, переводчик, эссеист, один из виднейших представителей русской поэзии Серебряного века.

Находим ли мы в переводах самого Хайяма? Конечно, поэзия при переводе всегда авторизуется: меняется ритмика, меняется словарь, искажается изначальный смысл, но тем не менее, главное остается. Вот сравните, например:

Переводчик Л. Некора.	**Переводчик Г. Плисецкий.**
Вхожу в мечеть смиренно с поникшей головой. Как будто для молитвы. Но замысел – иной. Здесь коврик незаметно стащил я в прошлый раз, А он уж поистерся. Хочу стянуть другой!	Я в мечеть не за праведным словом пришел, Не стремясь приобщиться к основам пришел. В прошлый раз утащил я молитвенный коврик, Он истерся до дыр – я за новым пришел.
Переводчик В. Державин	**Переводчик И. Тхоржевский.**
Вхожу я под купол мечети суровый, Воистину – не для намаза святого Здесь коврик украл я... Но он обветшал, И в доме молитвы явился я снова.	Вхожу в мечеть. Час поздний и глухой. Не в жажде чуда я и не с мольбой: Отсюда коврик я стянул когда-то, А он истерся; надо бы другой!

Все разное и в то же время все довольно близкое... А что лучше? Да это уж кому что нравится!..

А теперь позвольте предложить небольшую выборку рубайи Омара Хайяма.

<u>Выхватки из «Рубайята» Омара Хайяма</u>
(Рубрикация и подборка Луки Умищева)

Я для знаний воздвиг сокровенный чертог,
Мало тайн,
что мой разум постигнуть не смог.
Только знаю одно: ничего я не знаю!
Вот моих размышлений последний итог.

О собратьях-ученых	
Общаясь с дураком, не оберешься срама, Поэтому совет ты выслушай Хайяма: Яд, мудрецом тебе предложенный, прими, Из рук же дурака не принимай бальзама.	О мудрец! Если тот или этот дурак Называет рассветом полуночный мрак, - Притворись дураком и не спорь с дураками. Каждый, кто не дурак, - вольнодумец и враг!
Тот, кто следует разуму, - доит быка, Умник будет в убытке наверняка! В наше время доходней валять дурака, Ибо разум сегодня в цене чеснока.	Ученью не один мы посвятили год, Потом других учить пришел и нам черед. Какие ж выводы из этой всей науки? Из праха мы пришли, нас ветер унесет.
Тот, кто с юности верует в собственный ум, Стал, в погоне за истиной, сух и угрюм. Притязающий с детства на знание жизни, Виноградом не став, превратился в изюм.	Подвижники изнемогли от дум. А тайны те же душат мудрый ум. Нам, неучам, - сок винограда свежий; А им, великим, - высохший изюм.
Даже самые светлые в мире умы Не смогли разогнать окружающей тьмы. Рассказали нам несколько сказочек на ночь И отправились, мудрые, спать, как и мы.	Ты все пытаешься проникнуть в тайны света, В загадку бытия... К чему, мой друг, все это? Ночей и дней часы беспечно проводи, Ведь все устроено без твоего совета.
От земной глубины до далеких планет Мирозданья загадкам нашел я ответ. Все узлы развязал, все оковы разрушил, Узел смерти одной не распутал я, нет!	Дураки мудрецом почитают меня, Видит бог: я не тот, кем считают меня, О себе и о мире я знаю не больше Тех глупцов, что усердно читают меня.

Я - школяр в этом лучшем из лучших миров. Труд мой тяжек: учитель уж больно суров! До седин я у жизни хожу в подмастерьях, Все еще не зачислен в разряд мастеров...	Я для знаний воздвиг сокровенный чертог, Мало тайн, что мой разум постигнуть не смог. Только знаю одно: ничего я не знаю! Вот моих размышлений последний итог.

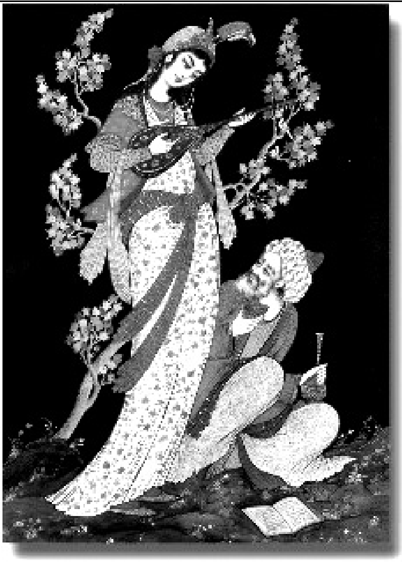
Житейские премудрости	
В этом мире глупцов, подлецов, торгашей Уши, мудрый, заткни, рот надежно зашей, Веки плотно зажмурь – хоть немного подумай О сохранности глаз, языка и ушей!	О, если б каждый день иметь краюху хлеба, Над головою кров и скромный угол, где бы Ничьим владыкою, ничьим рабом не быть! Тогда благословить за счастье можно б небо.
Чем за общее счастье без толку страдать Лучше счастье кому-нибудь близкому дать. Лучше друга к себе привязать добротою, Чем от пут человечество освобождать.	Знает твердо мудрец: не бывает чудес, Он не спорит – там семь или восемь небес. Раз пылающий разум навеки погаснет, Не равно ль – муравей или волк тебя съест?
	Я знаю этот вид напыщенных ослов: Пусты, как барабан, а сколько громких слов! Они - рабы имен. Составь себе лишь имя, И ползать пред тобой любой из них готов.

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td>Чтоб мудро жизнь прожить,
знать надобно немало.
Два важных правила
запомни для начала:
Ты лучше голодай,
чем что попало есть,
И лучше будь один,
чем вместе с кем попало.</td></tr>
<tr><td>Если есть у тебя
для житья закуток -
В наше подлое время –
и хлеба кусок,
Если ты никому не слуга,
не хозяин -
Счастлив ты
и воистину духом высок.</td></tr>
<tr><td>В этом мире
не вырастет правды побег
Справедливость –
не правила миром вовек.
Не считай, что изменишь
течение жизни.
За подрубленный сук
не держись, человек!</td><td>Чтоб угодить судьбе,
глушить полезно ропот.
Чтоб людям угодить,
полезен льстивый шепот.
Пытался часто я
лукавить и хитрить,
Но всякий раз судьба
мой посрамляла опыт.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">О смысле жизни</td></tr>
<tr><td>Откуда мы пришли?
Куда свой путь вершим?
В чем нашей жизни смысл?
Он нам непостижим.
Как много чистых душ
под колесом лазурным
Сгорает в пепел, в прах,
а где, скажите, дым?</td><td></td></tr>
</table>

Будь жизнь тебе
хоть в триста лет дана
Но все равно она обречена,
Будь ты халиф
или базарный нищий,
В конечном счете – всем одна цена.

Даже самые светлые в мире умы
Не смогли разогнать
окружающей тьмы.
Рассказали нам несколько
сказочек на ночь
И отправились, мудрые,
спать, как и мы.



Приход наш и уход загадочны,
- их цели
Все мудрецы земли
осмыслить не сумели,
Где круга этого начало, где конец,
Откуда мы пришли,
куда уйдем отселе?

Океан, состоящий из капель,
велик.
Из пылинок слагается материк.
Твой приход и уход –
не имеют значенья.
Просто муха в окно
залетела на миг...

Был ли в самом начале
у мира исток?
Вот загадка, которую задал нам бог,
Мудрецы толковали о ней,
как хотели, -
Ни один
разгадать ее толком не смог.

От страха смерти я, -
поверьте мне, - далёк:
Страшнее жизни,
что мне приготовил рок?
Я душу получил
на подержанье только
И возвращу её,
когда наступит срок.

Богоборческие	
Где теперь эти люди мудрейшие нашей земли? Тайной нити в основе творенья они не нашли. Как они суесловили много о сущности бога, - Весь свой век бородами трясли – и бесследно ушли.	О небо, я твоим вращением утомлен, К тебе без отклика возносится мой стон. Невежд и дурней лишь ты милуешь, - так знай же: Не так уже я мудр, не так уж просвещен.
Удивленья достойны поступки творца! Переполнены горечью наши сердца, Мы уходим из этого мира, не зная Ни начала, ни смысла его, ни конца.	Ты к людям милосерд? Да нет же, непохоже! Изгнал ты грешника из рая отчего же? Заслуга велика ль послушного простить? Прости ослушника, о милосердный боже!
Дух рабства кроется в кумирне и каабе, Трезвон колоколов – язык смиренья рабий, И рабства подлая печать равно лежит На четках и кресте, на церкви и михрабе.	Не правда ль странно? Сколько до сих пор Ушло людей в неведомый простор, А ни один оттуда не вернулся! Все б рассказал – и кончен был бы спор.
Если мельницу, баню, роскошный дворец Получает в подарок дурак и подлец, А достойный идет в кабалу из-за хлеба - Мне плевать на твою справедливость, творец!	

Рубайи
в контрастном переводе Луки Умищева

Классический перевод		**Перевод Луки Умищева**
От стрел, что мечет смерть, нам не найти щита: И с нищим, и с царем она равно крута. Чтоб с наслажденьем жить, живи для наслажденья, Все прочее – поверь! – одна лишь суета.	→	От стрел, что мечет смерть, нам не найти щита: И с нищим, и с царем она равно крута. Чтоб мудро жить – учись и с наслажденьем . Все прочее – поверь! – одна лишь суета.
	☼☼☼	
Вы говорите мне: "За гробом ты найдешь Вино и сладкий мед. Кавсер и гурий". Что ж, Тем лучше. Но сейчас мне кубок поднесите: Дороже тысячи в кредит – наличный грош.	→	Вы говорите мне: "За гробом ты найдешь Свет мудрости и истину. Ну, что ж, Тем лучше. Но сейчас мне знанья подарите: Дороже тысячи в кредит – наличный грош.
	☼☼☼	
Оригинал отсутствует		Ведь Аллахом подарена нам голова Не за тем, чтоб жевалась хурма да халва, А чтоб больше познать и учиться всю жизнь, Вот тогда воздадутся и честь, и хвала.
	☼☼☼	
Ученью не один мы посвятили год, Потом других учить пришел и нам черед. Какие ж выводы из этой всей науки? Из праха мы пришли, нас ветер унесет.	→	Ученью не один мы посвятили год, Потом других учить пришел и нам черед. О, ты благословенный храм науки! К тебе тропа народная не зарастет!

☼☼☼		
Сей пир, в котором ты живешь, - мираж, не боле, Так стоит ли роптать и жаждать лучшей доли? С мученьем примирись и с роком не воюй: Начертанное им стереть мы в силах, что ли?	→	Сей мир, в котором ты живешь, - мираж, не боле, Так стоит ли стремиться к лучшей доле? Да стоит! Посему учись, мой друг, поскольку Ведь все ж лучше умным быть мирской юдоли.
		☼☼☼
Оригинал отсутствует		Дураком и дурак скоротает свой век, Умным должен стремиться стать человек. Посему призываю – учись, не ленись И семье заработаешь ты на чурек.
		☼☼☼
Увы, от мудрости нет в нашей жизни прока, И только круглые глупцы – любимцы рока. Чтоб ласковей ко мне был рок, подай сюда Кувшин мутящего нам ум хмельного сока.		Увы, от мудрости нет в нашей жизни прока, И только круглые глупцы – любимцы рока. И все ж учись, грызи гранит наук: Чем быть глупцом, нет большего порока.

Джероламо Кардано

(1501-1576)

Кардано был великим человеком при всех его недостатках; без них он был бы совершенством.

Готфрид Лейбниц

Посредственная ученость вкупе с превосходным суждением гораздо полезнее, чем посредственное суждение с величайшей ученостью.

Джероламо Кардано

Итальянский математик, механик, астролог, философ и медик. Занимался сначала исключительно медициной, и достиг успеха и славы. Затем был профессором математики. Внёс значительный вклад в развитие алгебры. Изобрел карданный подвес.

Джероламо родился в городе Павия итальянской провинции Ломбардия. Он был побочным сыном Фацио Кардано, известного адвоката, который был весьма сведущ в математике и, помимо своей адвокатской практики, преподавал геометрию в университетах Милана и Павии.

Страстный любитель математики, Фацио Кардано собрал богатую библиотеку с сочинениями античных ученых (в частности, Евклида, которого он особенно чтил). Эта библиотека, как и научная атмосфера в доме, привлекла Леонардо да Винчи, который сдружился с хозяином. Известно, что Леонардо с увлечением читал опубликованный Фацио «*Трактат о перспективе*».

Когда Фацио было уже за пятьдесят, он увлекся молодой вдовой, Киарой Мирией, у которой уже было к тому времени трое детей. Киара вскоре оказалась «в интересном положении», а когда ей пришло время рожать, в Милане разразилась эпидемия чумы. Обеспокоенный Фазио отослал ее в небольшой ломбардский городишко к своему хорошему другу, где Киара и родила Джероламо. Там она узнала, что старшие ее дети умерли от чумы... Долгое время Киара и Фацио жили вдали друг от друга, хотя Джероламо жил и воспитывался в семье отца: в те времена побочные дети часто жили в семьях своих отцов, воспитываясь вместе с законными детьми. Спустя несколько лет Киара и Фацио смогли официально пожениться, хотя у Джероламо так и сохранился статус незаконнорожденного.

Свое начальное образование Джероламо получил от своего отца, который хотел, чтобы тот пошел по его стопам. Затем отец отправил его в университет Павии, в котором сам преподавал. Однако, сын выбрал иную стезю: он решил посвятить себя медицине.

Вскоре началась война, университет Падуи был закрыт, поэтому Джероламо перешел в университет Падуи, где получив некоторую толику денег от отца, начал самостоятельную жизнь. Надеясь на свою фортуну, он начал играть в карты, кости и даже шахматы на деньги. Но фортуна и с ним не изменила своего нрава, повернувшись к нему задом... Азартные игры съедали его время и деньги и даже серьезно подмочили его репутацию – ведь игроки никогда не было в чести у общества. Как говорится, с кем поведешься, от того и наберешься: однажды Джероламо, будучи откровенно обманут карточным шарлатаном, полоснул того ножом...

Тем не менее, азартные игры не сломали Джероламо жизнь: в 1525 году он получил диплом врача и подал документы в Коллегию врачей в Милане, где в то время проживала его мать. Администрация Коллегии отказала ему, несмотря на его несомненные способности: за ним тянулась слава трудного человека, бескомпромиссного и даже грубого в отстаивании своей точки зрения. Однако просто так ему отказать не могли, а потому придрались к тому, что он был незаконным сыном Фацио... Ну, что ж, лев всегда прав (хотя тот кто прав – не всегда лев ☺).

По совету одного из своих друзей, Кардано развернул небольшую медицинскую практику в одной деревеньке близ Падуи. В конце 1531 он женился на дочери местного капитана полиции. Поскольку медицинская практика не приносила необходимых средств для содержания семьи, он о сменил место, переехав ближе к Милану. Кардано опять пытался вступить в Коллегию врачей Милана, но опять получил отказ. Не будучи в праве вести медицинскую практику, он опять ударился в азартные игры, но его фортуна и на этот раз не изменила своей позиции.... Кардано даже оказался в доме для бедных.

Наконец, ему удалось получить место лектора по математике в Пьятти Фонде – пост, который занимал до того его отец, Фацио. Эта новая позиция не только дала приемлемые деньги, но и позволила ему в свободное время заняться медицинской практикой, несмотря на то, что он так и не был принят в Коллегию врачей Милана. На медицинском поприще он оказался более, чем успешным, вылечив несколько считавшихся неизлечимыми болезней, и его репутация резко возросла. Даже члены Коллегии врачей приходили к нему за консультациям, а его богатые клиенты выказывали ему всяческое внимание.

Естественно, Кардано был взбешен – и не без оснований – формальной позицией Коллегии врачей Милана, не желавшей принять его в свои ряды. Он публикует в 1536 году книгу, в которой яростно атакует недееспособность Коллегии и несостоятельность ее Устава, но несмотря на это (а возможно, именно из-за этого) он опять был отвергнут администрацией Комиссии в 1537 году. Однако под влиянием своих могущественных протеже он, в конце концов, достиг своего: Устав Коллегии врачей Милана в 1539 году был изменен, из него было исключено положение о незаконных детях, и Кардано, наконец-то, стал ее полноправным членом.

С этого времени Кардано начал свою бурную писательскую карьеру, он писал на самые разнообразные темы, охватывашщие математику, медицину, философию и теологию.

С 1534 года он стал профессором математики в Милане и Болонье, продолжая заниматься врачеванием для увеличения своих скромных доходов от преподавания. Однако занятия медициной не поглощали Кардано полностью. В свободное время он составлял гороскопы (его услугами как астролога пользовался сам папа Римский), занимался толкованием снов. Интересно, что он использовал своеобразное тестирование своего метода составления гороскопов: он составлял гороскопы для умерших людей, судьба которых была уже известна, например, Христа, Петрарки[62], Дюрера[63].

Кстати, сам он безгранично верил в астрологию. Более того, по ходившему преданию он умер, якобы заморив себя голодом, за два дня до предсказанной самим собой даты своей кончины! Чего в этом больше: самовнушения – а Кардано был, видимо, неплохим экстрасенсом – или же желания даже смертью своей доказать свою правоту?

Известно, что Кардано был весьма суеверен, верил в чудеса и в нечистую силу, верил в предсказания. Он, например, описывал, как он «видел» пораженные болезнью органы у своих пациентов или видел «печать смерти» на лице знакомых.

Кардано уделял огромное внимание своим собственным сновидениям и даже вел специальный дневник, в который записывал свои сны. (По этим записям современные психиатры даже пытаются восстановить заболевания самого Кардано.)

К 1539 году Кардано заканчивает свою первую математическую книгу «*Практика общей арифметики*» (*Ars magna arithmeticae*), которая была призвана заменить популярнейшую в те времена книгу Лука Пачоли.

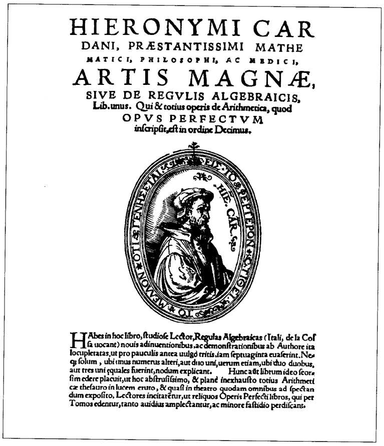
Фра Лука Бартоломео де Пачоли
(1445 - 1517)
Итальянский монах, математик, друг и учитель Леонардо да Винчи. Автор знаменитых трактатов, «*Божественная пропорция*» и «*Сумма арифметики, геометрии, дробей, пропорций и пропорциональности*».
Подробнее см. главу «Пантеон» книги 3.

---

[62] **Франческо Петрарка** (1304 - 1374), итальянский поэт, один из величайших деятелей итальянского Ренессанса.

[63] **Альбрехт Дюрер** (1471 - 1528), немецкий живописец и график, один из величайших мастеров западноевропейского искусства Ренессанса.

В книгу он включил и метод решения кубических уравнений, отдав должное Тарталье, как творцу метода. Тем не менее, эта публикация повлекла за собой длительную и пренеприятную для обоих тяжбу[64]...


HIERONYMI CAR
DANI, PRÆSTANTISSIMI MATHE
MATICI, PHILOSOPHI, AC MEDICI,
ARTIS MAGNÆ,
SIVE DE REGVLIS ALGEBRAICIS,
Lib. unus. Qui & totius operis de Arithmetica, quod
OPVS PERFECTVM
inscripsit, est in ordine Decimus.

Habes in hoc libro, studiose Lector, Regulas Algebraicas (Itali, de la Cossa uocant) nouis adinuentionibus, ac demonstrationibus ab Authore ita locupletatas, ut pro pauculis antea uulgò tritis, iam septuaginta euaserint. Neque solum, ubi unus numerus alteri, aut duo uni, uerum etiam, ubi duo duobus, aut tres uni æquales fuerint, nodum explicant. Hunc aût librum ideo seorsim edere placuit, ut hoc abstrusissimo, & planè inexhausto totius Arithmeticæ thesauro in lucem eruto, & quasi in theatro quodam omnibus ad spectandum exposito, Lectores incitarētur, ut reliquos Operis Perfecti libros, qui per Tomos edentur, tanto auidius amplectantur, ac minore fastidio perdiscant.

Титульный лист книги Кардано.

В 1540 году Кардано покидает свою позицию в Фонде Пьятти, оставив ее своему блестящему ученику Луиджи Феррари, нашедшему метод решения уравнений четвертой степени.

С 1540 по 1542 год Кардано опять, забросив науку, погрузился в мир азартных игр. Он писал потом об этом времени: «Мне трудно сказать сколько вреда шахматы принесли в мою жизнь...» и «Еще большим злом оказалась для меня игра в кости...»

Ради справедливости следует заметить, что даже эта многолетняя пагубная страсть привела к научным последствиям: «побочным» продуктом этой страсти к азартным играм стала его «*Книгу об игре в кости*» (*Liber de ludo alea*), содержащая начала теории вероятностей, включая предварительную формулировку закона больших чисел и некоторые вопросы комбинаторики. Написана она была еще в 1526 году, но напечатана лишь в 1563.

В 1546 году умерла жена Кардано, как раз в то время, когда он купался в лучах славы: книги его пользовались неизменным успехом, он стал ректором Коллегии врачей, а его слава целителя облетела всю Европу. Он получил несколько предложений занять должность королевского медика из нескольких стран, но лишь однажды выехал (за существенный гонорар) по просьбе Шотландского Архиепископа , который многие годы страдал удушающей аст-

64 Детально эта история описана в Гл.1, раздел 1.4 данной части.

мой и которому не смогли помочь врачеватели французского и германского королей.

Кардано прибыл в Эдинбург в конце июня месяца. Когда он через пару месяцев покидал страну, архиепископ был совершенно здоров.

Вернувшись в Италию, Кардано получил позицию профессора медицины в университете Павии. Он стал богатым и весьма преуспевающим человеком. Но и на этот раз судьба была безжалостна к нему: его старший сын, Джамбатиста, которого он очень любил, совершил тяжелое злодеяние – он умертвил свою жену...

История была похожа на плохой роман. Сначала Джамбатиста тайно женился на молоденькой женщине. Когда ее родители узнали об этом, то они, «разгневавшись», начали качать из того деньги, зная, что папенька не бросит своего сына. Это тянулось несколько лет. В довершение ко всему, жена Джамбатиста на людях потешалась над мужем, дразня его тем, что она прижила своих троих детей на стороне, наставив мужу рога.

Закончилась история весьма печально: он отравил свою жену, был арестован, будучи под подозрением, а затем полностью признал свою вину. Кардано нанял лучших адвокатов, но все было напрасно: в апреле 1560 года Джамбатиста был казнен...

Кардано был вынужден уехать из Павии, где его открыто начали ненавидеть как отца убийцы... Он переехал в Болонью, где получил должность профессора медицины в местном университете. Жизнь в Болонье оказалась весьма нелегкой для Кардано: из-за своего высокомерия он нажил много врагов. Буквально через несколько месяцев его коллеги пытались добиться его отстранения от преподавания, распуская слухи, что его лекции не пользуются успехом и их практически никто не посещает.

В довершение всего, в 1570 году был он обвинен инквизицией в ереси: он составил и распространил среди коллег гороскоп Иисуса Христа. К тому же он написал книгу, восхвалявшую Нерона[65], который христианской церковью всегда проклинался как го-

[65] **Тиберий Клавдий Нерон** (37- 68), римский император. В 64 году значительная часть Рима сгорела в пожаре, по молве организованном Нероном. Он назвал поджигателями христиан, подвергнув из суровым гонени-

нитель истинно верующих. Святая Инквизиция как раз искала повод устроить показательную «охоту за ведьмами», а случай подвернулся уникальный – кто лучше знаменитого Кардано мог бы привлечь внимание христианских прихожан?

Он был арестован и посажен в тюрьму. На 43-й день Кардано объявил, что начинает голодовку . Кстати, это была первая в истории политическая голодовка. О своем решении он сообщил письмом кардиналу: «Я больше ничего не ем, потому что, принимая пищу, наполняюсь силой и гневом. Голодая, обрекаю себя на смерть, а значит, убиваю зло». На счастье заключенного на папский престол взошел новый папа – Григорий XIII, с которым в юные годы Кардано дружил, учась с ним в университете. Папа заявил, что следует поощрять «мятежные умы, способные здраво смотреть на действительность». (По всей видимости, это правило распространялось только на друзей Папы Римского.) Но даже и при столь серьезной поддержке, при выходе из тюрьмы Кардано жил под постоянным надсмотром инквизиции.

Тем не менее, немедленно после освобождения, Кардано поехал в Рим, где ему был оказан теплый прием: он был тут же принят в Римскую Коллегию врачей, а Папа Римский даровал ему пенсию.

В последние годы своей жизни Кардано усыновил внука своего казненного сына, когда умерла мать мальчика. Своему внуку Кардано завещал все свое наследство.

В конце своей жизни Кардано написал книгу «*De vita propria*» («*Книга моей жизни*»), которая считается одной из лучших автобиографией в европейской литературе. Он практически пренебрег своими математическими результатами, посвятив книгу в основном своим работам в медицине. Он написал, что дал описание около пяти тысяч различных серьезных болезней, а за время своей практики излечил около сорока тысяч больных. (Если прикинуть, то за свои 75 лет он занимался медицинской практикой не более 40 лет, то он излечивал, по его словам, по 1000 человек в год.)

Он упомянул, что у него было всего три ошибки при лечении за все время. Возможно, в чем-то здесь усматриваются преуве-

---

ям. При нем многие христиане погибли на аренах, будучи отданными на растерзание львам. Ранние христиане объявили Нерона антихристом.

личения, однако слава Кардано как врача-исцелителя была несомненна. Нужно сказать, что он и сам понимал свою значимость, сравнивая себя с Гиппократом[66], Галеном[67] и Авиценной.

Про себя он написал: «Желание увековечить свое имя возникло во мне столь же рано, сколь поздно я оказался в состоянии выполнить свое намерение... ожидая чего-то от будущего, мы презираем настоящее».

* * *

Область научных интересов Кардано была чрезвычайно широка:

- научное обоснование невозможности создания вечного двигателя – вожделенной мечты многих изобретателей позднего средневековья;
- изучение расширения водяного пара;
- обоснование возникшую еще в III веке до н. э. теории морских приливов и отливов, определяемых воздействием Луны и Солнца;
- формулировка различия между магнитным и электрическим притяжениями.

В дополнение к его важным достижениям в алгебре, он сделал большой вклад в механику и геологию, а его вклад в развитие теории вероятностей, которая в то время была еще *terra incognito*, нельзя переоценить.

Книга Кардано «*О тонких материях*» служила популярным учебником по статике и гидростатике в течение всего XVII века.

Кардано занимался и конструированием практических механизмов. Когда в 1541 году испанский король Карл V триумфально вошел в завоеванный Милан, ректору Коллегии врачей города, Джероламо Кардано, была оказана высокая честь – он шел рядом с экипажем короля. В ответ на этот жест короля он предложил снабдить королевский экипаж подвеской из двух валов, которые позволят карете сохранять горизонтальное положение при движении по

---

[66] **Гиппократ из Кос (**460 - 377 до н. э.), древнегреческий врач, «отец медицины», которая после него выделилась из философии в отдельную науку. Не путать с античным геометром Гиппократом с острова Хиоса, жившим немного позднее.

[67] **Клавдий Гален** (131- 200) , один из величайших античных врачевателей. Создал около 300 трудов по философии, медицине и фармакологии.

ухабистой дороге. Эта идея Кардано реализована ныне во всех автомобилях и в разговорном языке называется просто «карданом» (или в технических терминах – карданным подвесом, карданным валом, карданным сочленением). Справедливости ради заметим, что в «*Атлантическом кодексе*» Леонардо да Винчи имеется рисунок судового компаса с подвесом типа карданного. Такие компасы получили распространение в Европе в первой половине XVI века.

Кардано также опубликовал два тома энциклопедии по естественным наукам, в которых «было понемножку обо всем: от космологии до конструкции повозок, от полезности наук до влияния демонов на жизнь, от законов механики до криптологии», как писал один из историков.

Кардано написал огромное число книг, часть из которых была напечатана, часть осталась в рукописи, а часть была уничтожена им в Риме в ожидании ареста. Только описание книг составило объемистую книгу «*О собственных сочинениях*». Книги Кардано по философии и этике были популярны многие годы. Книга «*Об утешении*» была переведена на английский язык и, как пишут шекспироведы, оказала определенное влияние на Уильяма Шекспира[68].

Избранные афоризмы из «Семи сегментов» Кардано

- Не говорите с другими людьми о вас самих, о ваших детях, о вашей жене.
- Не выбирайте себе в попутчики незнакомых людей.
- Если вы разговариваете с нечестным человеком, смотрите ему не в лицо, а на руки.
- Источников искусства три: разум, восприятие и опыт…
- Посредственная ученость вкупе с превосходным суждением гораздо полезнее, чем посредственное суждение с величайшей ученостью.
- Тот, у кого слишком велико самомнение, будет склонен впасть во многие ошибки в своем суждении, однако, с другой стороны, тот, кто слишком неуверен в себе, не пригоден для науки.
- Тот, кто утверждает вещи, которые никогда не могут быть доказаны на опыте, является честолюбивым обманщиком, но так всегда случается, что те, кто наиболее невежественны в искусстве, получают удовольствие похваляясь исполнением вещей трудных или удивительных.

---

[68] **Уильям Шекспир** (1564 -1616), величайший английский драматург, поэт и актёр. Автор 17 комедий, 10 исторических пьес и 11 трагедий.

Пьер де Ферма

(1601-1655)

Французский математик, внесший большой вклад в аналитическую геометрию, теорию чисел и математический анализ.

С именем Ферма связана его замечательная Великая теорема Ферма.

Идеи и открытия Ферма в области теории чисел оказали колоссальное влияние на последующие поколения математиков.

Пьер Ферма родился в городе Бомон-де-Ломань на юго-западе Франции. Его отец был состоятельным человеком, который смог дать сыну хорошее образование сначала в монастырской школе, а затем в университете Тулузы. Затем уже в Бордо он получил диплом юриста.

По окончании университета Пьер под нажимом отца поступил на гражданскую службу и уже в возрасте 30 лет был назначен советником нижней палаты парламента Тулузы, еще через семь лет – верхней палаты, пока, наконец, в 1652 году не был повышен до высшего ранга судьи криминального суда.

Ферма быстро продвигался по ступеням служебной лестницы и вошел в круг знати, о чем свидетельствует небольшая частица «де», появившаяся перед его именем: Пьер де Ферма.

В 1652 году в Европе разразилась эпидемия чумы, которая коснулась и Пьера Ферма: он с трудом выкарабкался из ужасной болезни. О его гибели от чумы даже появилось ложное сообщение.

Ферма был безукоризненный исполнитель, но политические амбиции были ему чужды: он все время оставался в стороне от парламентских интриг. Всю свою энергию, не растраченную на службе, он отдавал математике. По существу, он был истинным ученым-любителем, хотя, как о нем писали, Ферма как математик «был настолько велик, что должен считаться профессионалом». Впрочем, что такое профессионал? Это тот, кто за свою профессию получает деньги. А в этом случае, велика ли честь числиться «профессионалом»?

В начале XVII века Европа только-только стала выходить из тьмы Средневековья, а посему и отношение к людям науки было достаточно неуважительным. Многие из них должны были, как и Ферма, добывать свой хлеб насущный «на стороне». К трудностям Ферма-математика можно отнести также и то, что он был фактически изолирован даже от того небольшого существовавшего тогда математического сообщества, неформально возглавлявшегося Паскалем.

В 1636 году один из коллег Ферма по парламенту был приглашен на службу королевского библиотекаря. В библиотеке собирался семинар ученых, который стал посещать и Ферма. На одном из семинаров он встретился с Мерсенном[69], который заинтересовался его работами о падающих телах, между учеными завязалась переписка.

Так по иронии судьбы произошло появление Ферма в сообществе французских ученых – ведь он никогда всерьез не интересовался физикой, он больше интересовался геометрическими теоремами безо всякого отношения их к реальному миру.

---

[69] **Марен Мерсенн** (1588-1648), французский монах, известный своими научными достижениями в области теории чисел. Он же первый измерил скорость звука в атмосфере, за что его называют «отцом акустики».

Первые два письма Ферма Мерсенну содержали две проблемы, связанные с максимумом функций. Ферма просил Мерсенна показать его работы парижским математикам. Проблемы не содержали доказательств – это был обычный стиль Ферма: он как бы бросал вызов «попробовать на зубок» те проблемы, решение которых он уже знал. Возможно, он не желал тратить время на скучные детальные доказательства, однако его коллеги нередко считали, что Ферма просто насмехается над ними.

Мерсенн и Роберваль[70] нашли обе проблемы Ферма очень трудными и не поддающимися решению известными тогда методами. Они попросили Ферма раскрыть свой метод решения, и он прислал в Париж свою заметку «Метод определения максимума кривых и касательных к ним» со своими алгебраическими изысканиями по вопросу. Это сразу же поставило его на одно из первых мест в тогдашнем математическом мире.

Ферма упрямо противился публикации своих работ. Однажды, когда Паскаль, с которым Ферма был одно время в бурной переписке, стал буквально настаивать на публикации некоторых из его работ, тот ответил: «Какая бы из моих работ ни считалась достойной опубликования, я вовсе не желаю, чтобы мое имя появлялось в печати». Ферма, возможно, жертвовал славой ради того, чтобы избежать вопросов докучливых коллег.

Однако вскоре Ферма вступил в некоторые противоречия с «самим» Декартом. Мерсенн попросил его высказать свое мнение относительно «*Диоптрики*» Декарта. Ферма назвал эту работу тогдашнего непререкаемого мэтра «блужданием впотьмах». Ферма заявил, что Декарт не сумел правильно сформулировать закон рефракции, поскольку опирался на неверные предпосылки.

Декарт был взбешен, а вскоре появилась причина и для его более сильного гнева: работа Ферма о максимуме, минимуме и касательной заслоняла результаты Декартовой «*Геометрии*» – работы, которой Декарт чрезвычайно гордился. В отместку Декарт бросился в атаку на опус Ферма относительно максимума и касательной. Ро-

---

[70] **Жиль Роберваль** (1602- 1675), выдающийся французский математик, астроном и физик. Его настоящее имя было Жиль Персонье, псевдоним Роберваль происходит от названия деревни, в которой он родился.

берваль и Этьен Паскаль (отец Блеза Паскаля) проверили решение Ферма... и нашли, что тот прав! Следует заметить, что Декарт признал аргументы Ферма, написав: «Проверив ваш метод построения касательных, я могу сказать лишь, что он очень хорош».

Тем не менее, Декарт продолжал чувствовать себя обиженным и не упускал возможности как-то навредить Ферма. Он написал в письме к Мерсенну, что Ферма несостоятелен как математик и мыслитель. Принимая во внимание высочайший авторитет Декарта, можно понять, что он был в состоянии сильно навредить Ферма.

Ферма главным образом широко известен даже в среде людей, далеких от математики, своей Великой, или Последней Теоремой Ферма, о которой речь уже шла выше.

Но велика роль Ферма и в становлении теории вероятностей как ветви математики. Начало этому было положено перепиской между Пьером Ферма и Блезом Паскалем, которая началась в 1654 году. Ферма знал Блеза Паскаля через его отца, Этьена Паскаля, с которым был хорошо знаком.

Через два года Ферма вступил в переписку с Гюйгенсом, однако он быстро переключился на проблемы теории чисел, от которых Гюйгенс был далек, и переписка свернулась.

Пьер Ферма может также по праву считаться и одним из основателей дифференциального исчисления. Общепринято считать, что Исаак Ньютон был первооткрывателем дифференциального исчисления, оспаривая пальму первенства с Готфридом Лейбницем. Но в 1934 году была найдена заметка Ньютона, где он писал, что разрабатывая дифференциальное исчисление, он опирался на «метод построения касательных месье Ферма».

Одного лишь участия Ферма в создании теории вероятностей и дифференциального исчисления было бы более чем достаточно, чтобы обеспечить Ферма высочайшее место среди математиков мира, но ему принадлежат и крупнейшие достижения также и в другой области математики – теории чисел.

Блез Паскаль

(1623-1662)

Сила разума в том, что он признает существование множества явлений, ему непостижимых; он слаб, если неспособен этого понять.

Блез Паскаль

Блез Паскаль – один из самых знаменитых людей в истории человечества. Паскаль умер, когда ему было 39 лет, но, несмотря на столь короткую жизнь, вошел в историю как выдающийся математик, физик, философ и писатель.

Блез Паскаль родился в Клермон-Ферране (город в Оверни, провинции центральной Франции) в семье Этьена Паскаля – местного юриста и сборщика налогов. Мать Блеза, Антуанетта Бегон, очень религиозная женщина, умерла при родах дочери, когда мальчику было всего три года. В 1632 году Этьен Паскаль с детьми переехал в Париж, где он намеревался дать достойное образование своему единственному сыну (у Блеза были еще две сестры).

Отец Блеза был не чужд математики. В частности, известная в математике «улитка Паскаля[71]», принадлежит именно Этьену Паскалю. Будучи человеком весьма образованным, он начал учить сына и обеих своих дочерей сам. Он обнаружил в сыне своем Блезе экстраординарные способности к точным наукам.

Когда сыну едва исполнилось одиннадцать лет, отец нашел коротенькое сочинение сына на тему о колебаниях твердых тел. Ре-

---

[71] «**Улитка Паскаля**» – плоская кривая, образуемая точкой, жестко связанной с окружностью, катящейся по другой окружности.

акция отца была довольно странной: побоявшись, что Блез не будет уделять должного внимания изучению латыни и греческого языка, он запретил ему до 15 лет заниматься математикой, а посему в доме были спрятаны все математические книги. Естественно, что это только возбудило интерес Блеза к математике – запретный плод сладок!

Однажды, когда Блезу было 12 лет, отец застал его за тем, что тот углем рисовал графики, пытаясь доказать, что сумма углов треугольника равна двум прямым... Отец был изумлен результатами своего гениального сына и даже подарил ему «Начала» Евклида.

Евклид Александрийский,
или **Евклид из Мегара**
(365–300 до н. э.)

Великий древнегреческий математик, ученик великого философа Платона, один из основателей Александрийской научной школы, Музейона и Александрийской библиотеки. (Царь Птолемей – не путать с великим ученым! – построил дворец в честь муз – богинь-покровительниц наук и искусств.)

В своем фундаментальном труде «Элементы» он подвел итог всем математическим знаниям своего времени. Эта книга служила учебником геометрии на протяжении почти двух тысячелетий. Многие из доказательств Евклида входят и в современные учебники.

Подробнее см. в главе «Пантеон» книги 2.

Когда сыну исполнилось 14 лет, Этьен Паскаль стал брать его с собой на еженедельные семинары, которые в своей монастырской келье вел Мерсенн. На этом семинаре собирались многие известные в то время французские математики. Блезу было позволено сидеть в уголочке и тихонечко наблюдать за дискуссиями мэтров. Но уже через год юный Блез представил, вниманию семинара Мерсенна свою первую серьезную работу по математике - «*Эссе о сечениях конуса*». Знаменитая теорема Паскаля о «мистическом шестиугольнике» утверждает, что если в коническое сечение[72] вписать

[72] **Коническое сечение** – это кривая, которая образуется при пересечении бесконечного конуса с плоскостью. Если кривая замкнутая, то это

произвольный шестиугольник, то точки лежащие на пересечении прямых, проведенных через пару граней, лежат на одной и той же прямой линии. Эта не очень-то простая теорема может быть проиллюстрирована довольно простым чертежом, из которой буде ясно ее содержание.

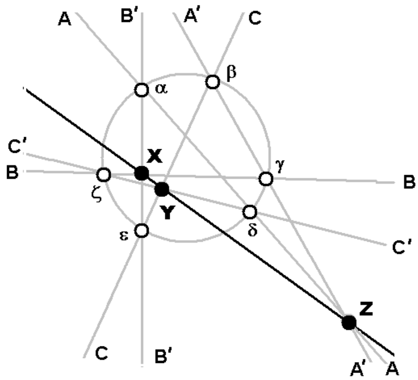


Иллюстрация теоремы Паскаля о «мистическом шестиугольнике».

На рисунке окружности α, β, γ, δ, ε и ζ обозначают вершины шестиугольника, а пары линий **АА** с **А'А'**, **ВВ с В' В'** и **СС с С'С'** образуют соответствующие точки пересечений ***X***, ***Y*** и ***Z*,** которые все лежат на одной прямой.

Эта юношеская работа Паскаля была столь замечательна, что Декарт, которому показали рукопись, отказался верить, что результат получен Паскалем-сыном, а не его отцом Этьеном, которого Декарт весьма уважал. Когда же Мерсенн убедил его, что это результат именно Блеза, то Декарт не нашел ничего лучшего, как съязвить: «Нет ничего странного, что он представил нечто, что превосходит античные работы. Однако остальное, конечно, не под силу 16-летнему юнцу».

Позже Паскаль получил около 400 следствий этой своей юношеской теоремы.

эллипс (или его частный случай – окружность). Незамкнутые кривые представляют собой параболы или гиперболы.

В 1639 году отца Блеза назначили сборщиком налогов в Северной Нормандии, и все семья двинулась в Руан. Работа с налогоплательщиками требовала от Этьена кропотливых рутинных вычислений. В 1942 году 19-летний Бэлз, стараясь облегчить работу своему отцу, сконструировал механический калькулятор, способный производить сложение и вычитание многоразрядных чисел. Эта машина была названа «паскалиной». Отец был в восторге от изобретения сына и даже попытался наладить производство калькуляторов, однако они оказались весьма дорогими, и за 10 последующих лет едва удалось продать полсотни экземпляров...

События, свершившиеся в 1646 году, сильно повлияли на дальнейшую судьбу Блеза. В этом году его отец серьезно покалечил свою ногу и был вынужден лежать дома под присмотром двух молодых монахов, приходивших из ближайшего монастыря ухаживать за ним. Они сумели оказать на молодого Блеза большое влияние: он стал глубоко верующим человеком.

Увлеченный физикой, Паскаль воспроизводит и продолжает некоторые эксперименты Торричелли, который утверждал, что воздух давит на нас своим весом. В 1647 году он публикует свой труд «*Трактат о пустоте*», в котором излагает свою теорию и объясняет принцип атмосферного давления. Это была, по-видимому, самая значительная научная работа Паскаля, но она так и не увидела свет при его жизни. Лишь после смерти автора были обнаружены отдельные ее фрагменты, по которым удалось восстановить глубину мысли ученого.

В том же году муж сестры Блеза провел барометрические замеры давления воздуха у подножия и на вершине горы Пюи-де-Дом, возвышавшейся над Клермон-Ферраном. Эти эксперименты подтвердили гипотезы Паскаля.

Свояк Паскаля написал ему в письме: «Я в чашу жидкого серебра (так называли ртуть), взял несколько четырехфутовых стеклянных трубок, запаянных с одной стороны. Я поставил налитые ртутью трубки в чаши и отметил, что высота ртутного столба равна 26 дюймов с четвертью. Затем, взяв чашу и другую трубку я пошел на вершину горы, которая примерно на 1000 ярдов выше. Там я увидел, что высота ртутного столбика стала 23 дюйма с одной шестой. Я повторил эксперимент пятикратно».

Паскаль повторил эксперимент измерив давление на земле и на колокольне местной церкви. Даже при таком незначительном перепаде высот, различие в высотах ртутных столбиков было заметным.

Эти знаменитые эксперименты положили начало систематическим исследованиям в области гидростатики и гидродинамики, которые разрушили старую догму о том, то «природа боится пустоты».

Эти научные результаты Паскаля вызвали бурные обсуждения в научном мире, так как мало кто верил в существование пустоты. Среди противников идей Паскаля был и Декарт, который навестил ученого и имел с ним двухдневную ожесточенную дискуссию. После этой встречи Декарт написал в письме Гюйгенсу довольно грубо, что Паскаль «...имеет слишком много вакуума в своей голове».

На следующий год Паскаль, проведя ряд новых экспериментов доказал, что с подъемом на высоту атмосферное давление падает, а также предположил, что атмосфера разрежается до полного вакуума. На этот раз Декарт уже написал одному из своих друзей: «Это я ему посоветовал два года назад сделать такой опыт, хотя сам как-то не собрался такой опыт провести. У меня не было сомнений в его успехе...» Так за полтора года Декарт из непримиримого оппонента Паскаля превратился в его сторонника! (Это еще раз доказывает старое изречение, что у успеха множество родителей, лишь неудача остается круглой сиротой...)

Начиная с восемнадцати лет, Паскаль болел тяжелыми нервными расстройствами. В 1647 году его ударил суровый паралич, он даже не мог передвигаться без костылей. Только благодаря сестре, которая отвезла его в Париж к лучшим врачам, он встал на ноги, хотя его психическое состояние было уже разрушено навсегда: он часто впадал в состояние глубокой депрессии, что сильно повлияло на его характер и на его философские воззрения.

К тому же в 1651 году умер его отец, которого сын боготворил. Сестра его, Жаклина, не послушавшись увещеваний брата, ушла в монастырь. Оставшись в одиночестве, Блез впал в глубокую депрессию, у него обострились давние недуги. О последующих трех годах его жизни известно мало. Правда, некоторые историки приписывают ему написание в этот период трактата «*Рассуждения о любовной страсти*».

Восстановив силы, Паскаль вновь занялся наукой. В этот период он пишет «*Трактат о равновесии жидкостей*», где излагает известный физический закон, носящий теперь его имя. Как и большинство современных ему выдающихся физиков, он подкрепляет свои теоретические изыскания практическими приложениями: он изобретает гидравлический пресс, а также шприц!

В своем «*Трактате об арифметическом треугольнике*», Паскаль, изучая биномиальные коэффициенты, пришел к идее того, что теперь называется треугольником Паскаля. Можно смело сказать, что именно исследования Паскаля позволили Ньютону обобщить теорию биномиальных коэффициентов, распространив их на дробные и отрицательные степени.

В переписке с Ферма Паскаль обсуждает проблему случайности, которая была поставлена перед ним его другом – азартным игроком кавалером де Мере, имя которого, благодаря этой переписке, попало в анналы истории теории вероятностей. Не без оснований все историки математики считают Паскаля и Ферма основоположниками теории вероятностей[73].

Несмотря на то, что Паскаль уже в то время был очень болен и постоянно испытывал страшные боли, он продолжал интенсивно работать над различными научными проблемами. В одном из писем к Ферма он писал: «... хотя я все еще прикован к постели, могу сообщить, что вчера вечером я получил от Вас письмо, на которое и отвечаю».

В ноябре 1654 года с Паскалем случился страшный инцидент. который перевернул всю его дальнейшую судьбу. Когда он в экипаже, запряженном четверкой лошадей, переезжал мост через Сену, пару коренных почему-то понесло, и, сломав перила моста, кони рухнули с высоты и погибли, а сам экипаж удержался лишь чудом, зацепившись за что-то осями. Подбежавшие к месту аварии люди нашли Паскаля невредимым, но потерявшим сознание. Придя в себя, он оказался психически сломленным...

---

[73] Подробности этой истории можно найти в Части 5, Гл.1, раздел 1.4.

После этого трагического случая Паскаль умер как ученый: его мистически настроенный ум воспринял опасение от гибели как указание свыше, он прекратил всякую научную деятельность. Как он писал об этом сам, ночью 23 ноября 1654 года, «приблизительно от десяти с половиною вечера до половины первого ночи», в нем произошел внутренний переворот. Вступив в мистический контакт с Богом, он удалился от мирских дел и посвятил себя Иисусу Христу.

Свое «божественное видение» он тайно записал на клочке пергамента, который зашил в подкладку камзола и всегда носил его с собой, у самого сердца. Этот «*Амулет Паскаля*», озаглавленный «*Feu*» («*Огонь*»), является уникальной записью мистического опыта. Найден был «амулет Паскаля» его слугой лишь после смерти хозяина…

С этого момента Паскаль жил, избегая людей, часто посещал монастыри. Он ослаб, исхудал, кожа его пожелтела, он казался глубоким стариком. «Я так слаб, что не могу ни ходить без палки, ни ездить верхом...» - писал он в письме Пьеру Ферма.

Он стал проводить время за молитвами и изучением Библии. В это время его наставник-пастор подвергся нападкам иезуитов, и его дело было передано в Сорбонну для церковного разбирательства. В течение года Паскаль опубликовал анонимно 18 так называемых «*Писем к провинциалу*[74]», в которых, защищая своего друга-пастора, с едкой иронией критиковал пустые теологические диспуты иезуитов. В 1657 году эти письма было собраны и напечатаны в Кельне под псевдонимом Луи де Монтальта. Эта книга так разгневала французского короля Людовика XIV, что тот приказал ее разорвать на части и сжечь.

Являясь шедевром французской сатирической прозы, книга завоевала широкую популярность еще при жизни автора. Она оказала огромное влияние на Вольтера и Жана-Жака Руссо[75]. Вольтер

74 Полное название сочинения «*Письма, написанные Луи де Монтальтом к своему другу провинциалу и к достопочтенным отцам иезуитам*».

75 **Жан-Жак Руссо** (1712 –1778), швейцарский философ, живший во Франции. Его идеи оказали влияния на Великую Французскую революцию.

писал: «*Письма* – это лучшая из книг, какая только появлялась во Франции».

Вскоре Паскаль переехал в имение своего отца в Порт-Руаяль, где и прожил до конца своих дней.

В начале 1659 г. Паскаль, уже будучи тяжело больным, анонимно объявляет конкурс, предлагая коллегам-ученым решить проблему, ставившую в тупик поколения математиков. Это была задача о циклоиде (или рулетте) – пути, описываемом точкой на катящемся круге. В числе прочих, он послал эту задачу Лейбницу, Гюйгенсу и Ферма. Сам Паскаль опубликовал свои результаты, которые, по-видимому, он получил еще до объявления конкурса опять анонимно. (Некоторые результаты этой работы позднее были использованы Лейбницем в разработке интегрального исчисления.)

Решения были присланы несколькими учеными, включая Гюйгенса Раздражению соревновавшихся не было предела, когда Паскаль сам себя объявил победителем конкурса и получил сам от себя приз!

Может, это была прощальная шутка гения?

* * *

Последние четыре года Паскаль не занимался ничем, кроме «спасения души»: он раздал свое имущество бедным, а сам ходил из церкви в церковь.... На голом теле он носил власяницу, усеянную гвоздями: каждый раз, когда в голову приходила мысль, которая казалась ему недостаточно набожной, он ударом локтя вонзал эти гвозди в себя...

Он сотворил для себя эмблему в виде глаза окруженного колючими терниями с подписью: «Я знаю, в кого я верю».

В конце жизни он решил изложить свое теологическое кредо, затронуть основные философские парадоксы: бесконечность и ничто, вера и разум, душа и материя, жизнь и смерть, смысл и пустота...

Книга под названием «*Мысли о религии и других предметах*» («*Pensées sur la religion et sur quelques autres sujets*») была издана уже посмертно. В нее были включены многочисленные черновики и куски из незаконченной «*Апологии христианской религии*» («*Apologie de la religion chrétienne*»).

В этой же работе содержится и широко известное «пари Паскаля», в котором «логически доказывается», что вера в Бога разумна. Паскаль приводит такой аргумент:

> «Бог либо есть, либо его нет. Я либо верю в бога, либо в него не верю. Из четырех возможностей лишь одна приносит мне вред. Чтобы избежать этой неблагоприятной возможности, я выбираю веру в Бога».

Думаю вам поможет понять Паскаля такая табличка

	Бог есть	Бога не
Я верю в Бога	🙂	😐
Я не верю в Бога	☹	😐

Паскаль умер в Париже, когда ему едва исполнилось 39 лет.

* * *

Работы Паскаля охватывают самые разные области. Кроме тех, достижений, которые уже упоминались нами, есть и такие, которые удостоились высшего признания, хотя сегодня мало кто вспомнит имя их автора. Так, сейчас очень немногие знают, что самая обыкновенная тачка, это изобретение Блеза Паскаля. Ему принадлежит и идея омнибусов – общедоступных карет с фиксированными маршрутами – первого в мире вида регулярного городского транспорта.

В честь великих заслуг Паскаля, его имя присвоено единице давления в физике, его именем назван один из самых эффективных языков программирования, его имя носит и основной закон гидростатики, а также известный всем треугольник, содержащий биномиальные коэффициенты.

К тому же Паскаль является одним из величайших мастеров французской прозы.

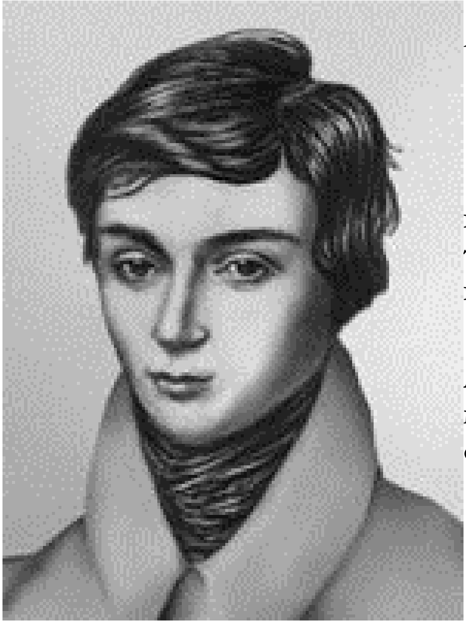
АФОРИЗМЫ ПАСКАЛЯ

- Справедливость без силы – одна немощь, сила без справедливости – тиран.
- Люди не могут дать силу праву и дали силе право.
- Справедливость должна быть сильной, а сила должна быть справедливой.
- Понятие справедливости так же подвержено моде, как женские украшения.
- Нет почти ничего такого справедливого или несправедливого, что не меняло бы своего свойства с переменой климата.
- Наш мир наполнен движением, а абсолютный покой – это лишь смерть.
- Мы теряем даже жизнь с радостью – лишь бы об этом говорили.
- Легче умереть, не думая о смерти, чем думать о ней, даже когда она не грозит.
- Мы никогда не живем настоящим, все только предвкушаем будущее и торопим его, словно оно опаздывает, или призываем прошлое и стараемся его вернуть, словно оно ушло слишком рано.
- Человек - лишь тростник, но тростник мыслящий.
- Кто входит в дом счастья через дверь удовольствий, тот обыкновенно выходит через дверь страданий.
- Доводы, до которых человек додумывается сам, обычно убеждают его больше, нежели те, которые пришли в голову другим.
- Чем умнее человек, тем больше своеобычности он находит во всяком, с кем общается. Для человека заурядного все люди на одно лицо.
- Когда бы каждому стало известно все, что о нем говорят ближние, - убежден, на свете не осталось бы и четырех искренних друзей.
- Время потому исцеляет скорби и обиды, что человек меняется: он уже не тот, кем был. И обидчик и обиженный стали другими людьми.
- Всякий раз мы смотрим на вещи не только с другой стороны, но и другими глазами - поэтому и считаем, что они переменились.
- Никто не старается завоевать добрую славу в городе, где он лишь прохожий, но очень заботится о ней, если ему приходится осесть там хоть на малый срок.
- Выше всех ценятся те благородные поступки, которые остаются неявными.
- У любви не бывает возраста, она вечно нова.
- В любви молчание дороже слов.
- Когда человек пытается довести свои добродетели до крайних пределов, его начинают обступать пороки.

- Пусть человеку нет никакой выгоды лгать - это еще не значит, что он говорит правду: лгут просто во имя лжи.
- Все правила достойного поведения давным-давно известны, остановка за малым - за умением ими пользоваться.
- Говорите как все, но думайте по-своему.
- Добродетель человека измеряется не необыкновенными подвигами, а его ежедневным усилием.
- Каждую книгу нужно уметь читать.
- Любовь и ненависть часто мешают справедливому суждению.
- Мир - это сфера, центр которой повсюду, а окружности нет нигде.
- Мы должны благодарить тех, которые указывают нам наши недостатки.
- Мы познаем правду не только умом, но и сердцем.
- Мы по опыту знаем, как велика разница между благочестием и добротой.
- Мысль меняется в зависимости от слов, которые ее выражают, а различные толкования одной и той же мысли приводят к разным последствиям
- Насколько справедливее кажется защитнику дело, за которое ему щедро заплатили!
- Ничто не одобряет так порока, как излишняя снисходительность.
- Нет ничего постыднее, как быть бесполезным для общества и для самого себя и обладать умом для того, чтобы ничего не делать.
- Хорошо, когда, назвав кого-то, забывают прибавить, что он математик, или проповедник, или отличается красноречием, а просто говорят: Он - порядочный человек.
- Судить о добродетели человека следует не по его порывам, а по будничным делам.
- На свете существует лишь два рода людей: праведники, считающие себя грешниками, и все остальные, то есть грешники, считающие себя праведниками
- Когда мы играем в мяч, мы играем одним и тем же мячом, но один из нас играет лучше других
- Пишущий книгу только в последний момент понимает, что следует поместить в самое ее начало.
- Что такое человек в этом мире? Ничто по сравнению с бесконечностью и все по сравнению с ничем то есть нечто между ничем и всем.
- Чем больше я наблюдаю за людьми, тем больше я люблю своего пса.
- Азарт игрока ставящего ставку равен той сумме, которую он может выиграть, умноженной на число шансов ее выиграть.
- Наше представление о симметрии связано с человеческим лицом: мы наблюдаем симметрию только по горизонтали, но ни по вертикали, ни вглубь.
- Все, что написано только ради удовлетворения тщеславия автора, является абсолютно бесполезным.

- Противоречия еще не есть признак ошибочности в той же степени, что и отсутствие противоречий еще не является признаком правильности.
- Мы приходим к правде не только путем размышлений, иногда нам ее подсказывает сердце.
- Я написал это письмо длиннее, чем обычно, поскольку у меня не было времени написать его коротким.

Эварист Галуа
(1811-1832)



Гениальные люди - это метеоры, призванные сгореть, чтобы озарить свой век.
Наполеон Бонапарт

Работы Галуа немногочисленны, написаны сжато, почему и остались не понятыми современниками.

Многие его идеи были заново открыты через много лет после его ранней смерти.

Эварист Галуа родился в Бур-ля-Рейне, небольшом городишке, расположенном к югу от Парижа, в семье мэра города – Николя-Габриэля Галуа. Видимо, отец был неплохим человеком, если в городе есть улица Галуа, названная так именно в его честь.

До двенадцати лет Эварист воспитывался в семье, где первыми учителями были его весьма образованные родители. Затем он поступил в престижное учебное заведение – Королевский лицей Людовика Великого (лицей Луи-ле-Гран).

Он не был каким-то выдающимся студентом, да и на первый в своей жизни математический курс записался лишь в возрасте шестнадцати лет. С этого момента, судя по получаемым отметкам, он сразу стал пренебрегать всеми другими предметами.

Галуа с самого начала отказался от школьных учебников, которые его совершенно не удовлетворяли. Вместо них он за несколько дней проглотил «Элементы геометрии» Лежандра – классическую книгу, выдержавшую множество изданий. В своей книге Лежандр строго изложил труды Евклида, сделав свою книгу совершенно новым трактатом по геометрии.

Помимо Лежандра, Галуа буквально запоем изучал труды других выдающихся математиков того времени – Лагранжа , Эйлера, Гаусса и Коши. В числе прочих математических работ ему попался мемуар Нильса Абеля[76] о решении уравнений произвольной степени. Эта тема поглотила Галуа, и он начинает собственные исследования.

В 1827 году на Галуа обрушивается груда несчастий. Началось с того, что его отец, оклеветанный новым городским священником, покончил жизнь самоубийством, что потрясло его глубоко любящего сына. В том же году Галуа подал документы в самое престижное высшее учебное заведение Франции – Политехническую школу (École Polytechnique), но проваливает устный экзамен, будучи непонятым экзаменаторами. Непонимание со стороны преподавателей усугублялось тем, что многие вычисления Галуа производил в уме, не трудясь ясно изложить их на бумаге, что вызывало еще большее раздражение преподавателей. Сам Эварист потом объяснял друзьям, что заданные ему вопросы были слишком детскими, чтобы затруднять себя ответами на них!

Через год Эварист Галуа предпринял еще одну попытку поступить туда же, и снова на устном экзамене по математике экзаменаторы не поняли ученика. Его ответы, как писал он в письме своему другу, «вызывали сумасшедший хохот экзаменаторов». Почувствовав себя на грани второго несправедливого провала, «вышедший из берегов» Эварист швырнул в главного экзаменатора тряпкой!..

---

76 **Нильс Хенрик Абель** (1802-1829), знаменитый норвежский математик, член Королевского научного общества Норвегии. Известный французский математик Шарль Эрмит (1822-1901) сказал о нем: «Абель оставил математикам столь богатое наследие, что им будет чем заниматься в ближайшие 150 лет».

Вскоре Галуа отправляет в Парижскую Академию свою работу, в которой излагает основные свои результаты, но эта работа каким-то образом пропадает... А автор возлагал на нее очень большие надежды.

Наконец-таки, в 1829 году Галуа был принят в весьма престижное учебное заведение – Высшую нормальную школу, но уже на следующий год был из нее исключен за «непозволительное поведение» и «невыносимое высокомерие». К этому добавилось и его участие в политических выступлениях республиканского направления.

Роковое невезение продолжается – фортуна не была милостива к юному гению. Галуа посылает Фурье[77] для участия в конкурсе на приз Академии две работы с результатами своих исследований. Рецензентом, которому мемуары поступили на отзыв, был Огюстен Коши[78], на которого работы юного Галуа произвели такое сильное впечатление, что он посчитал, что они заслуживают представления на премию Академии по математике. Автору лишь рекомендовалось объединить две статьи в одну.

Но буквально спустя несколько дней, Фурье неожиданно умирает. Работы Галуа в архивах обнаружить не удалось... Приз на конкурсе получает Нильс Абель.

Галуа считал, что его статьи были умышленно утеряны, и это его убеждение еще больше укрепилось, когда через год – Парижская Академия отвергла его новую статью.

Перед Галуа открывалась блестящая карьера. Единственным препятствием на пути к успеху был ... феноменальный блеск его разума и юношески пылкое отношение к революционным идеям. В личной борьбе Галуа-математика и Галуа-революционера победил, к сожалению революционер...

---

[77] **Жан Батист Жозеф Фурье** (1768-1830), выдающийся французский математик и физик, секретарь Парижской Академии наук.

[78] **Огюсте́н Луи́ Коши́** (1789-1857), французский математик, член Парижской академии наук, разработал основы математического анализа, внёс огромный вклад в алгебру, математическую физику и многие другие области математики.

Галуа был страстным революционером, поддерживал движение, возглавляемое Франсуа Распаем[79] и Огюстом Бланки[80]. Все его друзья были убежденными республиканцами.

Присутствовавший на одном из собраний молодежи Александр Дюма[81] так вспоминает эпизод, который послужил поводом для ареста Галуа: «Молодой человек поднял свой бокал, держа в той же руке обнаженный кинжал, и пытался перекричать окружающих. Это был Эварист Галуа – один из самых ярых республиканцев. Шум стоял такой, что разобраться в его причинах было невозможно. Я мог понять лишь, что была высказана угроза и упомянуто имя Луи-Филиппа: о намерениях красноречиво свидетельствовал обнаженный кинжал».

По свидетельствам других очевидцев, Галуа произнес саркастический тост: «За Луи-Филиппа!», и те из революционно настроенных молодых людей, кто не видел ноже в его руке, бурно негодовали, а те, кто видел – бурно одобряли.

На следующее утро Галуа арестовали в доме его матери и заключили в тюрьму Сент-Пелажи на время следствия. Общество друзей народа пыталось через своего адвоката уговорить Галуа отказаться от сказанных им слов. Но все усилия оказались тщетны.

После месячного заключения в тюрьме Сент-Пелажи, Галуа было предъявлено обвинение в угрозе жизни короля Франции, и он предстал перед судом присяжных департамента Сены.

Элегантный, живой и полный собственного достоинства юноша коротко и язвительно отвечал на вопросы обвинителя. Только лишь благодаря стараниям адвоката, Галуа был оправдан и отпущен на свободу.

---

[79] **Франсуа Венсан Распай** (1794-1878), химик и медик , один из деятелей республиканского и демократического движения во Франции. Был посажен в тюрьму за отказ принять почетный орден от Луи-Филиппа короля Франции, провозглашенного «орлеанистами» после революцией 1830 г.

[80] **Луи Огюст Бланки** (1805-1881) – французский революционер. Был избран заочно членом Парижский Коммуны, находясь в тюрьме.

[81] **Александр Дюма** (1802-1870) – выдающийся французский драматург, романист, поэт, писатель, автор всемирно известных романов «Три мушкетера» и «Граф Монте Кристо».

Но через месяц Галуа был снова арестован и осужден на шесть месяцев тюремного заключения. Причиной нового ареста было то, что во время Дня Бастилии, 14 июля 1831 года, Галуа прошествовал через Париж в объявленной вне закона форме артиллерии Национальной гвардии. За это он был осужден на шесть месяцев тюремного заключения и вернулся в ту же тюрьму, где сидел и первый раз.

В тюрьме сокамерники приучили его к пьянству, дав ему выпить в день его 20-летия бутылку водки: Галуа едва откачали....

Здесь, в тюрьме пришло к нему неприятное известие, что Академия наук отвергла посланную им работу. Обиднее всего, что заключение дал сам Пуассон, резолюция которого была такова:

> «Мы приложили все усилия, чтобы понять доказательства мсье Галуа. Мы не в состоянии даже дать в этом отзыве наше мнение о его работе. Его рассуждения недостаточно ясны из-за чрезмерного желания автора выражать мысли слишком лаконично и не дают возможности судить, насколько они точны.»

Симеон Дени Пуассон
(1781—1840)

Французский математик. Родился в бедной семье и до 15-летнего возраста ему не представилось случая выучиться чему-либо большему, чем читать и писать. С пятнадцати лет стал посещать математические классы. Его успехи в этом предмете оказались столь высокими, что уже через два года он с отличием выдержал вступительные экзамены в Политехническую школу.

Здесь его выдающиеся способности были замечены Лагранжем и Лапласом. По окончании в 1800 г. Политехнической школы Пуассон был оставлен в ней для преподавания математики.

Его научные труды создали ему репутацию одного из крупнейших математиков. Член Французской академии.

Подробнее см. в Части 5 (Глава 5 «Пантеон»).

Позже та же Парижская Академия признавала, что работы Галуа обладают... «изумительной ясностью и точностью». Вот и пойми этих академиков!

Мысль о политических преследованиях не покидала его ни днем, ни ночью. Он был изолирован от друзей и семьи, его математические идеи были отвергнуты...

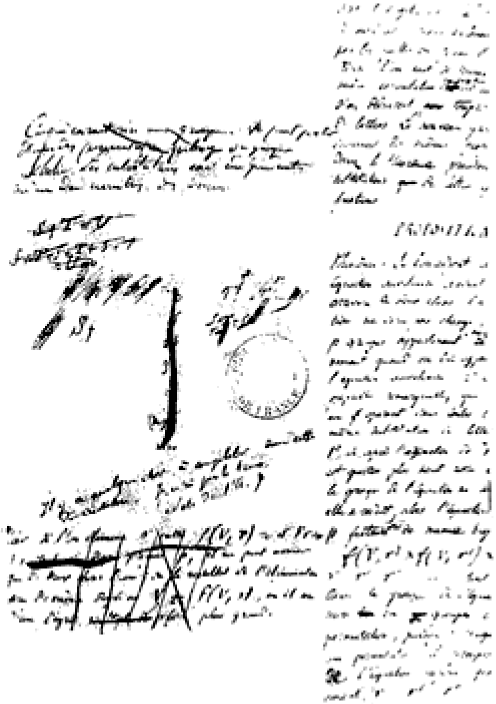
«Господин Пуассон не захотел или не смог понять», – чуть позже написал Галуа в одном из писем. Все это повергло Галуа в состояние глубокой депрессии. Допившись до белой горячки, Галуа даже пытался заколоть себя кинжалом.

Здоровье Галуа ухудшилось, и он был переведен в тюремную лечебницу, где пользовался некоторой свободой. Именно здесь он познакомился со Стефани дю Мотель, дочерью почтенного парижского врача, женщиной, которая сыграла роковую роль в его судьбе.

Когда Галуа вышел на свободу, его роман со Стефани стал бурно развиваться. Стефани уже была помолвлена с неким д'Эрбенвиллем, который пришел в ярость, узнав, что его невеста ему не верна, и послал Галуа вызов на дуэль. Галуа знал, что его противник – известный во Франции дуэлянт, он понимал, что вовлечен в какую-то сомнительную историю, пытался найти пути к примирению, но безуспешно. Тогда, как и подобало поступать по кодексу чести, он принял вызов.

В ночь накануне поединка Галуа писал: «Я прошу моих друзей не винить меня за то, что я умираю не за свою страну. Я умираю, став жертвой бесчестной кокетки и двух глупцов, обманутых ею. Я завершаю свою жизнь, как жертва жалкой клеветы. О, почему я должен умереть за нечто столь ничтожное, столь презренное? Я призываю небеса в свидетели, что только под нажимом, уступая силе, я поддался на провокацию, которую изо всех сил пытался предотвратить».

Более всего он опасался, что его работа, отвергнутая Парижской Академией, будет утрачена навсегда. Поэтому в ту же ночь, он отчаянно пытался записать наиболее важные положения своей теории, понимая времени у него осталось очень мало... Знаменитые слова «je n'ai pas le temps» («у меня нет времени») читаются в конце двух строк в нижней части страницы.



Одна из страничек последнего письма Галуа.

На исходе ночи, закончив доказательства, он написал письмо своему другу Огюсту Шевалье с просьбой переслать бумаги в случае своей гибели на дуэли величайшим математикам Европы. Вот выдержки из этого письма:

«Мой дорогой друг!

Я сделал в анализе несколько новых открытий. Одни из них касаются теории уравнений, другие – интегральных функций. ...

Ты знаешь, мой дорогой Огюст, что это не были единственные вопросы, которые я исследовал. ...

Но я не имею времени, и мои идеи еще недостаточно хорошо развиты в этой необъятной области. Ты дашь напечатать это письмо в Revue Encyclopedique. Я в своей жизни часто позволял себе высказать предположения, в которых не был уверен, но все, что я написал здесь, уже около года в моей голове, и слишком в моих интересах не ошибиться, чтобы меня могли заподозрить в том, что я объявляю теоремы, для которых не имел бы полного доказательства. Ты публично попросишь Якоби или Гаусса дать их заключение, не о справедливости, но о важности этих теорем. После этого бу-

дут, я надеюсь, люди, которые найдут свою выгоду в расшифровке всей этой путаницы. Горячо обнимаю тебя,

Э. Галуа

29 мая 1832 г.»

Утром следующего дня состоялась дуэль Галуа и д'Эрбенвилля. Секунданты отмерили двадцать пять шагов. Прозвучали выстрелы. Эварист Галуа упал, получив пулю в живот. Д'Эрбенвилль с секундантами удалились, оставив лежать смертельно раненного юношу...

Лишь несколько часов спустя, один из местных жителей случайно наткнулся на раненого и отвез его в близлежащую больницу.

«Не плачь, - говорил Эварист своему младшему брату Альфреду, который был с ним в последние минуты, - не плачь, мне нужно все мое мужество, чтобы умереть. в двадцать лет». От услуг священника Галуа отказался.

В десять часов утра следующего дня Галуа скончался.

Так в возрасте 20 лет оборвалась жизнь Эвариста Галуа - замечательного математика, выдающиеся заслуги которого признаны сейчас учеными всего мира.

* * *

Полиция, опасаясь, что похороны Галуа перерастут в политический митинг, арестовала накануне ночью тридцать его товарищей. Тем не менее, проводить Галуа пришло около двух тысяч республиканцев.

Галуа похоронили в субботу 2 июня. Как писала местная газета: «Сегодня в полдень состоялись похороны Эвариста Галуа. Тело сопровождала депутация Общества друзей народа, студенты юридического и медицинского факультетов, отряд парижских артиллеристов и множество друзей. Когда шествие подошло к окружным бульварам, гроб сняли с катафалка и донесли на руках до Монпарнасского кладбища».

Начало распространяться мнение о том, что д'Эрбенвилль[82] был не обманутым женихом, а правительственным агентом, и что Стефани была не просто любовницей Галуа, а коварной приманкой-соблазнительницей. Историки и поныне продолжают спорить, была ли дуэль исходом трагического романа, или корни ее следует искать в политических разногласиях между республиканцами и монархистами. Но, как бы то ни было, величайший математик того времени был убит, когда ему не стукнуло и двадцати одного года и он успел проучиться математике всего пять лет!

Все математические работы Галуа – а это было всего шестьдесят написанных от руки страничек! – брат Эвариста, Альфред передал его другу Огюсту Шевалье, который, выполняя волю своего друга, разослал копии рукописи Гауссу, Якоби[83] и другим выдающимся математикам. Но потребовалось почти десять лет прежде, чем результаты Эвариста Галуа были оценены по достоинству. Впервые это произошло, когда одну из копий получил в 1846 году Лиувилль[84]. Прочитав полученную рукопись, Лиувилль потратил несколько месяцев на то, чтобы отредактировать работу Галуа, в которой он нашел удивительные результаты. Работа была опубликована в престижном математическом журнале «*Journal de Mathèmatiques pures et appliquées*».

Однако подлинный смысл теории Галуа во всей полноте был раскрыт только в 1870 году Жорданом[85] в его «*Трактате о подстановках и алгебраических уравнениях*».

* * *

---

[82] Существует мнение, что Галуа дрался на дуэли не с д'Эрбенвилем, а со своим товарищем Дюшатле, с которым они прежде были вместе арестованы.

[83] **Карл Густав Якоб Якоби** (1804 - 1851), один из знаменитых германских математиков девятнадцатого века.

[84] **Жозеф Лиувилль** (1809-1882) - французский математик, член Парижской Акдемии наук и почетный член Петербургской Академии наук.

[85] **Камиль Мари Эдмон Жордан** (1838-1922) – французский математик, член Парижской Академии наук (1881г.). Труды по алгебре, теории чисел, теории функций, геометрии, топологии, дифференциальным уравнениям и кристаллографии. Написал "Трактат о подстановках" - первый систематический куре теории групп и теории Галуа (1870г.), разъяснивший и дополнивший краткие и сжатые исследования Э. Галуа, сделал их достоянием широких математических кругов.

Математические открытия Галуа положили начало новому направлению — теории абстрактных алгебраических структур. Можно смело сказать, что идеи Галуа совершенно преобразили облик всей современной математики.

СТРАНИЧКА САМОРЕКЛАМЫ

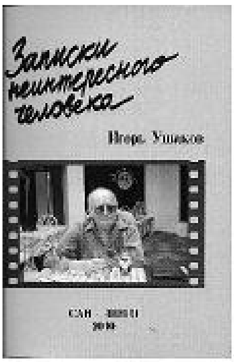
Как я уже писал, в Москве издательством URSS (УРСС) опубликованы 8 книг серии «История науки сквозь призму озарений». Эти книги прекрасно изданы и имеют вполне божескую цену.

Надеюсь, они все же попадут на американский книжный рынок, тогда отпадет необходимость в моих «самиздатских» вариантах. А пока... Мои друзья могут эти книги заказать на моем закрытом сайте. Как эти книги приобрести, написано ниже.

У меня есть еще три книги, близкие по духу тем, которые уже представлены.

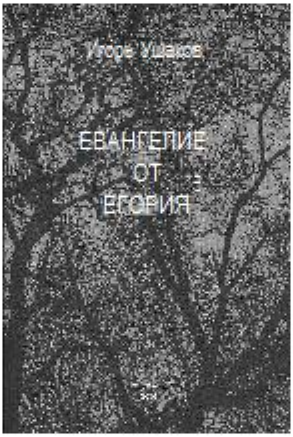
Это две книги про рукотворные и нерукотворные чудеса мира и книга о загадке жизни (теории возникновения и развития жизни на Земле).

Кроме того, есть чисто литературные вещи, которые не требуют специальных комментариев:

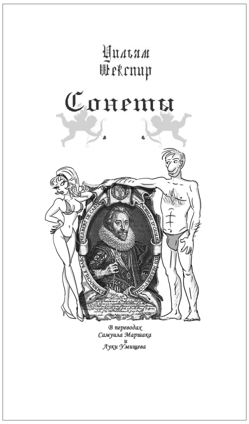


А также «джентльменский» набор:

И еще парочка книг, не предназначенных для религиозных людей.



Совсем свежее «пополнение» - шутливые переводы сонетов Шекспира.



Все эти книжки <u>можно заказать</u>: Набираете в Интернете адрес: http://www.lulu.com/shop. В поисковой строке набираете по-русски «ушаков». Дальше – выбирайте! Литературные книги продаются по себестоимости (non-profit). Литературные книги можно скачать бесплатно.

Если будут трудности или вопросы, пишите по адресу

igusha22@gmail.com.

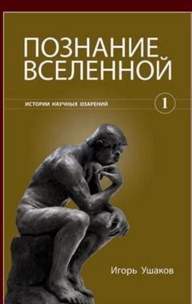
Книги, изданные в Москве издательством URSS, можно купить, к сожалению, пока только в России и в Украине. Справки по телефону: 8(499)724-25-45. Емейл: **orders@URSS.ru**. Адрес магазина: **117335, г. Москва, Нахимовский проспект, 56.**

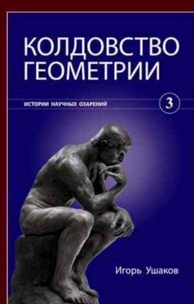
San Diego, California.

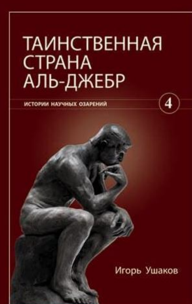
Окончил Московский авиационный институт. Доктор технических наук, профессор. Руководил научными отделами в научно-иследовательских институтах военно-промышленного комплекса бывшего Советского Союза, а затем заведовал отделом в Вычислительном Центре АН СССР (ныне ВЦ им. Дородницына РАН). Параллельно с основной работой заведовал кафедрой «Большие системы» Москов ского Физтеха, читая курсы по прикладной математике. Более 50 его учеников успешно защитили кандидатские диссертации, девять из них стали докторами наук.

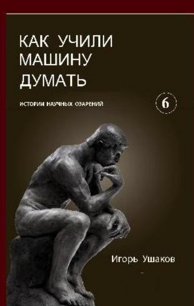
В 1989 г. был приглашен в США в Университет Джорджа Вашингтона, а затем преподавал в Калифорнийском университете (Сан-Диего). Работал в качестве главного научного специалиста в ряде крупных американских компаний.

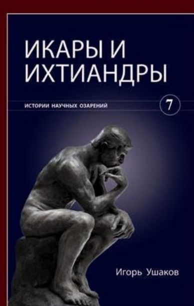
Опубликовал около 30 научно-технических монографий в России, США, Германии, Болгарии и Чехословакии. Автор около 400 научно-технических статей, опубликованных в ведущих российских и международных журналах. Издал в России дюжину научно-популярных книг, переведенных в США. Кроме того, его перу принадлежит восемь книг прозы и стихов.

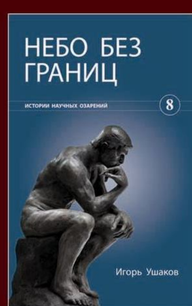












ISBN 978-1-257-08447-0
90000
9 781257 084470